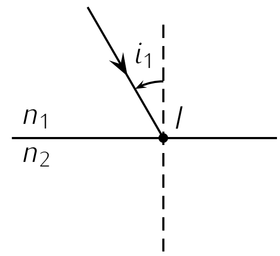
# Travaux Dirigés de $O_1$

## Exercice 1 : Construction d'Huygens

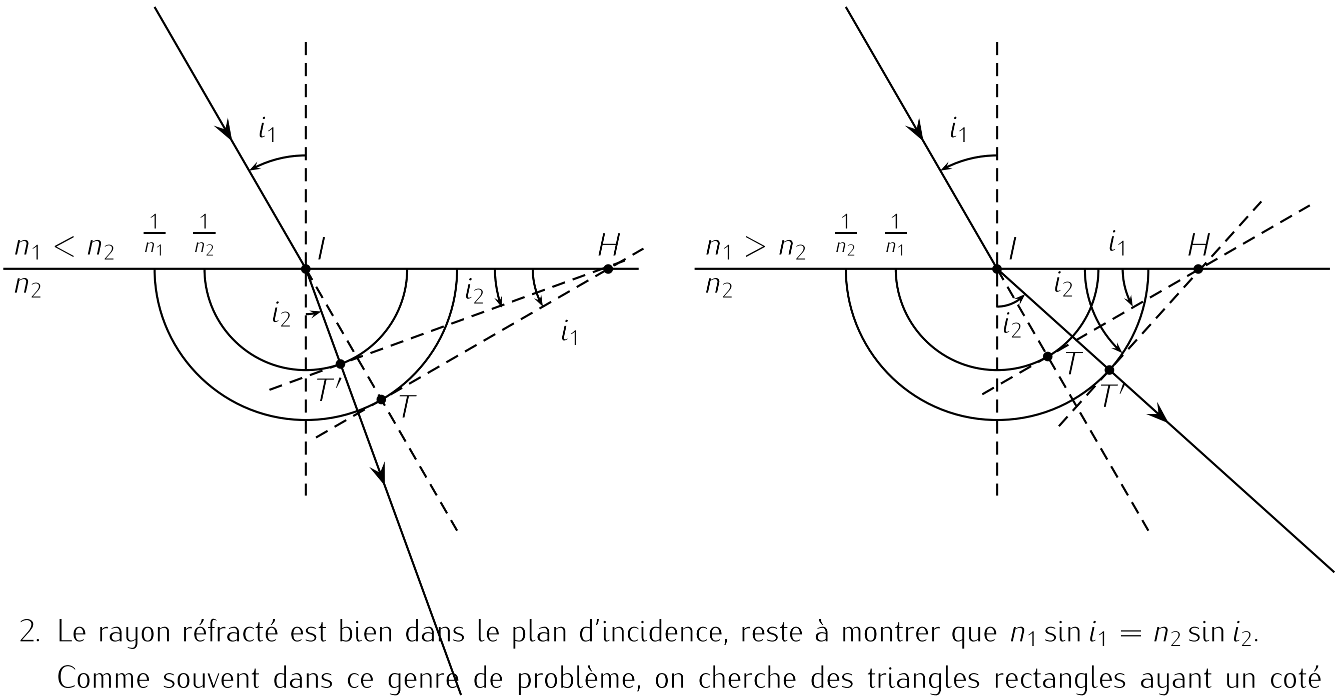
Cette construction géométrique permet de construire le rayon réfracté correspondant à un rayon incident donné.



