TD n° 7.
Calculs d'intégrales : indications.

Applications directes du cours

Exercice 1

Exercice 2 Calculez les intégrales suivantes :

3. Par parties.
4. Le plus simple ici est de faire deux IPP de suite.
6. Calculez $\int_{-1}^{\pi} x^2 e^{(1+i)x} \mathrm{d}x$, et en prendre la partie réelle. On peut faire deux IPP de suite, ou chercher une primitive de la forme $(ax^2 + bx + c)e^{(1+i)x}$.

Exercice 3 Calculez les intégrales suivantes :

3. C'est le cours : on fait apparaître la dérivée du dénominateur au numérateur, etc...
5. D'abord écrire que $t^3 = t^3 - t + t = (t^2 - 1)t + t$. Puis c'est du cours.
7. Écrire que
$$\begin{aligned} t^4 &= t^4 + 2t^3 - 2t^3 \\ &= t^3(t+2) - 2t^3 - 4t^2 + 4t^2 \\ &= t^3(t+2) - 2t^2(t+2) + 4t^2 + 8t - 8t \\ &= (t^3 - 2t^2)(t+2) + 4t(t+2) - 8t - 16 + 16 \\ &= 2t^2)(t+2) + 4t(t+2) - 8(t+2) + 16 \end{aligned}$$
et ensuite c'est du cours.
8. Partir de $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}t}{1+t^2}$ qu'on intégre par parties. On tombe sur $\int_0^1 \frac{t^2}{(1+t^2)^2}\mathrm{d}t$. On écrit alors que $t^2 = t^2 + 1 - 1$.

Exercice 4

Exercices classiques

Exercice 5 Calculez les intégrales suivantes :

2. Poser $t = \mathrm{sh}(u)$.
3. Poser $u = \ln(x)$.
4. Poser $u = 2\sin(x)$.
5. Dérivée de fonctions composées.
6. Poser $u = \sin(t)$.
7. Poser $u = x^2$.

8. Poser $u = \mathrm{ch}(x)$.
9. Poser $u = x^2$.
10. Poser $u = e^x$.
12. Poser $x = \mathrm{sh}(u)$.
15. Poser $u = \cos(x)$.

Exercice 6 Calculez les primitives des fonctions suivantes sur un intervalle à déterminer.

1. On écrit que $-x^2 - 2x = 1 - (x+1)^2$.
4. Faîtes apparaître la dérivée de ce qui est sous la racine au numérateur, et séparer en une somme à deux termes : $\frac{1}{2}\frac{-2x+3}{\sqrt{(x-1)(2-x)}}$ et $\frac{5}{2}\frac{1}{\sqrt{(x-1)(2-x)}}$. La première intégrale se calcule par dérivée de fonctions composées, la deuxième en mettant $(x-1)(2-x)$ sous forme canonique, on obtient la dérivée d'un arcsinus.
6. Poser $x = 2\sin(u)$.

Exercice 7 Pour le 1 : IPP puis écrire $\frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{x^3 - x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

Pour le 2 : IPP