

Ensemble et applications - Sommes études de fonctions-fonctions usuelles

Semaine du 7 octobre 2024 : Algèbre - chapitre 2 : **Ensembles et applications**
 Algèbre - chapitre 3 : Sommes et produit (jusqu'à p9 incluse)
 Analyse Chapitre 1 : **Etude de fonctions**
 Analyse Chapitre 2 : Etude de fonction (partie 1 : famille exponentielle)

? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

► **AN1 : Etudes de fonctions**

- Qu'est ce qu'une fonction paire ? Impaire ? majorée ? minorée ? bornée ?
- Quelles sont les effets des opérations $f(x+a)$, $f(x)+a$, etc. sur le graphe d'une fonction f ?
- Qu'est-ce qu'une fonction croissante ? Décroissante ? Strictement croissante ? Monotone ?
- Qu'est ce que la dérivée d'une fonction en un point ? Quelles interprétations à cette dérivée ?
- Donner la formule de dérivation du produit, du quotient, de la composition de fonctions dérivable.
- Donner la formule de dérivation de la bijection réciproque, en précisant bien les conditions d'utilisation.
- Qu'est-ce qu'une primitive ? Comment calculer une intégrale à partir d'une primitive ?
- Qu'est ce qu'une fonction de deux variables ? Qu'est ce que les dérivées partielles ?

► **AN2 : fonctions usuelles**

- Comment sont construites les fonctions \ln et \exp ?
- Comment montrer les formules autour de \ln ? Et celle de \exp ?
- Que signifie x^α pour α réel ?
- Qu'est ce que les croissances comparées ? Est-ce que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x}} = +\infty$ par croissances comparées ?

► **AL2 : Ensembles et applications**

- Que signifie $x \in A$? $A \subset B$? \bar{A} ?
- Comment montrer $A \subset B$?
- Qu'est-ce qu'une application ? Que note-t-on $f(A)$ et $f^{-1}(B)$?
- Si on parle de $f^{-1}(B)$, où B est un ensemble, est-ce que ça veut dire qu'on parle de la bijection réciproque de f ?
- Qu'est ce qu'une application injective ? Surjective ? Bijective ? Donner des exemples pour chacune de ces définitions.
- Énoncez la caractérisation de la bijection à partir de l'existence d'une fonction g vérifiant certaines propriétés.
- Comment peut-on (parfois) obtenir l'expression de f^{-1} ?

► **AL3 : Sommes et produits**

- Que signifie $\sum_{i \in I} x_i$? $\prod_{i \in I} x_i$?
- Comment gère-t-on un changement d'indice ? Peut-on poser $i = 2k$ comme changement ? et pourquoi pas ?
- Qu'est-ce qu'une somme télescopique ?
- Donnez les valeurs de $\sum_{k=0}^n k$, $\sum_{k=0}^n k^2$ et $\sum_{k=0}^n q^k$.
- Qu'est ce que les coefficients binomiaux ? Donnez les différentes formules autour de ces coefficients.
- Énoncez la formule du binôme de Newton.

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

1. Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction en justifiant rigoureusement les problèmes de composition.
2. Etudier une fonction à partir de sa dérivée et son tableau de variation (avec des limites simple à calculer)
3. Etudier les problèmes de dérivation en un point a priori problématique (cf exo 6 et 9 du TD)
4. Tracer le graphe représentatif d'une fonction à partir de son étude.
5. Montrer une inclusion d'ensemble.
6. Montrer qu'une application est injective, surjective, bijective.
7. Déterminer l'image d'un ensemble. Calculer l'image réciproque d'un ensemble.
8. Déterminer l'expression de f^{-1} pour une application bijective en résolvant l'équation $y = f(x)$.
9. Manipulation de sommes (changement de variable, factorisation, télescopage etc...).



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

Les démonstrations ci dessous peuvent être demandées :

- ▶ Montrez la formule de la somme télescopique.
- ▶ Relation triangulaire de Pascal
- ▶ Construction de $x \mapsto \sqrt[n]{x}$.
- ▶ Théorème de la bijection monotone.