

**Conseils :**

- Ce devoir comporte 3 exercices indépendants.
- Le correcteur tiendra compte de la **présentation** (soin apporté aux schémas) et de la **rédaction de votre copie** : justifiez rapidement vos affirmations, donnez la **valeur littérale simplifiée** des résultats en fonction des données de l'énoncé, **vérifiez l'homogénéité et la cohérence** (tout résultat non homogène sera sanctionné).  
**Les résultats NON ENCADRÉS ne seront pas notés.** Laissez une marge à gauche pour le correcteur.
- Numérotez les questions et ajoutez le label de la marge Q1, etc.
- L'usage des **calculatrices est autorisé**.

## INSTABILITÉ DE TÔLE ONDULÉE

Lorsqu'une route en sable ou en gravier (masse volumique  $\rho \approx 2000 \text{ kg.m}^{-3}$ ) est soumise au passage répété de véhicules, des bosses régulièrement espacées apparaissent à sa surface. Ce phénomène, appelé instabilité de tôle ondulée (*washboard road*), est d'une part très gênant pour les passagers et d'autre part très dangereux à cause de la perte d'adhérence induite par les bosses.

Expérimentalement, on constate que cette instabilité apparaît uniquement si les voitures se déplacent au delà d'une vitesse critique  $v_c$ .

On remarque également que ce phénomène ne dépend que des paramètres suivants : la masse  $m$  du véhicule, la largeur du pneu  $L$ , la masse volumique de la piste  $\rho$ , l'accélération de la pesanteur  $g$  et bien sûr la vitesse  $v$  du véhicule.

On prendra numériquement  $g = 10$  en unité du système international.

- Q1 1. À partir de  $v$  et  $g$ , il est possible de construire une quantité, notée  $l_1$ , homogène à une longueur. Donner l'expression de  $l_1$ .
- Q2 2. De même, à partir des trois paramètres  $\rho$ ,  $m$  et  $L$ , il est possible de construire une quantité, notée  $l_2$ , homogène à une longueur. Donner l'expression de  $l_2$  sachant que  $\rho$  et  $L$  apparaissent avec la même puissance.
- Q3 3. Le rapport  $\frac{l_1}{l_2}$  est appelé nombre de Froude, noté  $F_r$ . Quel est sa dimension ?
- Q4 4. Expérimentalement, on observe que l'instabilité se développe lorsque le nombre de Froude dépasse un nombre de Froude critique  $F_{r,c}$ . Donnez alors l'expression de la vitesse critique  $v_c$  en fonction de  $F_{r,c}$ .
- Q5 5. Des expériences de laboratoire montrent que :  $F_{r,c} = 5$ . Quelle est alors la vitesse critique pour une voiture d'une tonne, dont les pneus ont une largeur de 20 cm ?

## MODÉLISATION DU HALO SOLAIRE

Données numériques :

- Célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
- Indice optique de l'air :  $n_a = 1,00$
- Indice optique de la glace :  $n_g = 1,31$ .

### A. La réfraction de la lumière

- Q6 1. On considère un milieu homogène, isotrope et transparent à la lumière. Donner l'expression de l'indice optique  $n$  de ce milieu en définissant les termes utilisés dans votre formule.
- On étudie le phénomène de la réfraction et de la réflexion de la lumière. Un rayon lumineux incident arrive sur un dioptre qui sépare deux milieux d'indice optique  $n_1$  et  $n_2$ . On note  $\theta_1$  l'angle d'incidence du rayon incident,  $\theta_1'$  l'angle que le rayon réfléchi fait avec la normale au dioptre, et  $\theta_2$  l'angle que le rayon réfracté fait avec cette même normale.
- Q7 2. Rappeler les lois de la réflexion et de la réfraction de Snell-Descartes et faire le schéma avec les notations de l'énoncé.
- Q8 3. Montrer que, dans le cas où  $n_2 < n_1$ , si  $\theta_1$  est supérieur à une valeur  $\theta_{lim}$ , le rayon incident est totalement réfléchi par le dioptre. Exprimer  $\theta_{lim}$  en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ .
- Q9 4. Dans le cas d'un dioptre séparant la glace (milieu 1) de l'air (milieu 2), calculer la valeur de  $\theta_{lim}$  en degrés.

### B. Le halo solaire

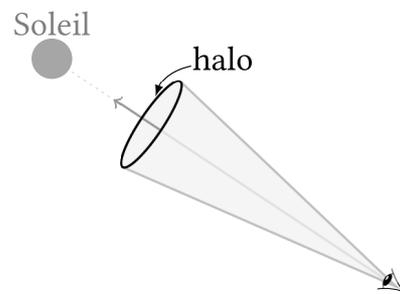


FIGURE 1 – Halo solaire. À gauche, photographie d'un halo solaire. À droite, géométrie du halo solaire : le halo apparaît sous la forme d'un cercle lumineux intense centré sur l'axe qui relie l'œil de l'observateur au Soleil.

Le halo solaire, ou anthélie, est un phénomène optique atmosphérique qui ressemble à un arc-en-ciel circulaire (voir figure 1 à gauche). Il apparaît sous la forme d'un cercle coloré dont le soleil occupe le centre. L'objectif de cette partie est la détermination du rayon angulaire du halo (qui représente l'angle au sommet du cône représenté sur la figure 1 à droite).

