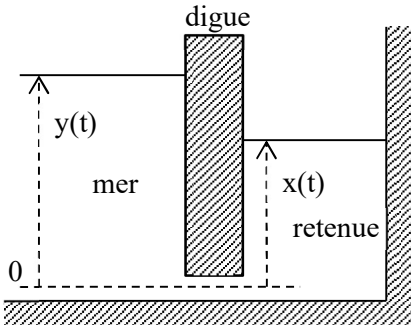
4.7.2 Bernoulli-Exercice 4

Une digue isole un bassin de retenue de la mer. La surface du bassin est S. A la base de la digue, une canalisation de section s met en communication le bassin et la mer.

La hauteur d'eau dans la mer est : $y(t) = \frac{h}{2}(1 - \cos\frac{2\pi t}{P})$

La hauteur d'eau dans le bassin est x(t).

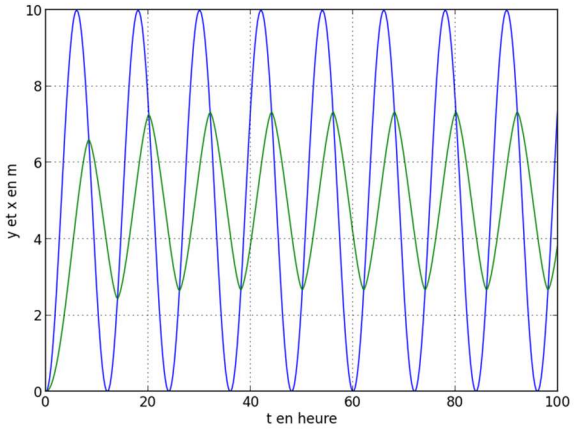
A l'entrée de la canalisation, l'écoulement est laminaire. A la sortie l'écoulement est turbulent. On admet que la pression dans la canalisation est égale à la pression au fond du côté récepteur, calculée selon la statique des fluides.



a-Calculer en fonction de x et y la vitesse dans la canalisation et le débit correspondant.

b-En déduire l'équation différentielle en x(t).

c-On donne : h = 10 m ; S = 10^5 m^2 ; s = 3 m^2 ; P = 12 heures. La résolution conduit au tracé ci-contre de x(t). Identifier x(t) et y(t) et commenter.



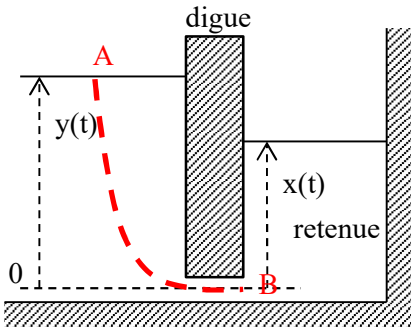
d-On modélise x(t) par $x(t) = H(1 - a\cos(\frac{2\pi t}{P'} - \varphi))$ .Donner la signification des grandeurs H, P′, a et φ.

Evaluer leurs valeurs d'après la courbe.

4.7.2 Bernoulli-Exercice 4

---

a- Cas y > x (récepteur = retenue) :



Ecoulement parfait (car c'est de l'eau), incompressible (car c'est un liquide), quasi-stationnaire (car grande quantité d'eau).

Relation de Bernoulli pour la ligne de courant AB :

$$P_A + \frac{1}{2}\mu v_A^2 + \mu g z_A = P_B + \frac{1}{2}\mu v_B^2 + \mu g z_B$$

Avec :

- $P_A = P_{atm}$
- $v_A \approx 0$
- $z_A = y$
- $P_B = P_{atm} + \mu g x$ (pression statique coté récepteur)
- $z_B = 0$

D'où : $v_B = \sqrt{2g(y-x)}$ puis $\boxed{q_v = s\sqrt{2g(y-x)}}$

Cas y < x (récepteur = mer) : de la même façon $\boxed{q_v = s\sqrt{2g(x-y)}}$

b-Ecoulement incompressible => conservation du débit volumique

Cas y > x : x croît au cours du temps $\boxed{S\frac{dx}{dt} = s\sqrt{2g(y-x)}}$

Cas x > y : x décroît au cours du temps $\boxed{S\frac{dx}{dt} = -s\sqrt{2g(x-y)}}$

c-grande courbe sinusoïdale : y petite courbe : x

Après un régime transitoire, x varie sinusoïdalement comme y : c'est le régime sinusoïdal forcé.

La période est de 12 h à cause des marées.

d- H = hauteur moyenne dans le bassin = 5 m

P′ = période = 12 h

Ha = amplitude des variations de x autour de la moyenne = 2 m d'où a = 0,4

φ = retard de phase de x par rapport à y ≈ 80° (les courbes sont décalées d'environ 2 mm et la période vaut environ 9 mm => 360.2/9 = 80)