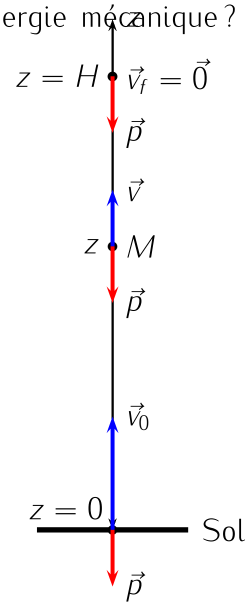
Travaux Dirigés de M_3

Exercice 1 : Tir vertical

Un obus est lancé depuis le sol, selon la verticale ascendante avec une vitesse initial $\vec{v_0} = v_0.\vec{e}_z$.
Quelle altitude maximale H va-t-il atteindre ?
On utilisera une méthode énergétique et on négligera les frottements.
Faites un dessin, précisez le référentiel, l'objet d'étude. Quelles sont les forces agissant sur l'obus ? Quelle est l'énergie potentielle de l'obus ? son énergie cinétique ? Que peut-on dire de l'énergie mécanique ? Calculez l'énergie mécanique en $z = 0$ et en $z = H$.
On a affaire ici à un problème à un degré de liberté : l'altitude z du projectile M.

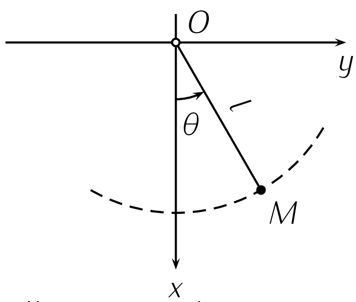


Une méthode énergétique semble donc plus indiquée que l'utilisation de la seconde loi de Newton (on principe fondamental de la dynamique) qui conduirait à une équation horaire $z(t)$, il faudrait ensuite déterminer t_1 l'instant auquel la vitesse s'annule en résolvant $v(t = t_1) = 0$ puis on calculerait $H = z(t_1)$.

Considérons le système $\{ M \}$ dans le référentiel lié au sol et considéré comme galiléen.
À $t = 0$, $v = v_0$ le projectile monte ensuite jusqu'à l'altitude H pour laquelle sa vitesse s'annule à l'instant t_1, il redescend ensuite.
La seule force appliquée au système est son poids.
Par application du théorème de l'énergie cinétique entre $t = 0$ et t_1, on peut écrire $\Delta E_c = W(\vec{p}) \Rightarrow E_c(t_1) - E_c(0) = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mg.\Delta z = -mg(H - 0) < 0$
(le poids est constant et s'oppose au déplacement).
On en déduit $\frac{1}{2}.mv_0^2 = mgH \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g}$

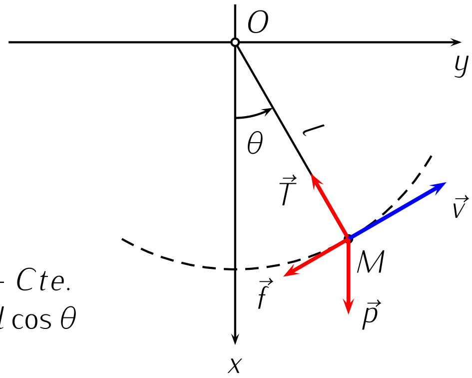
Comme le poids est une force conservative, on peut également utiliser le théorème de l'énergie mécanique.
Ici, entre $t = 0$ et t_1, on a $\Delta E_m = W_{nc} = 0$ le travail des forces non conservatives.
En posant $E_p = E_{p,\text{pes}}$ nulle au niveau du sol (pour $z = 0$), on a $E_m(t = 0) = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = E_m(t_1) = 0 + mgH \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g}$ également.

Exercice 2 : Pendule simple



On considère le pendule simple représenté ci-contre.

Le point matériel se déplace dans le plan vertical xOy.
Déterminer, par utilisation du théorème de la puissance mécanique, l'équation différentielle à laquelle obéit l'angle θ.
On considérera des frottements linéaires du type $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ où $\vec{v}$ est la vitesse de M dans le référentiel lié au sol et considéré comme galiléen.
Montrez que l'énergie potentielle du point M est $mgl(1 - \cos(\theta))$. Quelle est l'expression de sa vitesse dans les coordonnées cylindro-polaire ? En déduire l'expression de l'énergie mécanique. Que vaut la puissance la force de frottement ? la puissance de la force du fil sur M ? Appliquez le théorème de la puissance cinétique. En déduire que le mouvement de M est décrit par un oscillateur harmonique amorti.
On a affaire ici à un problème à un degré de liberté : l'angle θ entre la verticale et le fil.



