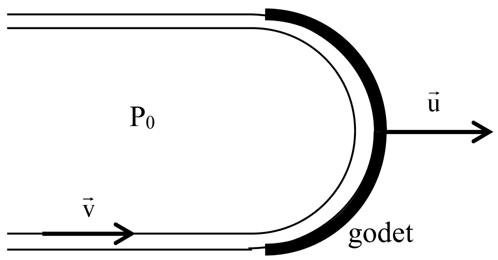
4.8 Bilans macroscopiques-Exercice 1

On modélise le mouvement rotatif d'une turbine en régime permanent par un mouvement rectiligne de vitesse $\vec{u} = u\vec{e}_x$ dans le référentiel lié au sol.

Un godet semi-cylindrique de la turbine reçoit un jet d'eau en contact avec l'air ambiant, de section S, de vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$ dans le référentiel lié au sol, avec $v > u$.



a-Le régime est-il permanent ? Comment s'y ramener ? Que deviennent les vitesses de l'eau et du godet ?

b-En négligeant la pesanteur, trouver la vitesse à laquelle ressort l'eau dans le référentiel du godet et dans celui du sol.

c-Calculer la force exercée par l'eau et l'air sur le godet. Calculer sa puissance P dans le référentiel du sol.

d-Exprimer la puissance cinétique incidente P_i dans le référentiel du sol. Définir et exprimer le rendement du système en fonction de $x = u/v$.
Pour quelle valeur de x le rendement est-il maximal ?

e-A.N : $S = 20\ cm^2$; $v = 30\ m.s^{-1}$. Calculer u et P.

4.8 Bilans macroscopiques-Exercice 1

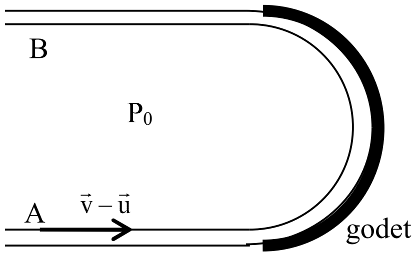
---

a-Le régime n'est pas permanent dans le référentiel R lié au sol car le godet avance donc le jet change de forme au cours du temps.

Pour avoir un écoulement permanent, on se place dans le référentiel R' lié au godet.

Par la loi de composition des vitesses : $\boxed{\vec{v}_{\text{go det}/R'} = \vec{0}}$; $\boxed{\vec{v}_{\text{eau}/R'} = (v-u)\vec{e}_x}$

b-Dans R' écoulement stationnaire, parfait incompressible.



Relation de Bernoulli sur la ligne de courant AB en surface, en négligeant la pesanteur :

$$P_0 + \frac{1}{2}\mu v_A^2 = P_0 + \frac{1}{2}\mu v_B^2$$

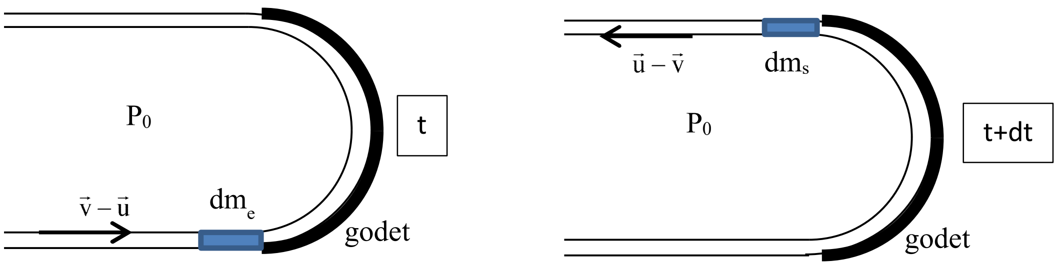
D'où : $v_B = v_A = v - u$

Vectoriellement : $\boxed{\vec{v}_{\text{sortie eau}/R'} = -(v-u)\vec{e}_x}$

Loi de composition des vitesses :

$$\vec{v}_{\text{sortie eau}/R} = \vec{v}_{\text{sortie eau}/R'} + \vec{u} = (2u - v)\vec{e}_x$$

c-



système ouvert (S) : eau + air au contact du godet

système fermé (S*) = $(S)_t + dm_e = (S)_{t+dt} + dm_s$

<u>Loi de la quantité de mouvement</u> à (S*) dans R' galiléen : $\dfrac{d\vec{P}_{(S^*)/R'}}{dt} = \vec{F}_{\text{go det}\to(S^*)} + \vec{F}_{\text{pression }P_0\to(S^*)}$

Soit : $\dfrac{dm_s(\vec{u}-\vec{v}) - dm_e(\vec{v}-\vec{u})}{dt} = -\vec{F}_{\text{eau+air}\to\text{go det}}$

($\vec{F}_{\text{pression }P_0\to(S^*)} = \vec{0}$ car P_0 agit sur toute la frontière de (S*) y compris sur dm_s et dm_e dans les jets libres)

On a : $\dfrac{dm_s}{dt} = \dfrac{dm_e}{dt} = q_m = \mu S(v-u)$

Finalement : $\boxed{\vec{F}_{\text{eau et air}\to\text{go det}} = 2\mu S(v-u)^2\,\vec{e}_x}$ Puis : $\boxed{P = \vec{F}_{\text{eau+air}\to\text{go det}}.\vec{u} = 2\mu S(v-u)^2 u}$

d-$Pi = \dfrac{1}{2} q_{m\text{ incident dans }R}\, v^2$ avec $q_{m\text{ incident dans }R} = \mu S v$ donc : $\boxed{Pi = \dfrac{1}{2}\mu S v^3}$

$\boxed{\eta = P/P_i = 4(1-x)^2 x}$ maximum pour x = 0,5

e- $u = 15\ m.s^{-1}$; $P = 13{,}5$ kW