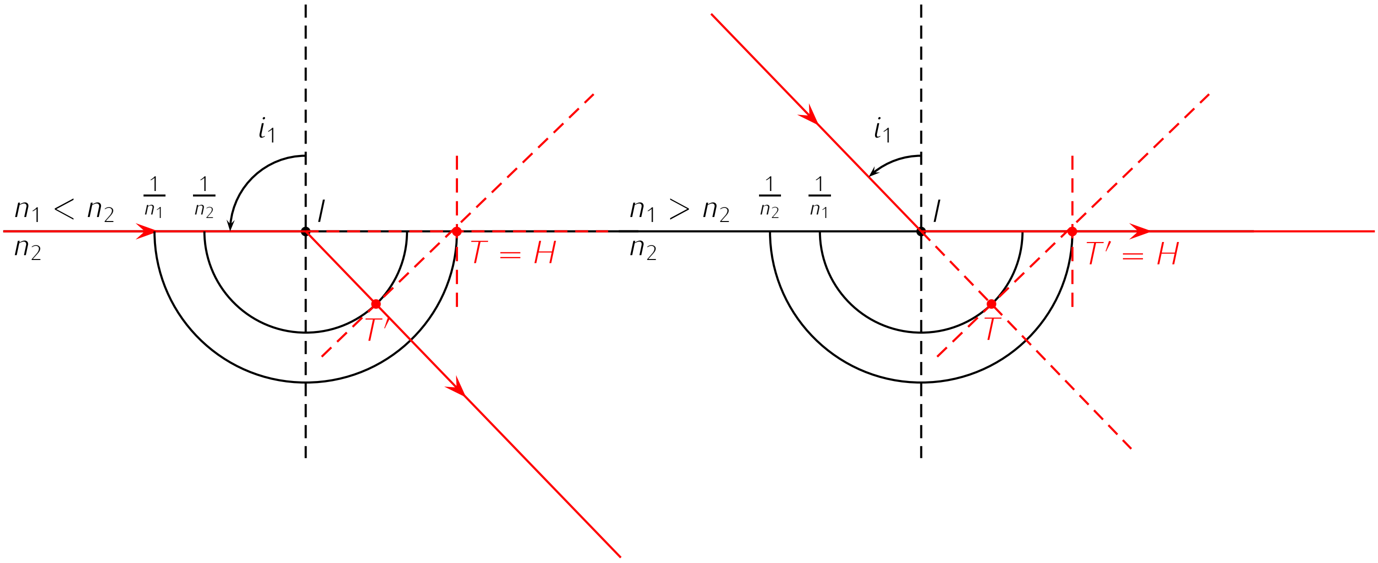

Du point d'incidence $I$ comme centre, on trace deux demi-cercles de rayons $\frac{1}{n_1}$ et $\frac{1}{n_2}$.
On prolonge le rayon incident jusqu'à ce qu'il rencontre le demi-cercle de rayon $\frac{1}{n_1}$.
Du point d'intersection $T$, on mène la tangente qui coupe le dioptre en $H$.
À partir de $H$, on mène la tangente à l'autre demi-cercle ce qui définit un point $T'$.
Le rayon réfracté est alors $IT'$.

1. Suivre le mode opératoire dans les deux cas : $n_1 < n_2$ et $n_1 > n_2$.
2. Vérifier que cette construction est bien conforme aux lois de Snell-Descartes.
3. Retrouver les cas de la réfraction limite et de la réflexion totale.

1. Constructions :




2. Le rayon réfracté est bien dans le plan d'incidence, reste à montrer que $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.
   Comme souvent dans ce genre de problème, on cherche des triangles rectangles ayant un coté commun. On identifie ici les triangles $ITH$ et $IT'H$ de coté commun $IH$. La somme des angles orientés est égale à $\pi$ et dans $ITH$, on en déduit $(IH,IT) + (TH,TI) + (HI,HT) = \pi \Rightarrow \frac{\pi}{2} - i_1 + \frac{\pi}{2} + (HI,HT) = \pi$ donc l'angle aigu $(HI,HT)$ est $i_1$.
   Par application de relations analogues dans le triangle $IT'H$, on montre que l'angle aigu $(HI,HT')$ est $i_2$.
   Dans $ITH$ on lit ensuite $\sin i_1 = \frac{IT}{IH} \Rightarrow IH = \frac{IT}{\sin i_1}$ avec $IT = \frac{1}{n_1}$ d'où $IH = \frac{1}{n_1 \sin i_1}$.
   De même, dans $ITH'$ de $\sin i_2 = \frac{IT'}{IH}$, on déduit $IH = \frac{1}{n_2 \sin i_2}$.
   Par identification, on reconnaît bien $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.
3. Les cas de la réfraction limite et de la réflexion totale correspondent à la situation pour laquelle $H$ est situé sur le cercle extérieur, on obtient alors les figures suivantes :