L'énoncé nous impose l'utilisation du théorème de la puissance mécanique : $\frac{dE_m}{dt} = \mathcal{P}_{nc}$.
On calcule donc l'énergie mécanique E_m en fonction du paramètre θ et ses dérivées puis la puissance des forces non conservatives $\mathcal{P}_{nc}$.

Énergie mécanique du système { point matériel M } soumis :

- à son poids, force conservative qui dérive de $E_{p,\text{pes}} = -mgx + Cte$.
  Si on choisit $E_p(x) = 0$ pour $x = l$, $E_p = mg(l - x)$ avec $x = l\cos\theta$
  d'où $E_{p,\text{pes}}, = mgl(1 - \cos\theta)$;
- à la tension du fil $\vec{T}$ non conservative mais perpendiculaire au mouvement ;
- à la force de frottement $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ non conservative.

On en déduit $E_p = E_{p,\text{pes}} = mgl(1 - \cos\theta)$.
On a ensuite $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ avec $\vec{v} = l\dot{\theta}.\vec{e}_\theta$ d'où $v^2 = l^2\dot{\theta}^2$ et $E_c = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2$.
L'énergie mécanique est donc

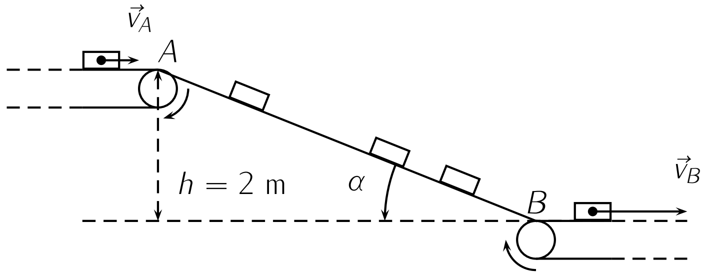
$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mgl(1 - \cos\theta) \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = ml^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mgl\dot{\theta}\sin\theta$$

Puissance des forces non conservatives : $\mathcal{P}_{nc} = \mathcal{P}(\vec{T}) + \mathcal{P}(\vec{f}) = 0 + \vec{f}.\vec{v} = -\alpha.v^2 = -\alpha l^2\dot{\theta}^2$.
Par application du théorème de la puissance mécanique,

$$\frac{dE_m}{dt} = \mathcal{P}_{nc} \Rightarrow ml^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mgl\dot{\theta}\sin\theta = -\alpha l^2\dot{\theta}^2 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta + \frac{\alpha}{m}\dot{\theta} = 0 \qquad \text{ou la solution triviale } \dot{\theta} = 0.$$

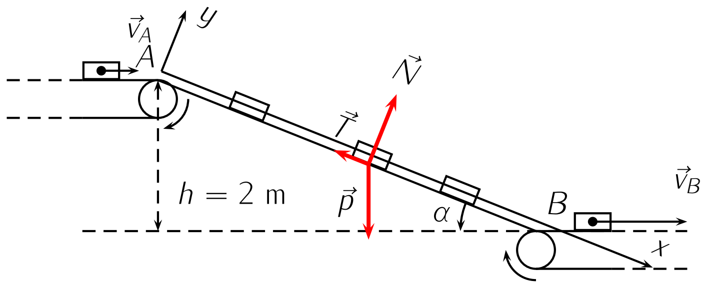
Exercice 3 : Au tri postal

On étudie un convoyeur à colis présent dans un centre de tri postal.
Les colis sont déchargés par un tapis roulant à la vitesse $v_A = 0{,}5$ m.s^{-1}, ils glissent ensuite sur un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontale. Le cœfficient de frottement solide entre les colis et le plan incliné est $f = 0{,}4$.
Ils sont ensuite pris en charge au niveau du point B par un nouveau tapis roulant qui avance à la vitesse $v_B = 0{,}2$ m.s^{-1}.



