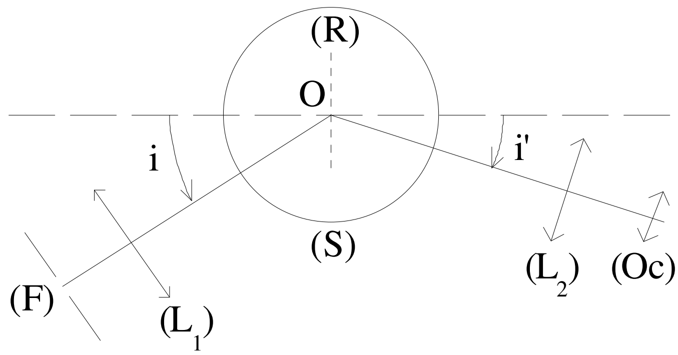
1.5 Interférences à N ondes-Exercice 4

On considère un spectroscope à réseau, il comprend :

- un collimateur constitué d'une lentille (L_1) et d'une fente (F) placée en son foyer.
- un support gradué (S), horizontal sur lequel est posé un réseau (R) dont les traits sont verticaux.
- une lunette composée de la lentille (L_2) et de l'oculaire (Oc).

On utilise comme source lumineuse une lampe spectrale à mercure et on fait en sorte que i' soit nul pour l'ordre 2 de la raie $\lambda_1 = 0{,}546\ \mu m$.



a-Calculer i connaissant le pas du réseau a = 2 µm.

b-La fente (F) ayant une largeur très faible, on distingue dans l'ordre 2 les deux raies du doublet jaune, l'une λ_2 pour $i_2' = 1°46'30''$, l'autre λ_3 pour $i_3' = 1°53'30''$. Calculer λ_2 et λ_3.

c-Le réseau ayant une largeur □ = 2 cm, calculer la largeur angulaire des maximums principaux pour λ_2 et λ_3. Les deux raies sont-elles séparées ?

d-En fait la fente (F) a une largeur e = 0,2 mm. La distance focale du collimateur est f = 20 cm.
Entre quelles limites l'angle d'incidence i va-t-il varier ?
En déduire les limites de variations des angles i_2' et i_3' des deux raies du doublet jaune du mercure.
Le doublet est-il séparé ?

1.5 Interférences à N ondes-Exercice 4

---

a-Formule fondamentale des réseaux : $\sin i' - \sin i = p\dfrac{\lambda}{a}$

Ici on a $\lambda = \lambda_1 = 0{,}546$ µm, $i' = 0$ et $p = 2$, donc : $-\sin i = 2\dfrac{\lambda_1}{a}$ A.N : $i = -33{,}09° = -33°5'35''$

b-On a : $\lambda_2 = \dfrac{a}{2}(\sin i_2' - \sin i) = \dfrac{a}{2}\sin i_2' + \lambda_1$ A.N : $\lambda_2 = 0{,}577$ µm

On a : $\lambda_3 = \dfrac{a}{2}(\sin i_3' - \sin i) = \dfrac{a}{2}\sin i_3' + \lambda_1$ A.N : $\lambda_3 = 0{,}579$ µm

c-La demi-largeur à la base d'une frange brillante est donnée par : $\Delta\Phi = \dfrac{2\pi}{N}$

Avec ici : N = nombre de traits = □/a et Φ = déphasage entre deux rayons voisins $= \dfrac{2\pi}{\lambda}a(\sin i' - \sin i)$

i' étant petit : $\Phi \approx \dfrac{2\pi}{\lambda}a(i' - \sin i)$ => $\Delta\Phi \approx \dfrac{2\pi}{\lambda}a\Delta i'$

On a donc : $\dfrac{2\pi}{N} = \dfrac{2\pi}{\lambda}a\Delta i'$ D'où la demi-largeur angulaire d'une frange brillante : $\boxed{\Delta i' = \dfrac{\lambda}{\ell}}$

Pour λ_2 : largeur angulaire totale $2\Delta i_2' = 2\dfrac{\lambda_2}{\ell}$ = $5{,}8.10^{-5}$ rad = $3{,}3.10^{-3}$ ° = 12''

Pour λ_3 : largeur angulaire totale $2\Delta i_3' = 2\dfrac{\lambda_3}{\ell}$ = $5{,}8.10^{-5}$ rad = $3{,}3.10^{-3}$ ° = 12''

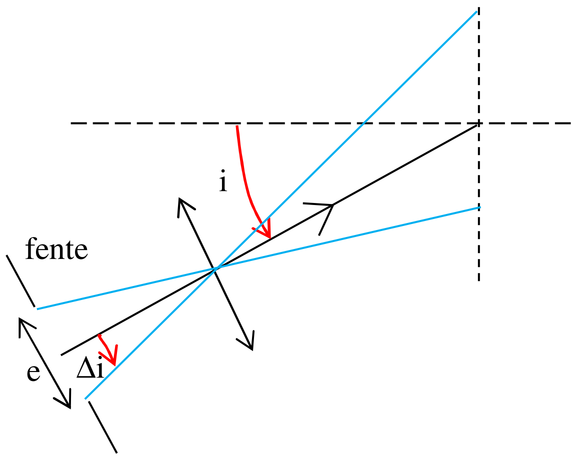
Les centres des deux raies sont séparés de $i_3' - i_2' = 7'$ ce qui est supérieur à leur largeur angulaire.
Les deux raies sont donc bien séparées.

d-i va varier maintenant entre $i - \Delta i$ et $i + \Delta i$

On a : $\tan\Delta i = \dfrac{e}{2f} \approx \Delta i$

A.N : $\Delta i = 5.10^{-4}$ rad = $2{,}86.10^{-2}$ ° = 1'43''

Donc : $\boxed{-33°7'18'' < i < -33°3'52''}$



Puis $\sin i_2' = \sin i + 2\dfrac{\lambda_2}{a}$ => $\boxed{1{,}75° = 1°45'9'' < i_2' < 1{,}80° = 1°48'2''}$

Puis $\sin i_3' = \sin i + 2\dfrac{\lambda_3}{a}$ => $\boxed{1{,}87° = 1°52'2'' < i_3' < 1{,}92° = 1°54'54''}$

Les deux plages angulaires associées aux deux longueurs d'onde ne se recouvrent pas donc le doublet est séparé.