Le halo est dû à la réfraction de la lumière issue du soleil par de petits cristaux de glace en forme de bâtonnets. Les plus petits de ces cristaux (dont la taille peut être inférieure à  $20 \mu\text{m}$ ) ont un mouvement

erratique provoqué par le choc des molécules qui constituent l'air ; ils ont donc toutes les orientations possibles dans l'espace. Puisqu'on ne s'intéresse qu'à la déviation des rayons lumineux, on peut modéliser la réfraction de la lumière issue du soleil par l'ensemble de ces cristaux par la réfraction de la lumière par un seul cristal en considérant un angle d'incidence variable.

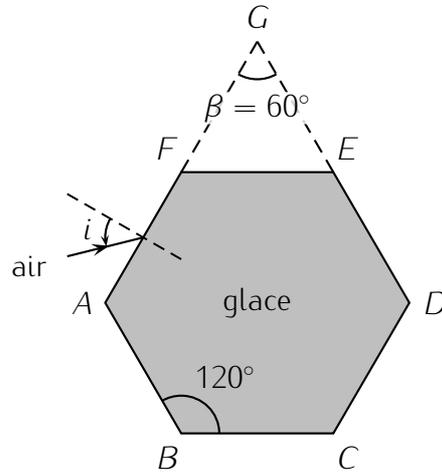


FIGURE 2 – Représentation de la section droite d'un cristal de glace et d'un rayon lumineux incident sur la face (AF) du cristal.

La figure 2 donne la représentation de la section droite d'un cristal de glace. Cette section présente la géométrie d'un hexagone régulier (ABCDEF). Un rayon lumineux incident, contenu dans le plan de cette section, atteint la face (AF) avec un angle d'incidence variable  $i$ . On étudie la déviation de ce rayon lumineux par le cristal.

- Supposons que le rayon qui entre dans le cristal atteint la face (EF) (voir figure 3 page 3).

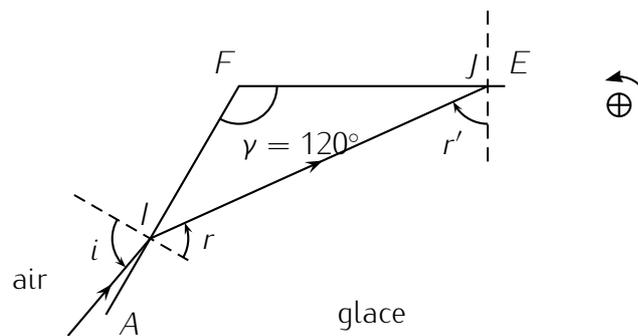


FIGURE 3 – Cas d'un rayon atteignant la face FE après être entré par la face AF.

- Q10 (a) Déterminer la relation entre l'angle de réfraction  $r$  en  $I$  et l'angle d'incidence  $r'$  en  $J$ . Justifier.
- Q11 (b) Déterminer la valeur maximale de l'angle de réfraction  $r$ .
- Q12 (c) En déduire que l'angle d'incidence  $r'$  est supérieur en valeur absolue à une valeur que l'on déterminera.
- Q13 (d) Le rayon lumineux peut-il alors sortir de la face (EF) ?
- Q14 2. Justifier qu'un rayon lumineux qui émerge par la face (CD) est parallèle au rayon lumineux incident et n'est donc pas dévié par le cristal de glace (voir figure 4 page 4).

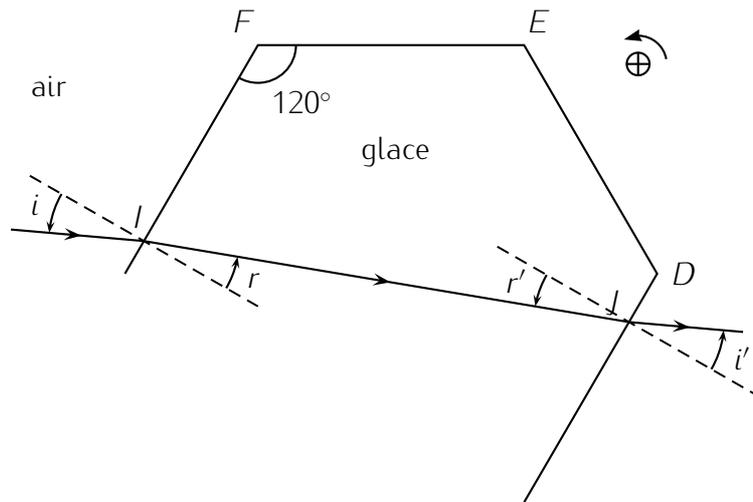


FIGURE 4 – Cas d'un rayon atteignant la face CD après être entré par la face AF

On considère le rayon émergent par la face (DE). Les faces (AF) et (DE) sont analogues aux faces d'un prisme de sommet G, d'angle au sommet  $\beta$  égal à  $60^\circ$  et d'indice optique égal à celui de la glace, à savoir  $n_g$  (voir figure 5 page 4). On sera très attentif à l'orientation des angles choisie sur cette figure.