Déterminer l'expression puis la valeur de α pour que le convoyeur fonctionne correctement, c'est à dire pour que les colis arrivent en B avec la vitesse du deuxième tapis roulant.
On rappelle que suivant les lois de Coulomb sur les frottement solides, lors du glissement, $T = f.N$ où T et N sont respectivement les normes de la réaction tangentielle et normale du support.
Faire un schéma. Faire un bilan des forces. En appliquant la seconde loi de Newton, projettée selon un axe perpendiculaire au tapis, montrez que la réaction N vaut $mg\cos(\alpha)$. En déduire l'expression de la réaction tangentielle T (attention au signe !). Écrire le théorème de l'énergie cinétique entre les points A et B. Montrez que le travail de la force T est $-\frac{fmgh}{\tan\alpha}$. Que vaut le travail du poids ?. En déduire la valeur de α.

Comme on a à faire intervenir la vitesse en A et en B, le théorème de l'énergie cinétique appliqué entre ces deux points doit être la méthode à privilégier ici.
On choisit { un paquet modélisé par un point matériel M } comme système.
Le référentiel est celui lié au sol et considéré comme galiléen.



Les forces appliquées sur le paquet sont les suivantes :

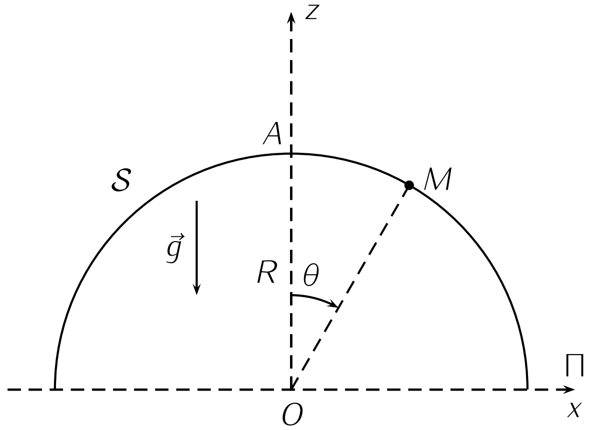
- le poids $\vec{p}$ qui dérive de l'énergie potentielle de pesanteur $E_{p,\text{pes}} = \pm mg.z + Cte$. Son travail entre A et B est donc $W(\vec{p}) = -\Delta E_{p,\text{pes}} = +mg(z_A - z_B) = +mgh > 0$: il favorise le mouvement.
- la réaction $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$ non conservative.
  Le travail de $\vec{N}$ est nul car $\vec{N}$ est normale au déplacement.
  Le travail de $\vec{T}$ est $W(\vec{T}) = \int_A^B \delta W(\vec{T})$ avec $\delta W(\vec{T}) = \vec{T}.d\vec{r}$ où $\vec{T} = -T.\vec{e}_x$ et $d\vec{r} = dx.\vec{e}_x$ le déplacement élémentaire. On en déduit $\delta W(\vec{T}) = -T.dx = -fNdx$ d'après la loi de Coulomb.
  Pour aller plus loin, il nous faut calculer N. Une méthode énergétique n'est plus adaptée car N ne travaille pas. Par projection du principe fondamental de la dynamique selon Oy normal au déplacement, on a $m\ddot{y} = 0 = N - mg\cos\alpha$ d'où $N = mg\cos\alpha$.
  On en déduit enfin $\delta W(\vec{T}) = -T.dx = -fNdx = -fmg(\cos\alpha)dx$ et
  $W(\vec{T}) = -\int_A^B fmg\cos\alpha dx = -fmg\cos\alpha(x_B - x_A) = -fmgL\cos\alpha$ où L est la longueur du plan incliné.
  Comme $\sin\alpha = \frac{h}{L} \Rightarrow L = \frac{h}{\sin\alpha}$, on a finalement $W(\vec{T}) = W(\vec{R}) = -\frac{fmgh}{\tan\alpha} < 0$: s'oppose au déplacement.

Appliquons maintenant le théorème de l'énergie cinétique entre les points A et B.

$$\Delta E_c = W(\vec{p}) + W(\vec{R}) \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = mgh - \frac{fmgh}{\tan\alpha} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{2fgh}{v_A^2 - v_B^2 + 2gh} \simeq 0{,}398 \Rightarrow \alpha \simeq 21{,}7\text{ ř}$$

Exercice 4 : Esquimau sur son igloo

Un esquimau, assimilable à un point matériel M de masse m décide de faire du toboggan. Il s'abandonne sans vitesse initiale du sommet A de son igloo assimilable à une demi sphère $\mathcal{S}$ de rayon R et de centre O posée sur un plan Π. On considère que le glissement s'effectue sans frottement.



