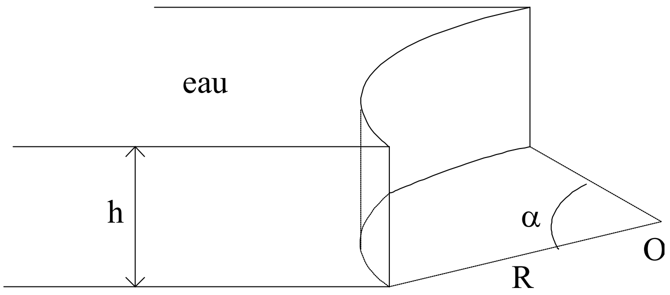
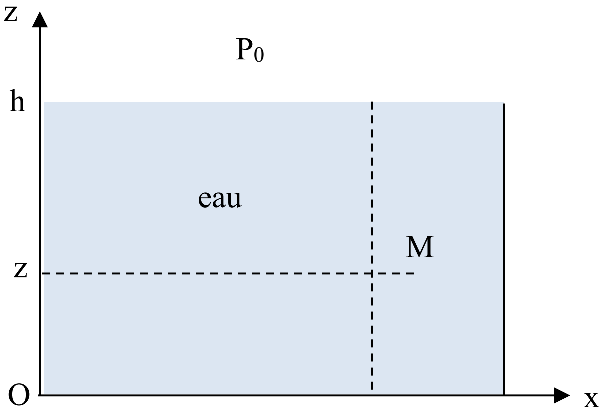
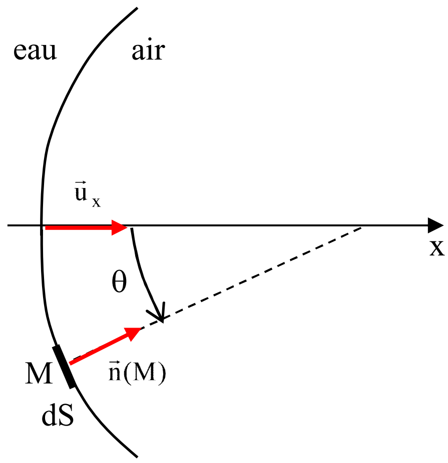
3.5-Statique fluides-Exercice 10

Un barrage a la forme d'un secteur cylindrique caractérisé par son rayon R et l'angle α.
Ce barrage est rempli d'eau de masse volumique μ sur une hauteur h.

Déterminer la résultante des forces de pression s'exerçant sur la paroi cylindrique.
Faire une application numérique en choisissant des valeurs plausibles.







- Equation de la statique des fluides => la pression de l'eau en M est : $P(M) = P_0 + \mu g(h-z)$
- Force élémentaire exercée par l'eau sur dS en M : $d\vec{F}_{eau\to dS} = P(M)dS\vec{n}(M)$

  Force élémentaire exercée par l'air sur dS en M : $d\vec{F}_{air\to dS} = -P_0 dS\vec{n}(M)$

  Force élémentaire de pression sur dS : $d\vec{F}_{eau+air\to dS} = \mu g(h-z)dS\vec{n}(M)$
- Force de pression totale sur le barrage : $\vec{F}_{eau+air\to barrage} = \iint_{barrage} \mu g(h-z)dS\vec{n}(M)$

  Par symétrie la force de pression totale va être selon Ox

  => on calcule $F_x = \vec{F}_{eau+air\to barrage}.\vec{u}_x = \iint_{barrage} \mu g(h-z)dS\vec{n}(M).\vec{u}_x$ avec $dS = Rd\theta dz$ et $\vec{n}(M).\vec{u}_x = \cos\theta$

Donc : $F_x = \mu g R \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \cos\theta d\theta \int_0^h (h-z)dz = \mu g R[\sin\theta]_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}}\left[hz - \frac{z^2}{2}\right]_0^h = \mu g R\, 2\sin\frac{\alpha}{2}\frac{h^2}{2}$

- Finalement : $\boxed{\vec{F}_{eau+air\to barrage} = \mu g R h^2 \sin\frac{\alpha}{2}\vec{u}_x}$

A.N : R = 100 m ; h = 20 m ; $\alpha = 90°$ => $F_x = 3.10^8$ N