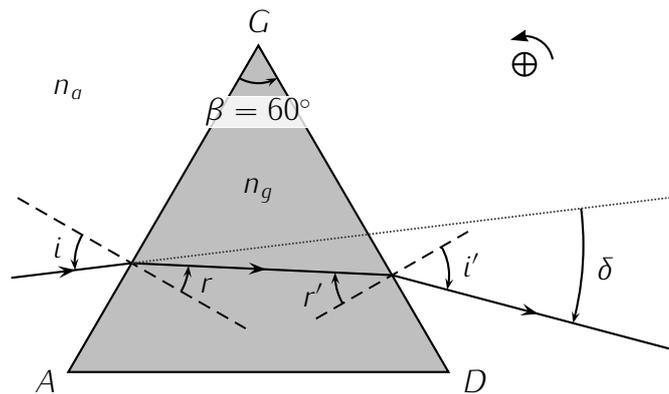


FIGURE 5 – Déviation du rayon lumineux incident par le prisme (ADG) d'indice optique  $n_g$ .

- Q15 3. Établir les expressions de  $\beta$  et  $\delta$  en fonction des angles de la figure, en respectant l'orientation choisie.
4. La figure 6 page 5 montre les variations de la déviation  $|\delta|$  en fonction de l'angle d'incidence  $i$ . On constate l'existence d'une valeur minimale dont on admet qu'elle est obtenue lorsque  $i = -i'$ .
- Q16 En déduire que dans cette configuration :

$$r = \frac{\beta}{2} \quad \text{et} \quad \sin(i) = \frac{n_g}{n_a} \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

- Q17 5. La figure 6 montre que la valeur minimale de  $|\delta|$  est approximativement égale à  $22^\circ$ . Retrouver ce résultat par le calcul.
- Q18 6. Expliquer pourquoi l'observateur observe une accumulation de lumière (le halo solaire) dans la direction qui correspond à une ouverture angulaire de  $22^\circ$  autour de l'axe dirigé de son œil vers le Soleil.

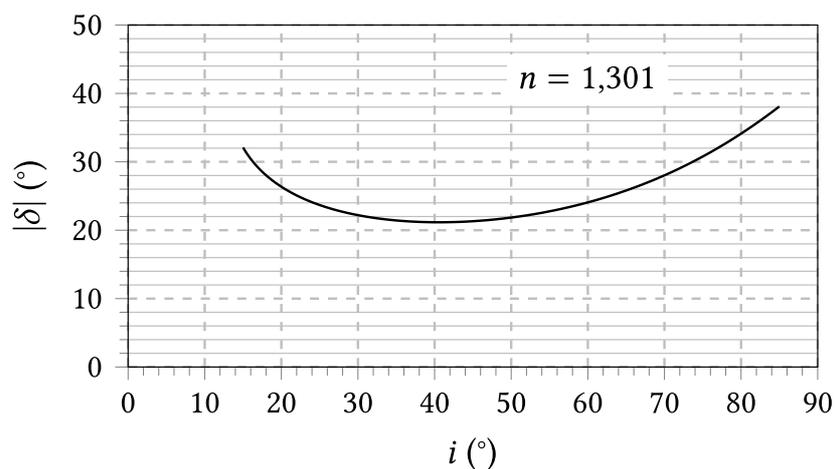


FIGURE 6 – Déviation du rayon lumineux en fonction de l'angle d'incidence.

- Q19 7. L'indice optique de la glace est une fonction décroissante de la longueur d'onde. On observe que le halo est irisé (l'irisation est la production des couleurs de l'arc-en-ciel par décomposition de la lumière du Soleil) : de l'intérieur vers l'extérieur du halo, les couleurs observées varient du rouge au bleu. Faire un schéma. Préciser si les résultats établis précédemment sont en accord avec cette observation.

## FIBRE OPTIQUE À SAUT D'INDICE

On s'intéresse à la propagation de la lumière dans une fibre optique dans le cadre de l'optique géométrique.

Une fibre optique à saut d'indice, représentée sur la figure 1 est formée d'un coeur cylindrique en verre d'axe  $(Ox)$ , de diamètre  $2a$  et d'indice  $n$  entouré d'une gaine optique d'indice  $n_1$  légèrement inférieur à  $n$ . Les deux milieux sont supposés homogènes, isotropes et transparents.

Un rayon situé dans le plan  $(Oxy)$  entre dans la fibre au point  $O$  avec un angle d'incidence  $\theta$ .

Les rayons lumineux sont supposés issus d'une radiation monochromatique de fréquence  $f$ .

