5.3.2 Dipôle magnétique-Exercice 7

Dans un volume V à la température T, on considère un grand nombre N d'atomes caractérisés par un moment magnétique $\vec{\mu}$. On néglige les interactions entre ces moments.

On plonge ce volume dans un champ magnétique uniforme et permanent $\vec{B} = B\vec{u}_z$ (B constante positive).

Sous l'action de ce champ magnétique, le moment magnétique d'un atome ne peut prendre que deux valeurs :

- la valeur $\vec{\mu}_1 = \mu\vec{u}_z$ pour la position « parallèle »
- la valeur $\vec{\mu}_2 = -\mu\vec{u}_z$ pour la position « antiparallèle »

μ est une constante positive définie par $\mu = eh/4\pi m$ où h est la constante de Planck, e la valeur absolue de la charge de l'électron et m la masse de l'électron.

a-On suppose que ce système obéit à la loi statistique de Boltzmann caractérisée par le facteur $\exp(-\frac{E}{kT})$ où $E = -\vec{\mu}.\vec{B}$ est l'énergie potentielle d'un dipôle magnétique placé dans un champ magnétique.

Déterminer le nombre N_1 de dipôles dans la position parallèle et le nombre N_2 de dipôles dans la position antiparallèle.

b-En déduire le moment magnétique par unité de volume $\vec{M} = M\vec{u}_z$ appelé « vecteur aimantation ».
Tracer la courbe M en fonction de $a = \mu B/kT$. Commenter qualitativement les limites $a << 1$ et $a >> 1$.

c-On suppose que B = 1 T. Calculer la température à partir de laquelle on pourra considérer que 99% des atomes ont un moment magnétique dans la position parallèle. Conclure.

---

a- $E_p = -\vec{\mu}.\vec{B}$ Donc : $E_{p1} = -\mu B$ (position parallèle) et $E_{p2} = +\mu B$ (position antiparallèle)

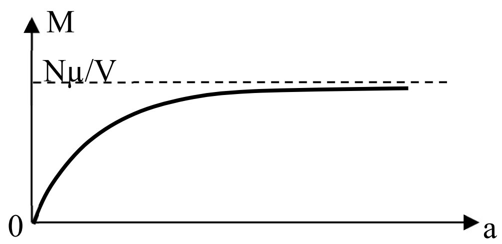
$$N_1 = A\exp(-\frac{\mu B}{kT}) \quad N_2 = A\exp(\frac{\mu B}{kT}) \quad \text{avec } N = N_1 + N_2 = 2A\mathrm{ch}(\frac{\mu B}{kT})$$

Donc : $\boxed{N_1 = \frac{N}{2\mathrm{ch}(\frac{\mu B}{kT})}\exp(-\frac{\mu B}{kT})}$ et $\boxed{N_2 = \frac{N}{2\mathrm{ch}(\frac{\mu B}{kT})}\exp(\frac{\mu B}{kT})}$

b- $\vec{M} = \frac{N_1\vec{\mu}_1 + N_2\vec{\mu}_2}{V} = \frac{N\mu}{2V\mathrm{ch}(\frac{\mu B}{kT})}(\exp(\frac{\mu B}{kT}) - \exp(-\frac{\mu B}{kT}))\vec{u}_z$ soit : $\boxed{\vec{M} = \frac{N}{V}\mu\tanh(\frac{\mu B}{kT})\vec{u}_z}$

a << 1 (T élevée, B faible) : $M \approx \frac{N\mu^2}{kVT}B$ <u>milieu linéaire</u>

a >> 1 (T faible, B élevé) : $M \approx \frac{N\mu}{V}$ <u>milieu saturé</u>



c-$N_1 = 0,99N$ et $N_2 = 0,01N$ => $M = 0,98\frac{N\mu}{V}$

=> $0,98\frac{N\mu}{V} = \frac{N\mu}{V}\tanh(\frac{\mu B}{kT})$

Donc : $0,98 = \tanh(\frac{\mu B}{kT})$ => $\frac{\mu B}{kT} = 2,3$ => <u>T = 0,3 K</u>
