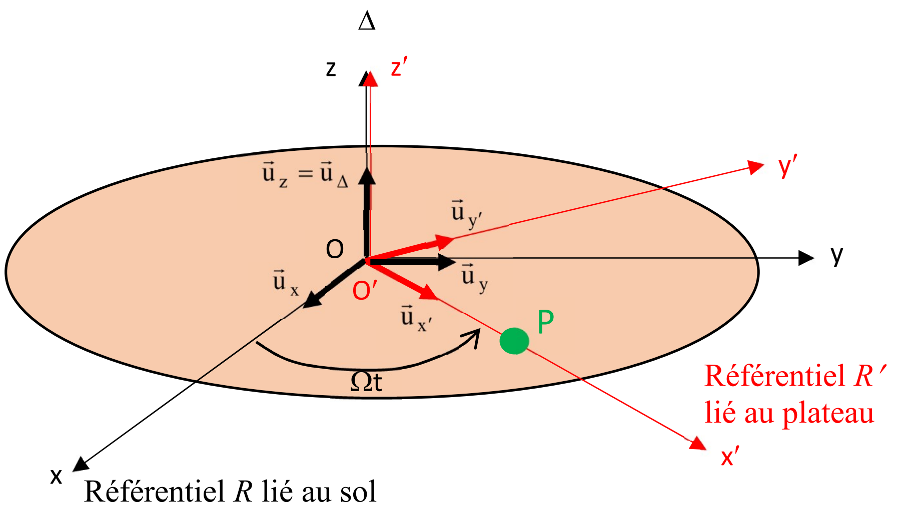
4.2.2 Dynamique référentiels en rotation-Exercice 17

Un plateau horizontal de rayon R = 20 cm tourne autour de son axe vertical en 5 secondes.
Un point matériel est abandonné sans vitesse initiale par rapport au disque à la distance R/2 de l'axe.
Il est guidé sans frottement suivant un rayon du plateau.

Calculer la durée au bout de laquelle il parvient au bord du plateau.



On suppose que la rainure qui guide le point P est selon l'axe Ox′.
Dans *R*′, le point P est soumis à :

- Son poids : $m\vec{g}$
- La réaction normale $\vec{R}$ de la rainure
- La force d'inertie d'entraînement : $\vec{F}_{ie} = m\Omega^2\overrightarrow{OP} = m\Omega^2 x'(t)\vec{u}_{x'}$
- La force d'inertie de Coriolis $\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\Omega}\wedge\vec{v}_{P/R'} = -2m\Omega\vec{u}_z \wedge \dot{x}'(t)\vec{u}_{x'} = -2m\Omega\dot{x}'(t)\vec{u}_{y'}$

<u>Loi de la quantité de mouvement</u> dans *R*′ en projection selon $\vec{u}_{x'}$: $m\ddot{x}'(t) = m\Omega^2 x'(t)$ soit : $\boxed{\ddot{x}'(t) - \Omega^2 x'(t) = 0}$

Solution : $x'(t) = A\mathrm{ch}(\Omega t) + B\mathrm{sh}(\Omega t)$

Conditions initiales : $x'(0) = R/2 = A$ $\quad \dot{x}'(0) = 0 = B\Omega$

Donc : $\boxed{x'(t) = \frac{R}{2}\mathrm{ch}(\Omega t)}$

L'instant de sortie est τ tel que : $R = \frac{R}{2}\mathrm{ch}(\Omega\tau)$ soit : $\boxed{\tau = \frac{1}{\Omega}\mathrm{Argch}(2)}$

A.N : $\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5}$ rad.s^{-1} $\qquad$ <u>τ = 1 s</u>
