

5.3.2 Dipôle magnétique-Exercice 5

On donne le champ magnétique créée en un point P par un dipôle de moment magnétique $\vec{M}$ placé en A :

$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{M} \cdot \vec{u}_{AP})\vec{u}_{AP} - \vec{M}}{AP^3} \quad \text{où } \vec{u}_{AP} = \frac{\vec{AP}}{AP}$$

On donne l'énergie potentielle E_p et la force subie par un dipôle placé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$:

$$E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B} \quad \text{et} \quad \vec{F} = -\vec{\text{grad}} E_p$$

Deux dipôles magnétiques de moments $\vec{M}_1$ et $\vec{M}_2$ sont placés respectivement en O et en M.

a-Exprimer l'énergie potentielle d'interaction des deux dipôles en fonction de $\vec{M}_1$, $\vec{M}_2$, $\vec{OM}$ et OM.

b-On suppose que $\vec{M}_1$ et $\vec{M}_2$ sont colinéaires à $\vec{OM}$. Exprimer la force entre les deux dipôles. A quelle condition est-elle attractive ?

c-Même question si $\vec{M}_1$ et $\vec{M}_2$ sont colinéaires entre eux et perpendiculaires à $\vec{OM}$.

d-Déterminer l'ordre de grandeur de l'énergie d'interaction entre deux atomes possédant un moment magnétique. A quelle température cette énergie est-elle de l'ordre de grandeur de l'énergie d'agitation thermique $k_B T$? Conclure sur l'origine microscopique des propriétés magnétiques de la matière.

a-Energie potentielle du dipôle 2 placé dans le champ créée par le dipôle 1 :

$$E_p = -\vec{M}_2 \cdot \vec{B}_1(M) = -\vec{M}_2 \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{M}_1 \cdot \vec{u}_{OM})\vec{u}_{OM} - \vec{M}_1}{OM^3}$$

$$\text{Soit : } E_p = -\vec{M}_2 \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{M}_1 \cdot \vec{OM})\vec{OM} - OM^2 \vec{M}_1}{OM^5}$$

b-On pose : $\vec{M}_1 = M_1 \vec{u}_r$; $\vec{M}_2 = M_2 \vec{u}_r$; $\vec{OM} = r \vec{u}_r$

$$\text{Donc : } E_p = -M_2 \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(M_1 r)r - r^2 M_1}{r^5} \quad \text{soit : } E_p = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{M_1 M_2}{r^3}$$

$$\text{On en déduit : } \vec{F} = -\vec{\text{grad}} E_p = -\frac{dE_p}{dr} \vec{u}_r \quad \text{soit : } \vec{F} = -\frac{3\mu_0 M_1 M_2}{2\pi r^4} \vec{u}_r \quad \underline{\text{force attractive}}$$

c-On pose : $\vec{M}_1 = M_1 \vec{u}_\theta$; $\vec{M}_2 = M_2 \vec{u}_\theta$; $\vec{OM} = r \vec{u}_r$

$$\text{Donc : } E_p = -M_2 \vec{u}_\theta \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{-r^2 M_1 \vec{u}_\theta}{r^5} \quad \text{soit : } E_p = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M_1 M_2}{r^3}$$

$$\text{On en déduit : } \vec{F} = -\vec{\text{grad}} E_p = -\frac{dE_p}{dr} \vec{u}_r \quad \text{soit : } \vec{F} = \frac{3\mu_0 M_1 M_2}{4\pi r^4} \vec{u}_r \quad \underline{\text{force répulsive}}$$

d-On prend : $M_1 \approx M_2 \approx 10^{-23} \text{ A.m}^2$; $r \approx 10^{-10} \text{ m}$; $\mu_0/4\pi = 10^{-6} \text{ H.m}^{-1}$
D'où : $E_p \approx 10^{-23} \text{ J}$

On a : $E_p \approx k_B T$ pour : $T \approx 1 \text{ K}$

Conclusion : A température ambiante $E_p \ll k_B T$ donc les interactions entre moments magnétiques atomiques ne peuvent expliquer les propriétés magnétiques de la matière. Celles-ci font intervenir une interaction d'origine quantique.