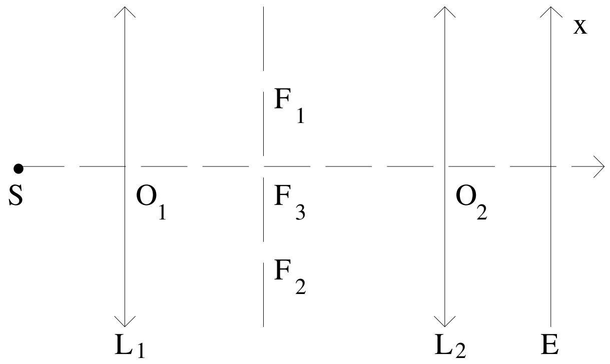
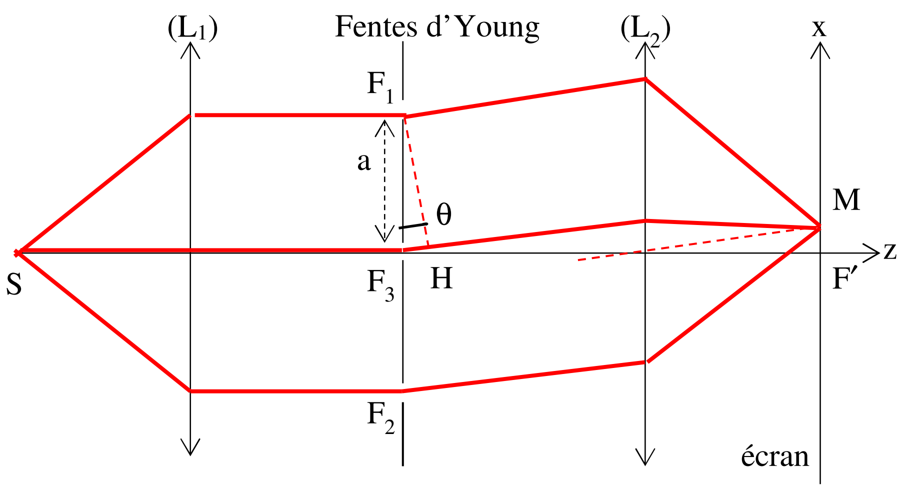
1.5 Interférences à N ondes-Exercice 5

Trois fentes (F_1), (F_2) et (F_3) très fines, identiques, distantes de a, sont éclairées par un faisceau cylindrique de lumière monochromatique obtenu en plaçant dans le plan focal objet de la lentille (L_1) une fente source S très fine perpendiculaire à l'axe de (L_1). La source et les fentes sont parallèles.
En raison des phénomènes de diffraction, les fentes forment trois sources cohérentes.

Déterminer l'éclairement $\varepsilon(x)$ de l'écran (E) placé dans le plan focal image d'une lentille (L_2) de distance focale f. Représenter $\varepsilon(x)$. Que voit-on sur l'écran ?



1.5 Interférences à N ondes-Exercice 5



Les trois ondes sont <u>cohérentes</u> car synchrones et issues d'une même source. On additionne leurs amplitudes avant de calculer l'intensité car elles vont interférer :

$$\underline{E}(M,t)=\underline{E}_1(M,t)+\underline{E}_2(M,t)+\underline{E}_3(M,t)=E_0e^{i(\omega t-\varphi_1(M))}+E_0e^{i(\omega t-\varphi_2(M))}+E_0e^{i(\omega t-\varphi_3(M))}$$

Astuce : on factorise par $\underline{E}_3(M,t)$ pour respecter la symétrie par rapport à l'axe Oz

$$\underline{E}(M,t)=E_0e^{i(\omega t-\varphi_3(M))}[e^{i(\varphi_3(M)-\varphi_1(M))}+e^{i(\varphi_3(M)-\varphi_2(M))}+1]$$

On a : $\varphi_3(M)-\varphi_1(M)=\dfrac{2\pi}{\lambda_0}\delta$

Avec : $\delta = (SM)_3 - (SM)_1 = F_3H$ car $(F_1M) = (HM)$ (principe du retour inverse et théorème de Malus)

Or : $F_3H = a\sin\theta \approx a\theta$ et $\tan\theta=\dfrac{x}{f}$

D'où : $\delta=\dfrac{ax}{f}$ puis $\varphi_3(M)-\varphi_1(M)=\dfrac{2\pi}{\lambda_0}\dfrac{ax}{f}$ De même : $\varphi_3(M)-\varphi_2(M)=-\dfrac{2\pi}{\lambda_0}\dfrac{ax}{f}$

Donc : $\underline{E}(M,t)=E_0e^{i(\omega t-\varphi_3(M))}[e^{i\frac{2\pi ax}{\lambda f}}+e^{-i\frac{2\pi ax}{\lambda f}}+1]=E_0e^{i(\omega t-\varphi_3(M))}[1+2\cos\left(\dfrac{2\pi ax}{\lambda f}\right)]$

Puis : $\varepsilon(M)=\dfrac{1}{2}K\underline{E}(M,t).\underline{E}^*(M,t)=\dfrac{1}{2}KE_0^2[1+2\cos\left(\dfrac{2\pi ax}{\lambda f}\right)]^2$

En posant $\varepsilon_0=\dfrac{1}{2}KE_0^2$, on a : $\boxed{\varepsilon(M)=\varepsilon_0[1+2\cos\left(\dfrac{2\pi ax}{\lambda f}\right)]^2}$

ε ne dépend que de x => <u>franges rectilignes</u> x= constante d'interfrange $i=\dfrac{\lambda f}{a}$

Pour x = 0 [i] : $\varepsilon(M) = 9\varepsilon_0$ <u>Frange très brillante</u>
Pour x = i/2 [i] : $\varepsilon(M) = \varepsilon_0$ <u>Frange peu brillante</u>
Pour x = i/3 [i] : $\varepsilon(M) = 0$ <u>Frange sombre</u>
Pour x = 2i/3 [i] : $\varepsilon(M) = 0$ <u>Frange sombre</u>