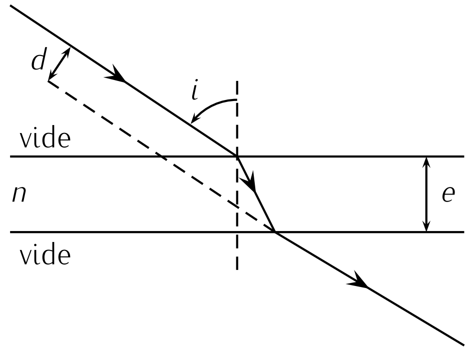

Pour effectuer le second tracé, on pourra utiliser le principe du retour inverse de la lumière.

## Exercice 2 : Fibre à saut d'indice

On considère une fibre optique à saut d'indice. On reprend les notations du cours.

1. Tracer l'allure du trajet d'un rayon lumineux en supposant qu'il reste confiné à l'intérieur du cœur.
2. Établir la condition que doit vérifier l'angle d'incidence $i$ au niveau du dioptre cœur/gaine pour que le rayon reste confiné dans le cœur.
3. Calculer l'angle limite $\theta_t$ pour lequel le confinement est assurée.
4. On considère une fibre rectiligne. Quel est le trajet qui offre le temps de parcours le plus court dans la fibre optique ? Quel est celui qui offre le temps le plus long ? En déduire l'expression de la dispersion intermodale.

## Exercice 3 : Lame à faces parallèles

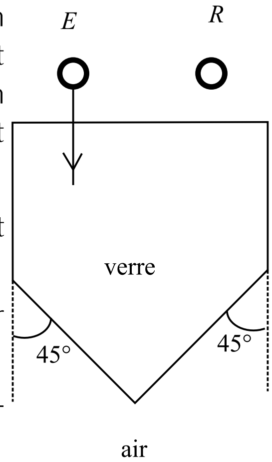



1. Construire le rayon transmis par une lame à faces parallèles en verre d'indice de réfraction $n$ et d'épaisseur $e$. Ce rayon existe-t-il toujours ?
2. Quelle est la direction du rayon réfracté si le rayon incident arrive sous l'incidence $i$ ?
3. Déterminer la distance $d$ qui sépare la direction du rayon incident de celle du rayon transmis (Cf. figure)

   Application numérique : $n = 1{,}5$, $e = 1$ cm et $i = 45$ °.

1. Il existe toujours.
2. Sa direction est la même.
3. $d = e \sin i (1 - \frac{\tan r}{\tan i}) \simeq 3{,}3$ mm.

## Exercice 4 : Capteur de niveau d'eau




On désire connaitre le niveau du liquide dans un château d'eau. Pour cela, on l'quipe d'un capteur optique schématisé sur la figure ci-dessous. L'émetteur $E$, est un faisceau laser et le récepteur $R$ est une photodiode. Cette dernière fournit un signal électrique lorsqu'elle reçoit de la puissance lumineuse. L'indice du verre est $n = 1{,}5$ ; celui de l'air est 1.

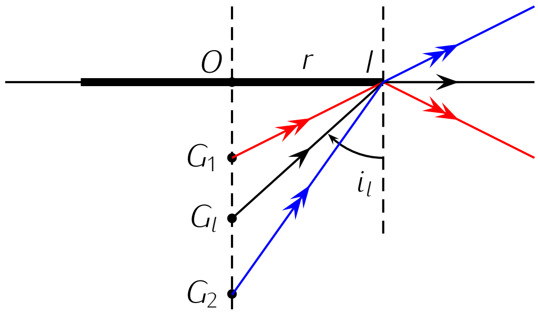
1. Montrer que le faisceau laser se réflechit totalement sur les faces et ressort en $R$.
2. À la place de l'air, il y a maintenant de l'eau d'indice $n' = 1{,}33$. Le récepteur $R$ reçoit il toujours de la lumière ?
3. Expliquer comment utiliser ce dispositif pour connaitre le niveau de remplissage du château d'eau.