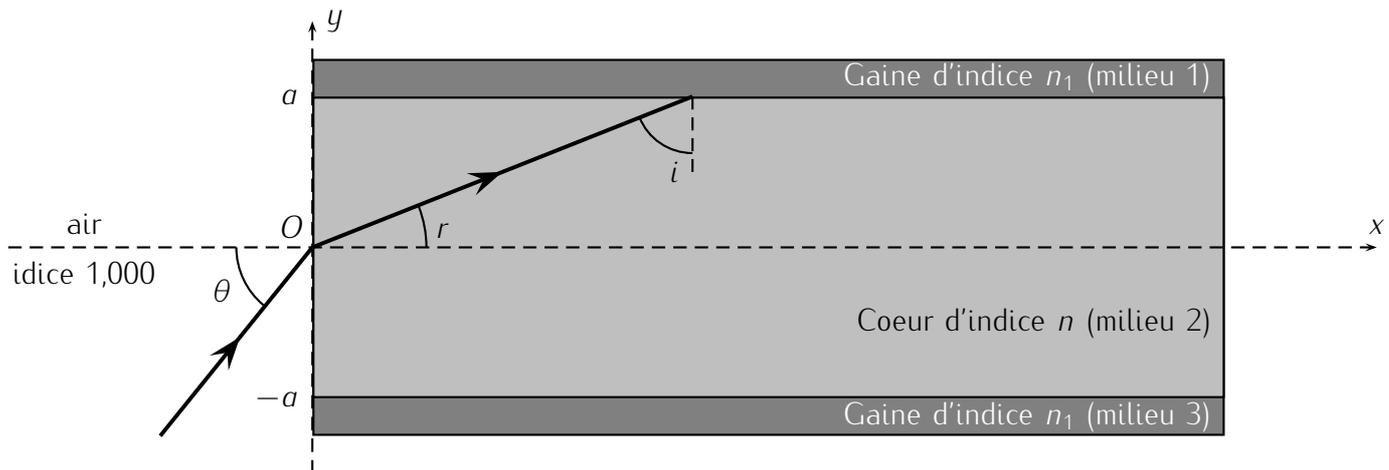


FIGURE 1 – Fibre optique en coupe

- Q20 1. Définir les termes homogène, transparent et isotrope.
- Q21 2. Les différents angles utiles sont représentés sur la figure 1. À quelle condition sur  $i$ , angle d'incidence à l'interface coeur/gaine, le rayon reste-t-il confiné à l'intérieur du coeur? On note  $i_l$  l'angle d'incidence limite.
- Q22 3. Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence  $\theta$  est inférieur à un angle limite  $\theta_l$  dont on exprimera le sinus en fonction de  $n$  et  $n_1$ .  
En déduire l'expression de l'ouverture numérique  $ON = \sin \theta_l$  de la fibre en fonction de  $n$  et  $n_1$  uniquement.
- Q23 4. Donner la valeur numérique de  $ON$  pour  $n = 1,50$  et  $n_1 = 1,47$ .
- Q24 On considère une fibre optique de longueur  $L$ . Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence  $\theta$  variable compris entre  $0$  et  $\theta_l$ . On note  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide.
- Q25 5. Pour quelle valeur de l'angle  $\theta$ , le temps de parcours de la lumière dans la fibre est-il minimal? maximal? Exprimer alors l'intervalle de temps  $\delta t$  entre le temps de parcours minimal et maximal en fonction de  $L$ ,  $c$ ,  $n$  et  $n_1$ .
- Q26 6. On pose  $2\Delta = \frac{n^2}{n_1^2} - 1$ . On admet que pour les fibres optiques  $\Delta \ll 1$  d'où  $\Delta \simeq \frac{n}{n_1} - 1$ .
- Q27 Montrer dans ce cas que l'expression de  $\delta t$  peut se mettre sous la forme approchée  $\delta t \simeq \frac{n\Delta}{c}$ .  
On conservera cette expression de  $\delta t$  pour la suite du problème.

On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse d'une durée caractéristique  $t_0 = t_2 - t_1$  formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre  $0$  et  $\theta_l$ . La figure 2 ci-dessous représente l'allure de l'amplitude  $A$  du signal lumineux en fonction du temps  $t$ .



FIGURE 2 – Impulsion lumineuse

- Q28 7. Reproduire la figure 2 en ajoutant à la suite l'allure du signal lumineux à la sortie de la fibre.
- Q29 Quelle est la durée caractéristique  $t'_0$  de l'impulsion lumineuse en sortie de fibre ?
- Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses (appelées "bits") périodiquement avec une fréquence d'émission  $F$ .
- Q30 8. En supposant  $t_0$  négligeable devant  $\delta t$ , quelle condition portant sur la fréquence d'émission  $F$  exprime le non-recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre optique ?
- Pour une fréquence  $F$  donnée, on définit la longueur maximale  $L_{\max}$  de la fibre optique permettant d'éviter le phénomène de recouvrement des impulsions.  
On appelle bande passante de la fibre le produit  $B = L_{\max} \cdot F$ .
- Q31 9. Exprimer la bande passante  $B$  en fonction de  $c$ ,  $n$  et  $\Delta$ .
- Q32 10. Calculer la valeur numérique de  $\Delta$  et de la bande passante  $B$  (exprimée en MHz.km) avec les valeurs de  $n$  et  $n_1$  données dans la question 3.
- Q33 Pour un débit d'information de  $F = 100 \text{ Mbits.s}^{-1} = 100 \text{ MHz}$ , quelle longueur maximale de fibre optique peut-on utiliser pour transmettre le signal ?  
Commenter la valeur de  $L_{\max}$  obtenue.

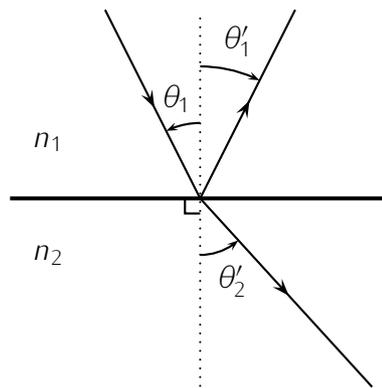
## INSTABILITÉ DE TÔLE ONDULÉE

- Q1 1. On a  $[v] = LT^{-1}$  et  $[g] = LT^{-2}$  donc  $l_1 = \frac{v^2}{g}$ .
- Q2 2. On a  $[m] = M$ ,  $[\rho] = ML^{-3}$  et  $[L] = L$  donc  $l_2 = \sqrt{\frac{m}{\rho L}}$ .
- Q3 3.  $Fr$  est le rapport de deux longueurs, c'est donc un nombre sans dimension.
- Q4 4. Au seuil de l'instabilité  $Fr_c = \frac{v_c^2}{g\sqrt{\frac{m}{\rho L}}}$ , donc  $v_c = \sqrt{Fr_c \times g\sqrt{\frac{m}{\rho L}}}$ .
5. Ainsi, la vitesse critique de la voiture décrite dans l'énoncé est d'environ  $8,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Dès que la voiture dépasse cette vitesse elle détériore la route et amplifie les rides présentes sur la route. On remarque alors que l'instabilité de tôle ondulée se développe très facilement car on ne peut pas raisonnablement demander aux automobilistes de conduire en dessous de  $32 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  dans beaucoup de situations.
- Q5

