

3.5-Statique fluides-Exercice 15

La température de l'atmosphère est $T(z) = T_0(1-Az)$. Déterminer la pression $P(z)$ et la masse volumique $\mu(z)$.

A.N : au niveau du sol $T_0 = 293$ K et $P_0 = 1,013.10^5$ Pa ; masse molaire de l'air : $M = 29$ g/mol
à $z = 11$ km on a $T = 216$ K. Calculer P et μ à cette altitude.

Equation de la statique des fluides pour l'air en équilibre dans le champ de pesanteur uniforme : $\frac{dP}{dz} = -\mu g$

$$\begin{aligned}\text{On suppose que l'air est un gaz parfait : } \mu &= \frac{MP}{RT} \Rightarrow \frac{dP}{dz} = -\frac{MP}{RT} g \\ &\Rightarrow \frac{dP}{dz} = -\frac{MP}{RT_0(1-Az)} g \\ &\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{Mgz}{RT_0(1-Az)}\end{aligned}$$

$$\text{On intègre entre } z = 0 \text{ et } z : \ln\left(\frac{P(z)}{P_0}\right) = \frac{Mg}{ART_0} \ln(1-Az)$$

$$\text{Donc : } \boxed{P(z) = P_0(1-Az)^{\frac{Mg}{ART_0}}} \quad \text{Puis : } \boxed{\mu(z) = \frac{MP_0}{RT_0}(1-Az)^{\frac{Mg}{ART_0}-1}}$$

$$\text{A.N : On a : } 216 = 293(1-A.11000) \Rightarrow A = 2,4.10^{-5} \text{ m}^{-1}$$

$$P(11\text{km}) = 0,23P_0 \quad \mu(11\text{km}) = 0,36 \text{ kg.m}^{-3}$$