1. L'angle limite de réflexion totale sur le dioptre verre/air vaut 41° alors que l'angle d'incidence vaut 45°. Il y a donc réflexion totale.
2. L'angle limite de réflexion totale sur le dioptre verre/eau vaut 62°, il y a donc réfraction dans cette situation.
3. En rapprochant horizontalement l'émetteur et le récepteur, celui-ci recevra de la lumière dès que le rayon frappe le dioptre verre/eau. La position de l'émetteur permet donc de connaitre le niveau d'eau.

## Exercice 5 : Grenouille cachée

Une grenouille est cachée dans l'eau d'indice $n \simeq 1{,}33$ sous le centre d'un nénuphar de rayon $r = 10$ cm.

Quelle profondeur maximale $h$ la grenouille ne doit elle pas dépasser pour qu'on ne puisse pas la voir de l'autre coté de la surface ?




Pour qu'on ne puisse pas voir la grenouille, il faut qu'aucun rayon provenant de cette dernière ne traverse la surface de l'eau.
Traçons une figure : s'il y a réfraction, comme la lumière passe du milieu d'indice $n$ à l'air d'indice $1 < n$ (moins réfringent), les rayons s'écartent de la normale. Au delà de l'angle d'incidence limite $i_l$, il y a réfraction totale. Prenons les rayons qui passent par $I$, au bord du nénuphar.
Si la grenouille est située en dessous de $G_l$ (par exemple en $G_2$), certains rayons arrivent sur la surface avec un angle inférieur à $i_l$ l'angle limite de réfraction et traversent la surface.
Ce n'est plus le cas si la grenouille se situe au-dessus de $G_l$ (par exemple en $G_1$).
Le cas limite correspond donc à $G_l$ pour lequel la profondeur est $h = OG_l$ et $n \sin i_l = 1 \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin i_l = \frac{1}{n}$ (optique).
On cherche maintenant une relation trigonométrique faisant intervenir $\sin i_l$.
Dans le triangle rectangle $OIG_l$, on exprime $\sin i_l = \frac{OI}{IG_l} = \frac{r}{\sqrt{h^2+r^2}}$ (mathématique).
On en déduit $\frac{1}{n} = \frac{r}{\sqrt{h^2+r^2}} \Rightarrow h = r.\sqrt{n^2-1} \simeq 8{,}8$ cm.

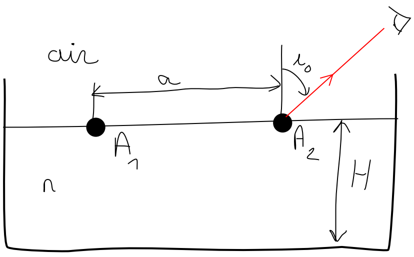
## Exercice 6 : Vu du fond de l'eau ...

Un poisson est posé sur le fond d'un lac : il regarde vers le haut et voit un disque lumineux de rayon $r$, centré sur sa verticale et dans lequel il voit tout ce qui est au dessus de l'eau.

1. Expliquez cette observation à l'aide d'une figure.
2. Le rayon du disque est $r = 30$ cm, en déduire la profondeur $h$ à laquelle se trouve le poisson.

1. 2. $i_{\text{lim}} = \arcsin \frac{1}{n_{\text{eau}}} \simeq 48{,}7$ ° et $h = \frac{r}{\tan i_{\text{lim}}} \simeq 26{,}3$ cm.

## Exercice 7 : Réfractomètre à fils




Deux fils parallèles $A_1$ et $A_2$, distants de $a$, sont maintenus à la surface d'un liquide d'indice n grâce à des flotteurs non représentés sur la figure. Le liquide est placé dans une cuve dont le fond est un miroir plan. La hauteur $H$ de liquide dans la cuve est facilement réglable grâce à un dispositif de vases communicants. On observe le fil $A_2$ sous une incidence $i_0$ donnée, et on règle $H$ de telle façon que l'image du fil $A_1$ par le miroir se superpose au fil observé. Exprimer l'indice $n$ du liquide en fonction de $i_0$ , $a$ et $H$.

$n = \sqrt{1 + \frac{4H^2}{a^2}} \sin(i_0)$