## MODÉLISATION DU HALO SOLAIRE

### A. La réfraction de la lumière

- Q6 1. Par définition,  $n = \frac{c}{v} \geq 1$  avec  $v$  la vitesse de la lumière dans ce milieu et de la célérité  $c$  de la lumière dans le vide.
2. 1ère loi (à ne pas oublier) : le rayon réfracté (s'il y a réfraction) et le rayon réfléchi appartiennent au plan d'incidence (c'est-à-dire le plan qui contient la normale au dioptre au point d'incidence et le rayon incident).
- Q7 2ème loi (réflexion) :  $\theta'_1 = -\theta_1$ ;
- 2ème loi (réfraction) : s'il y a réfraction, alors  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ .



**Attention aux orientations, depuis la normale vers les rayons.**

- Q8 3. La deuxième loi de la réfraction montre que  $\theta_2 > \theta_1$  si  $n_2 < n_1$ , or  $\theta_2$  ne peut pas dépasser  $\pi/2$  (en valeur absolue);  $\theta_1$  étant une fonction croissante de  $\theta_2$ , il existe donc une valeur maximale  $\theta_{lim}$  de  $\theta_1$  telle que  $\theta_2$  soit défini. Cette valeur étant atteinte en  $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ , on en déduit  $n_1 \sin \theta_{lim} = n_2 \sin \frac{\pi}{2}$ , d'où  $\theta_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ ; cette expression est bien définie car  $\frac{n_2}{n_1} \leq 1$ .
- Q9 4. Numériquement avec les valeurs de l'énoncé, on trouve  $\theta_{lim} = 49,8^\circ$ .

## B. Le halo solaire

1. Cas d'un rayon atteignant la face  $FE$

- Q10 (a) On complète les angles  $\widehat{FIJ} = \frac{\pi}{2} - r$  (en radian) et  $\widehat{FJI} = \frac{\pi}{2} + r'$  (attention à l'orientation positive des angles). En faisant la somme des angles dans le sens positif dans le triangle  $FIJ$ , on obtient  $\pi = \gamma + \frac{\pi}{2} - r + \frac{\pi}{2} + r' \Rightarrow \boxed{\gamma = r - r'}$ ; cf schéma figure 1 page 2.

*Faites un schéma sur la partie intéressante et citez le triangle ou les angles.*

- Q11 (b) Au maximum  $i = \pi/2$  d'où la valeur maximale de l'angle de réfraction  $r$  est  $r_{max} = \arcsin\left(\frac{n_a}{n_g}\right)$  (on passe d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent, donc on se rapproche de la normale, c'est pour cela que  $i$  atteint  $\pi/2$  avant  $r$ ).
- Q12 (c) D'après les questions précédentes  $r' = r - \gamma$ , or  $r < r_{max}$ , donc  $r' < r_{max} - \gamma$ . Toutefois,  $r'$  étant négatif, on en déduit  $\boxed{|r'| = -r' > \gamma - r_{max} = 70,2^\circ}$
- Q13 (d) On se rappelle que  $\theta_{lim} = 49,8^\circ$ , or on vient de trouver que  $r'$  est toujours plus grand en valeur absolue que  $70^\circ$  et donc il y aura toujours **réflexion totale** sur la face  $(EF)$  et les rayons ne peuvent donc pas sortir par cette face.

