Fiche n° 2. Sources lumineuses et lois de Snell-Descartes

Réponses

2.1 a) .... $\boxed{\dfrac{\pi}{180} \times \alpha_{\text{deg}}}$

2.1 b) .... $\boxed{60 \times \alpha_{\text{deg}}}$

2.2 a) .... $\boxed{35°39'}$

2.2 b) .... $\boxed{1{,}715\,\text{rad}}$

2.2 c) .... $\boxed{60°20'}$

2.3 a) .... $\boxed{i}$

2.3 b) .... $\boxed{\dfrac{\pi}{2} - i}$

2.3 c) ..... $\boxed{\arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)}$

2.3 d) .. $\boxed{\dfrac{\pi}{2} - \arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)}$

2.4 a) .... $\boxed{16{,}3°}$

2.4 b) .... $\boxed{25{,}5°}$

2.4 c) .... $\boxed{22{,}0°}$

2.5 a) .... $\boxed{r - i}$

2.5 b) .... $\boxed{\pi - 2i}$

2.6 a) .... $\boxed{(\alpha_1 + \alpha_2) - \pi}$

2.6 b) .... $\boxed{r + r'}$

2.7 a) .... $\boxed{\text{Non}}$

2.7 b) .... $\boxed{60°}$

2.8 a) .... $\boxed{1{,}25}$

2.8 b) .... $\boxed{1{,}18}$

2.8 c) .... $\boxed{\text{Non}}$

2.9 a) .... $\boxed{\sqrt{1 - \dfrac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}}$

2.9 b) .... $\boxed{\cos(\theta_r) > \dfrac{n_2}{n_1}}$

2.9 c) .... $\boxed{\sin(\theta_i) < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$

Corrigés

2.2 a) On a $\alpha = 35° + 0{,}65 \times 60' = 35°39'$.

....

2.2 b) L'angle β vaut 98° et 15 minutes d'angle, c'est-à-dire $\beta = 98 + 15/60 = 98{,}25°$.

En radians, on a $\beta = 98{,}25° \times \dfrac{\pi}{180°} = 1{,}715\,\text{rad}$ (on garde 4 chiffres significatifs, comme la donnée de départ).

....

2.2 c) On a $\gamma = 1{,}053 \times \dfrac{180°}{\pi} = 60{,}33°$. Or, 0,33° correspondent à $0{,}33 \times 60 = 20'$. Donc $\gamma = 60°20'$.

....

2.3 a) On a $\alpha = i$. Il s'agit de la loi de Snell-Descartes pour la réflexion.

....

2.3 b) On a $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ et $\alpha = i$, donc $\beta = \dfrac{\pi}{2} - i$.

....

2.3 c) Loi de Snell-Descartes pour la réfraction donne : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(\delta)$. Donc $\delta = \arcsin\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin(i)\right)$.

....

2.4 a) Loi de Snell Descartes pour la réfraction donne : $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$. On obtient pour r :

$$r = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin(i)\right) \text{ et donc } r = \arcsin\left(\frac{1}{1{,}45} \times \sin(24{,}0)\right) = 16{,}3°.$$

Attention à bien régler la calculatrice en degré ou à convertir l'angle en radians.

....

2.4 b) Si la calculatrice est réglée en degré, on a : $r = \arcsin\left(\dfrac{1}{1{,}45}\sin(0{,}674 \times \dfrac{180}{\pi})\right) = 25{,}5°$.

2.4 c) On a $i = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\sin(r)\right)$ donc $i = \arcsin\left(\frac{1{,}45}{1}\sin 15{,}0\right) = 22{,}0°$.

2.5 a) On a $D_t = r - i$. Attention, i et r sont orientés dans le sens trigonométrique, alors que D_t est orienté dans le sens horaire.

2.5 b) On a $D_r - (-i) + i = \pi$ donc $D_r = \pi - 2i$.

2.6 a) On utilise le fait que la somme des angles d'un quadrilatère est égale à 2π dans OIAJ. Donc, on a

$$2\pi = A + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + (2\pi - (\alpha_1 + \alpha_2))\ ;$$

ainsi, on a $A = (\alpha_1 + \alpha_2) - \pi$.

2.6 b) On utilise le fait que la somme des angles d'un triangle est égale à π dans IAJ. Donc, on obtient $\pi = A + (\frac{\pi}{2} - r) + (\frac{\pi}{2} - r')$, et ainsi $A = r + r'$.

2.7 a) On a $\frac{n_1}{n_2}\sin(i) = \frac{1{,}5}{1{,}3}\sin(44°) = 0{,}8 < 1$. Il existe un rayon réfracté, il n'y a donc pas réflexion totale.

2.7 b) Comme n_1 est supérieur à n_2, il existe un tel angle limite, qui est $i_\ell = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsin\left(\frac{1{,}3}{1{,}5}\right) = 60°$.

2.8 a) D'après la loi de Snell-Descartes, on a $n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$. Donc,

$$n_2 = n_1 \frac{\sin(i)}{\sin(r)} = 1{,}37 \times \frac{\sin(20{,}0°)}{\sin(22{,}0°)} = 1{,}25.$$

2.8 b) On observe une réflexion totale si $\frac{n_1}{n_2} \times \sin(i) > 1$ donc si $n_2 < n_1 \times \sin(i) = 1{,}37 \times \sin(60{,}0°) = 1{,}18$.

2.8 c) L'angle limite au-delà duquel il y a réflexion totale est $i_\ell = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$. Un milieu ne peut pas avoir un indice plus petit que 1 (cela signifierait que la lumière s'y propage plus rapidement que dans le vide, ce qui n'est pas possible). Donc, pour $n_1 = 1{,}37$, le plus petit angle limite de réflexion totale est

$$i_{\ell,min} = \arcsin\left(\frac{1}{1{,}37}\right) = 46{,}9° > 40{,}0°.$$

Donc : non, il n'existe aucun milieu 2 qui permette d'observer une réflexion totale dans ces conditions.

2.9 a) On a $\cos(\theta_r) = \sqrt{1 - \sin^2(\theta_r)} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}}$.

2.9 b) Il s'agit d'un triangle rectangle, donc $i = \frac{\pi}{2} - \theta_r$. Donc la relation équivaut à $\frac{n_1 \sin(\frac{\pi}{2} - \theta_r)}{n_2} > 1$, c'est-à-dire à $\frac{n_1 \cos(\theta_r)}{n_2} > 1$ et donc à $\cos(\theta_r) > \frac{n_2}{n_1}$.

2.9 c) On a $\sqrt{1 - \frac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2}} > \frac{n_2}{n_1}$ donc $1 - \frac{\sin^2(\theta_i)}{n_1^2} > \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$ dont on déduit

$$\sin^2(\theta_i) < n_1^2\left(1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right) = n_1^2 - n_2^2.$$

Ainsi, on a $\sin(\theta_i) < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.

....