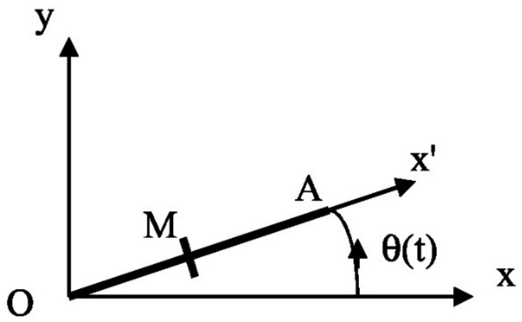
4.2.2 Dynamique référentiels en rotation-Exercice 1

Soit R un référentiel galiléen, auquel on associe le repère $\left(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}\right)$. (O,x,y) correspond au plan horizontal, l'axe $(O, \overrightarrow{e_z})$ est dirigé vers le haut.

On note R' le référentiel non galiléen, en rotation, par rapport à R, à la vitesse angulaire $\vec{\Omega} = \Omega\overrightarrow{e_z}$. On associe à R' le repère $\left(O, \overrightarrow{e_{x'}}, \overrightarrow{e_{y'}}, \overrightarrow{e_z}\right)$.

Une tige OA, infiniment rigide est mobile en rotation autour de l'axe $(O, \overrightarrow{e_z})$. On repère sa position par l'angle : $\theta(t) = \left(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{OA}\right) = (\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_{x'}})$.



Une bille de masse m, supposée ponctuelle, repérée par sa position $\overrightarrow{OM} = X\,\overrightarrow{e_{x'}}$, est assujettie à se déplacer ou non le long de la tige.

1-La bille est collée sur la tige. Déterminer la réaction $\overrightarrow{R_1}$ de la tige sur la bille en fonction de m, g, Ω et X.

2-La bille n'est plus collée, mais un dispositif extérieur, non représenté ici, impose à la bille un déplacement le long de l'axe Ox' à la vitesse constante : $\vec{v}' = v'.\overrightarrow{e_{x'}}$, dans le référentiel R'.
Déterminer la réaction $\overrightarrow{R_2}$ de la tige sur la bille en fonction de m, g, v' et X.

Système : point M
Référentiel d'étude : R′ non galiléen
Actions sur le système : - poids $m\vec{g} = -mg\vec{e}_z$

- réaction $\vec{R}$ de la tige
- force d'inertie d'entraînement : $\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e = m\Omega^2\overrightarrow{OM} = m\Omega^2 X\vec{e}_{x'}$
- force d'inertie de Coriolis : $\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_{M/R'} = -2m\Omega\vec{u}_z \wedge v'\vec{e}_{x'} = -2m\Omega v'\vec{e}_{y'}$

Théorème de la quantité de mouvement : $m\vec{a}_{M/R'} = m\vec{g} + \vec{R} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$

1-On est ici en statique, l'accélération de Coriolis est nulle et l'application du TQDM donne :

$$\boxed{\vec{R}_1 = mg\vec{e}_z - m\Omega^2 X\vec{e}_{x'}}$$

2-Maintenant, il faut de tenir compte de l'accélération de Coriolis, l'accélération dans R′ est nulle et on obtient :

$$\boxed{\vec{R}_2 = mg\vec{e}_z - m\Omega^2 X\vec{e}_{x'} + 2m\Omega v'\vec{e}_{y'}}$$