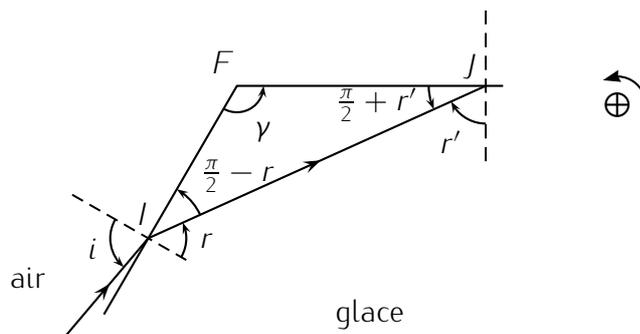
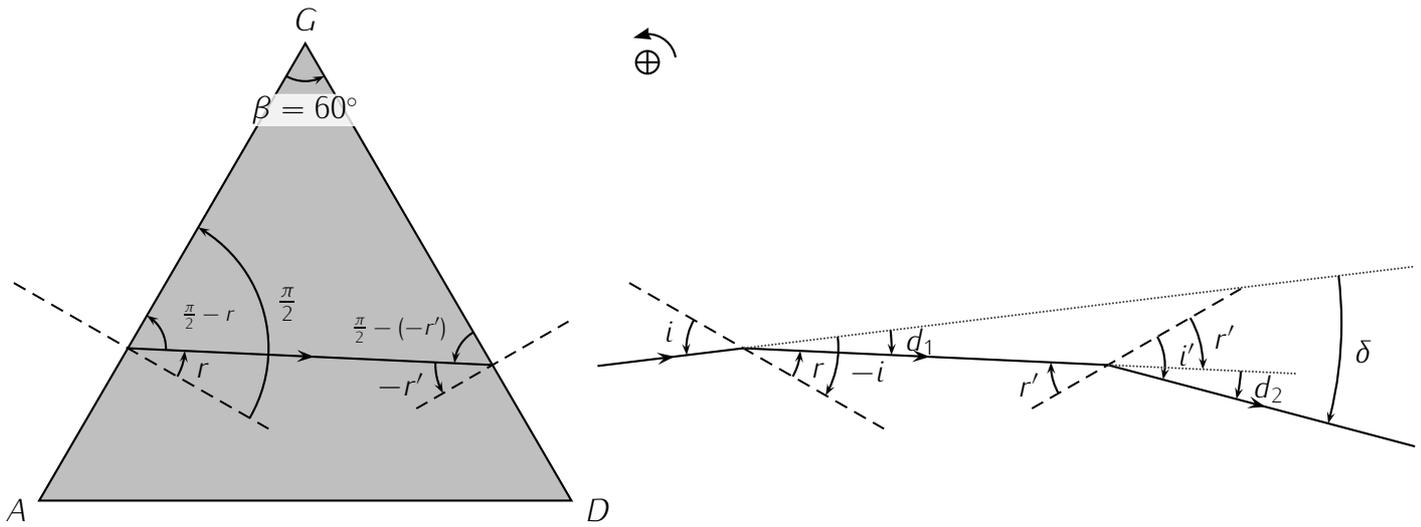


FIGURE 1 – Cas d'un rayon atteignant la face  $FE$  après être entré par la face  $AF$ .

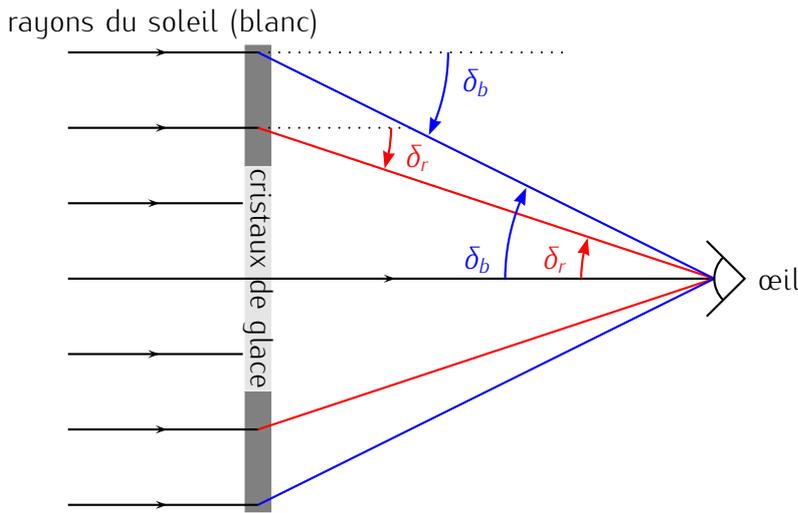
- Q14 2. Les faces  $(CD)$  et  $(AF)$  sont parallèles, donc leur normale sont parallèles aussi. Ainsi les angles  $r$  et  $r'$  sont alternes-internes et donc égaux. En appliquant les lois de Snell-Descartes en  $I$  et en  $J$ , on obtient  $n_a \sin i = n_g \sin r$  et  $n_g \sin r' = n_a \sin i'$ , mais puisque  $r = r'$  on en déduit  $\sin i = \sin i'$  et donc  $i = i'$  puisque l'on est dans l'intervalle  $[-\pi/2, \pi/2]$ . Ainsi le rayon émerge parallèlement au rayon incident : il n'est pas dévié.



- Q15 3. Figure de gauche ci-dessus, la somme des angles dans le triangle  $G I J$  vaut  $\pi = \beta + \frac{\pi}{2} - r + \frac{\pi}{2} + r'$ , ce qui donne  $\boxed{\beta = r - r'}$ .  
 Par déviations successives (depuis les prolongement des rayons incidents vers les rayons émergents),  $\delta = d_1 + d_2$ . Or sur le schéma ci-dessus à droite, on voit  $d_1 + (-r) = -i$  et  $r' + d_2 = i'$  d'où  $\boxed{\delta = -i + r + i' - r'}$ .