1. À la suite d'un déséquilibre infinitésimal, M se met en mouvement en restant dans le plan vertical Oxy.

   On admet que, dans la phase (1) de son mouvement, M reste en contact avec $\mathcal{S}$, sa position est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$.

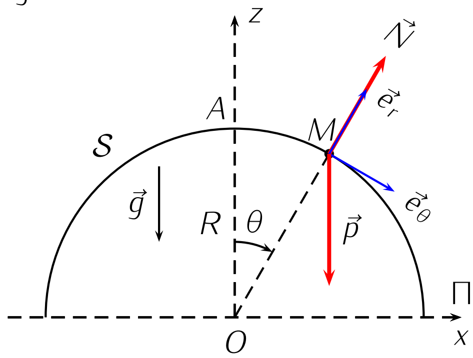
   Déterminer la vitesse de M en fonction de θ, g et R. Faites un schéma, un bilan des forces appliquées à M. Quelles sont les forces conservatives ? Quelles sont les forces qui travaillent. Exprimez l'altitude de M en fonction de θ. Appliquez le théorème de l'énergie cinétique entre la position initiale et une position quelconque de M.

2. Exprimer N la norme de $\vec{N}$ la réaction de $\mathcal{S}$ sur M en fonction de m, g et θ. Faites un schéma, un bilan des forces. Appliquez la seconde loi de Newton à M. Lorsque M est en contact avec l'igloo, que peut-on dire de sa trajectoire ? En déduire une expression de son accélaration en fonction de v^2. Utilisez le résutlat de la question précédente.

3. En déduire la valeur θ_0 de θ pour laquelle M n'est plus en contact avec $\mathcal{S}$ (phase (2) du mouvement de M) et v_0 la valeur correspondante de v, la vitesse de M. Que peut-on dire de la force de contact entre M est l'igloo lorsque M n'est plus en contact avec l'igloo ?

4. Quelle est la forme de la trajectoire ultérieure de M ?

On affaire ici à un système à un degré de liberté : θ.
On choisit $\{ M \}$ pour système et on travaille dans le référentiel galiléen lié au sol.



1. Pour déterminer la relation qui lie la vitesse v de M au paramètre θ, on peut utiliser le théorème de l'énergie cinétique ou celui de l'énergie mécanique.

   Les forces appliquées à M sont :

   Son poids $\vec{p} = m\vec{g}$ qui dérive de l'énergie potentielle $E_{p,\text{pes}} = \pm mgz + Cte = +mgz$ ici si on la considère nulle en $z = 0$.

   La réaction de $\mathcal{S}$, $\vec{R} = \vec{N}$ normale au déplacement, non conservative mais ne travaille pas.

   Le théorème de l'énergie mécanique implique $\Delta E_m = W_{nc} = 0$ le travail des forces non conservatives.

On a donc à tout instant $E_m = Cte$ et en particulier entre l'instant initial ($v_0 = 0$, $z_0 = R$) et un instant t quelconque (v,$z = R\cos\theta$) $E_m = \frac{1}{2}m.v_0^2 + mgz_0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgz \Rightarrow 0 + mgR = \frac{1}{2}mv^2 + mgR\cos\theta \Rightarrow v = \sqrt{2gR(1-\cos\theta)}$.

2. Comme le travail de $\vec{N}$ est nul, on ne peut plus utiliser de méthode énergétique. Vu le type de mouvement, on travaille maintenant dans la base polaire $(\vec{e}_r; \vec{e}_\theta)$.

Par application du principe fondamental de la dynamique (PFD), $m\vec{a} = \vec{p} + \vec{N}$ avec $\vec{a}$ l'accélération de M.

Dans la base polaire, $\overrightarrow{OM} = R.\vec{e}_r \Rightarrow \vec{v} = R\dot{\theta}.\vec{e}_\theta$ et $\vec{a} = R\ddot{\theta}.\vec{e}_\theta - R.\dot{\theta}^2.\vec{e}_r = R\ddot{\theta}.\vec{e}_\theta - \frac{v^2}{R}.\vec{e}_r$, $\vec{N} = N.\vec{e}_r$ et $\vec{p} = -mg\cos\theta\vec{e}_r + mg\sin\theta\vec{e}_\theta$.

