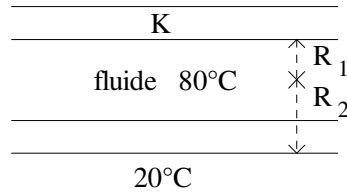


3.3 Diffusion thermique-Exercice 27

On considère un tuyau de longueur infinie, de rayon intérieur $R_1 = 10$ cm et de rayon extérieur $R_2 = 11$ cm. Il possède une conductivité thermique $K = 16 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, et permet le transport d'un fluide à la température de 80°C . Le milieu extérieur est à la température de 20°C .

Calculer la quantité de chaleur cédée à l'extérieur par seconde, pour un mètre de tuyau, en régime permanent.



On suppose que :

- La face interne du tuyau est à la température $T_1 = 80^\circ\text{C}$
- La face externe du tuyau est à la température $T_2 = 20^\circ\text{C}$
- Le tuyau est de grande longueur pour négliger les effets de bords.

Le problème ne dépend alors que de la coordonnée cylindrique radiale r :

- température : $T(r)$

- vecteur densité de flux thermique : $\vec{j}_Q(r) = j_{Qr}(r)\vec{u}_r = -K \frac{dT}{dr}(r)\vec{u}_r$

Conservation du flux thermique en régime stationnaire et en l'absence de source interne $\Rightarrow$

Le flux thermique Φ qui traverse un cylindre quelconque de rayon r et de hauteur 1 m est indépendant de r .

$$\Phi = \iint_{\text{cylindre } r} \vec{j}_Q(r) \cdot d\vec{S}(r) = \iint_{\text{cylindre } r} j_{Qr}(r) \vec{u}_r \cdot d\vec{S} \vec{u}_r = j_{Qr}(r) 2\pi r = -K \frac{dT}{dr}(r) 2\pi r = \text{constante}$$

$$\text{Donc : } \frac{dT}{dr}(r) = -\frac{\Phi}{2\pi K r} \quad \text{ou} \quad dT = -\frac{\Phi}{2\pi K} \frac{dr}{r}$$

$$\text{On intègre entre } r = R_1 \text{ et } r = R_2 : \int_{T_1}^{T_2} dT = -\frac{\Phi}{2\pi K} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} \Rightarrow T_2 - T_1 = -\frac{\Phi}{2\pi K} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\text{Donc : } \boxed{\Phi = 2\pi K \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{R_2}{R_1}}}$$

$$\text{A.N : } \Phi = 63 \text{ kW.m}^{-1}$$