**Schéma indispensable, surtout pour la déviation.**

- Q16 4. Si  $i = -i'$ , alors en utilisant les relations de Snell-Descartes,  $r = -r'$ . On en déduit dans cette configuration  $2r = \beta$  (relation 1 précédente) et donc  $\boxed{r = \frac{\beta}{2}}$ . De même  $\delta = -2i + 2r = -2i + \beta$ .  
 Or  $n_a \sin i = n_g \sin(r) \Rightarrow \boxed{\sin(i) = \frac{n_g}{n_a} \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$ .
- Q17 5. Numériquement on peut tirer  $i$  de la question précédente, puis on en déduit  $\delta = -2i + \beta = \boxed{-21,8^\circ}$ . C'est cohérent avec  $|\delta| \simeq 22^\circ$ .
- Q18 6. Au voisinage du minimum, plusieurs rayons avec des  $i$  proches vont donner quasiment le même  $\delta$ , ce qui donne une accumulation d'énergie dans cette direction (cf corrigé DM arc-en-ciel pour plus de détails). De plus, les cristaux ayant toutes les directions et étant nombreux, lorsque qu'un observateur regarde le soleil, il verra des cristaux "bien orientés" dans tout un cône centré sur le soleil et d'angle au sommet  $21,8^\circ$ . Voir schéma pour la question ci-après pour plus de détails.
- Q19 7. L'indice optique de la glace étant une fonction décroissante de la longueur d'onde,  $i$  l'est aussi (d'après  $\sin(i) = \frac{n_g}{n_a} \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)$ ). Ainsi  $|\delta| = -\delta = 2i - \beta$  l'est aussi. Le rouge ( $\lambda = 600 - 800$  nm) est donc moins dévié que le bleu-violet ( $\lambda = 400 - 480$  nm). On notera  $\delta_r$  et  $\delta_b$  les déviations pour le rouge et le bleu avec  $\delta_r < \delta_b$ . Pour le schéma, il s'agit surtout de représenter des rayons qui arrivent dans l'œil et de ne pas oublier qu'il y a une symétrie de révolution autour de l'axe œil - soleil.



Les rayons lumineux qui arrivent dans l'œil vu de l'intérieur ont, d'après le schéma, une déviation inférieure à ceux qui arrivent à l'extérieur. Vu les remarques précédentes, on en déduit que le rouge est à l'intérieur et le bleu à l'extérieur, ce qui est cohérent avec la proposition de l'énoncé.

## FIBRE OPTIQUE À SAUT D'INDICE

Physique II – PC – Mines Ponts – 2011

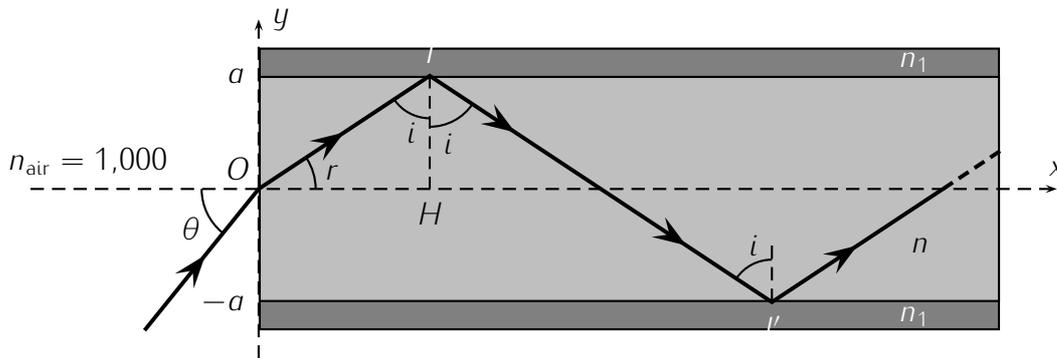


FIGURE 1 – Fibre optique en coupe

- Q20
1. ➤ Homogène : mêmes propriétés en tout point,
  - Transparent : laisse passer l'onde sans l'atténuer par absorption,
  - Isotrope : les propriétés physiques ne dépendent pas de la direction de propagation de l'onde.
  2. Comme  $n > n_1$ , pour qu'il y ait réflexion totale en I puis I' ... il faut et il suffit que  $i > i_l$  l'angle limite de réfraction. Pour  $i = i_l$  il y aurait réfraction rasante dans le milieu d'indice  $n_1$  soit d'après la loi de Snell Descartes,  $n \sin i_l = n_1 \sin \frac{\pi}{2}$

Q21 La condition cherchée est donc  $i > i_l = \arcsin \frac{n_1}{n}$

**Expression à démontrer, n'oubliez pas de dire si i est inférieur ou supérieur à  $i_l$ . Idem ci-dessous pour  $\theta$  et  $\theta_l$ .**

3. Dans le triangle (OIH) rectangle en H, on peut écrire  $r + i + \frac{\pi}{2} = \pi$  soit  $r = \frac{\pi}{2} - i$ .  
D'après la loi de Snell Descartes en O,  $\sin \theta = n \sin r = n \sin(\frac{\pi}{2} - i) = n \cos i$ .

- Q22 La fonction  $\cos$  est décroissante pour des angles compris entre  $0$  et  $\frac{\pi}{2}$  d'où  $i > i_l \Rightarrow \cos i < \cos i_l$  et  $\sin \theta = n \cos i \Rightarrow \boxed{\sin \theta < \sin \theta_l = n \cos i_l}$   
 On a vu que  $\sin i_l = \frac{n_1}{n}$  or  $\cos^2 i_l = 1 - \sin^2 i_l$  d'où une ouverture numérique

$$ON = \sin \theta_l = n \cdot \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n^2}} \Rightarrow \boxed{ON = \sqrt{n^2 - n_1^2}}$$

Q23

- Q24 4. L'application numérique donne  $\boxed{ON = \sqrt{1,50^2 - 1,47^2} \simeq 0,298}$

**3 C.S. Cherchez systématiquement à simplifier les expressions obtenues, les AN seront plus simples !**

5. La lumière reste dans le cœur de la fibre, milieu homogène et transparent d'indice  $n$ . Sa vitesse  $v = \frac{c}{n} = \frac{d}{t}$  est donc partout la même d'où un temps de parcours  $t$  proportionnel à la distance  $d$  parcourue dans la fibre.  
 Le temps de parcours est minimal pour le trajet le plus court c'est à dire selon l'axe  $Ox$ , autrement dit pour  $\boxed{\theta = 0}$ .  
 Au contraire, le temps de parcours sera maximal si la distance  $Ol + Il' + \dots = \frac{OH}{\sin i} + \frac{2OH}{\sin i} + \dots$  est maximale tout en gardant une réflexion totale sur les dioptrés  $n \rightarrow n_1$  c'est à dire pour  $r = r_l \Rightarrow \boxed{\theta = \theta_l}$ .

Q25

**Prenez le temps de justifier, même rapidement, vos réponses**

Le temps minimum de parcours (pour  $\theta = 0$ ) est  $t_{\min} = \frac{d_{\min}}{v} = \frac{L}{c/n} = \frac{nL}{c}$

Le temps maximum (pour  $\theta = \theta_l$ ) est quant à lui

$$t_{\max} = \frac{d_{\max}}{v} = \frac{nd_{\max}}{c} \text{ avec } d_{\max} = Ol + Il' + \dots = \frac{OH}{\sin i_l} + 2 \cdot \frac{OH}{\sin i_l} + \dots = \frac{N \cdot OH}{\sin i_l}$$

si le rayon coupe  $N$  fois l'axe  $Ox$  lors du parcours. On a par ailleurs

$$L = N \cdot OH \Rightarrow N = \frac{L}{OH} \Rightarrow d_{\max} = \frac{L}{\sin i_l} = \frac{nL}{n_1} \Rightarrow t_{\max} = \frac{nd_{\max}}{c} = \frac{n^2 L}{n_1 c}$$

Q26 et finalement

$$\delta t = t_{\max} - t_{\min} = \frac{n^2 L}{n_1 c} - \frac{nL}{c} \Rightarrow \boxed{\delta t = \frac{nL}{c} \left[ \frac{n}{n_1} - 1 \right]}$$

- Q27 6. En remplaçant  $\Delta \simeq \frac{n}{n_1} - 1$  dans l'équation précédente, on obtient  $\boxed{\delta t \simeq \frac{nL\Delta}{c}}$ .

**La suite des questions fait plus appel au bon sens qu'à des éléments du cours, tentez votre chance.**

7. L'impulsion lumineuse étant injectée avec un angle  $0 < \theta < \theta_l$ , certains rayons parviendront plus rapidement à l'autre extrémité de la fibre.  
 Cela se traduira par un  $\boxed{\text{étalement temporel plus important en sortie}}$ .

Q28

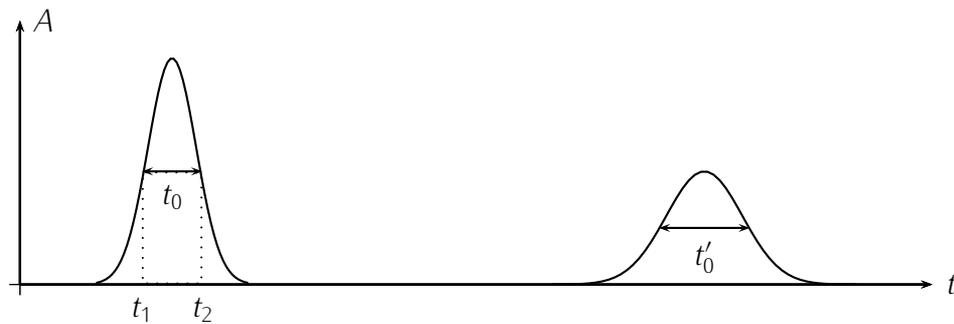


FIGURE 2 – Impulsion lumineuse

Q29

Les rayons sont décalés dans le temps de  $\delta t$  au maximum et on peut donc estimer  $t'_0 = t_0 + \delta t$ .

8. En supposant  $t_0 \ll \delta t$  on a  $t'_0 = t_0 + \delta t \simeq \delta t$ .

Lors de l'émission, deux impulsions sont séparées d'une durée  $T = \frac{1}{F}$  et à la sortie de la fibre on n'aura pas de recouvrement si l'étalement des impulsions est supérieur à  $T$  soit

Q30

$$t'_0 \simeq \delta t > T \Rightarrow \frac{1}{F} > \delta t \Rightarrow F < \frac{1}{\delta t} = \frac{c}{Ln\Delta}$$

### Homogène et cohérent

9. On peut interpréter la relation précédente en considérant qu'à  $F$  donnée, on n'a pas de recouvre-

Q31

ment temps que  $L < \frac{c}{Fn\Delta} = L_{\max}$  d'où  $B = F \cdot L_{\max} = \frac{c}{n\Delta}$ .

Q32

10. Applications numériques :  $\Delta = \left[ \frac{n}{n_1} - 1 \right] \simeq 2,04 \cdot 10^{-2}$  et  $B = \frac{c}{n\Delta} \simeq 9,60 \cdot 10^9 \text{ m.s}^{-1}$

Q33

Pour  $F = 100 \cdot 10^6 \text{ Hz}$ , on calcule ensuite  $L_{\max} = \frac{c}{Fn\Delta} \simeq 98 \text{ m}$ .

Cet ordre de grandeur montre que ce type de fibre peut être utilisée lorsque l'émetteur et le récepteur sont est assez proches (entre deux bâtiments par exemple) mais pas au delà.