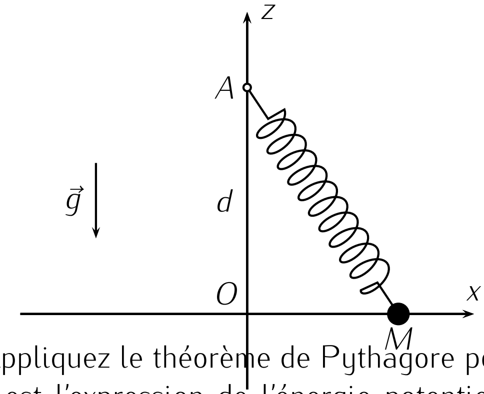
Par projection du PFD selon $\vec{e}_r$, on obtient $-m\frac{v^2}{R} = N - mg\cos\theta \Rightarrow N = mg\cos\theta - m\frac{v^2}{R}$.

En reportant $v = \sqrt{2gR(1-\cos\theta)}$, on obtient $N = mg\cos\theta - 2mg(1-\cos\theta) = mg(3\cos\theta - 2)$.

3. On considère qu'il n'y a plus de contact entre $\mathcal{S}$ et M lorsque N s'annule, c'est à dire pour $\theta = \theta_0$ tel que $0 = mg(3\cos\theta_0 - 2) \Rightarrow \cos\theta_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta_0 = 48\ °$.
4. M suit ensuite une trajectoire parabolique (chute libre avec vitesse initiale non nulle).

Exercice 5 : Bifurcation : discussion graphique

Un point matériel de masse m situé en M se déplace sans frottement le long d'un axe horizontal Ox. Il est lié par l'intermédiaire d'un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k, à un point A situé à la verticale de O tel que $OA = d$. On note l la longueur AM du ressort.



1. Déterminer et tracer l'énergie potentielle du point $E_p(x)$ dans le cas $d \geq l_0$ puis et $d < l_0$.

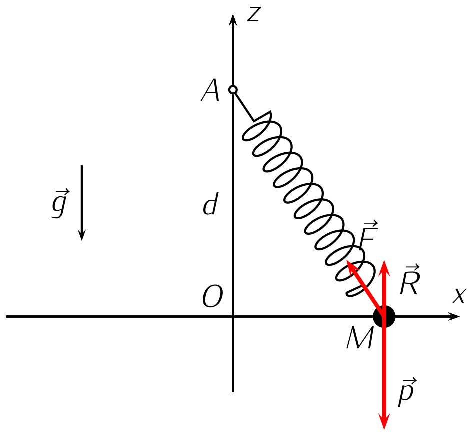
   En déduire les positions d'équilibre x_{eq} et leur stabilité. Appliquez le théorème de Pythagore pour trouver l'expression de la longueur l du ressort. Quelle est l'expression de l'énergie potentielle d'un ressort ? Á quelle condition sur E_p, une position est une position d'équilibre ? une position d'équilibre stable ?

2. Représenter x_{eq} en fonction de d. Analyser physiquement ce qui se passe lorsqu'on fait décroître d à partir d'une valeur supérieure à l_0 ?

3. Dans le cas $d \geq l_0$, déterminer la période T_0 des petites oscillations du point matériel M autour de O. Pensez à utiliser le développement de Taylor Young de E_p au voisinage de x_{eq}

Nous avons affaire à un système à un degré de liberté : x. L'énoncé impose d'ailleurs d'utiliser des méthodes énergétiques.

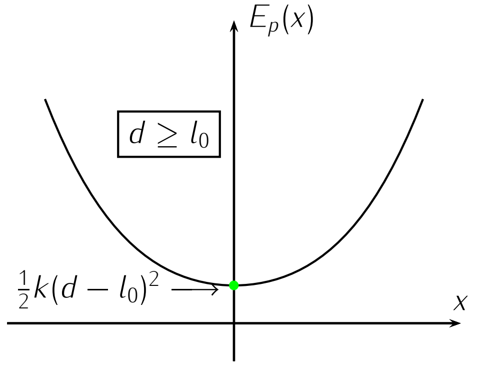
1. Pour déterminer l'énergie potentielle de M, on commence par faire l'inventaire des forces qui lui sont appliquées.

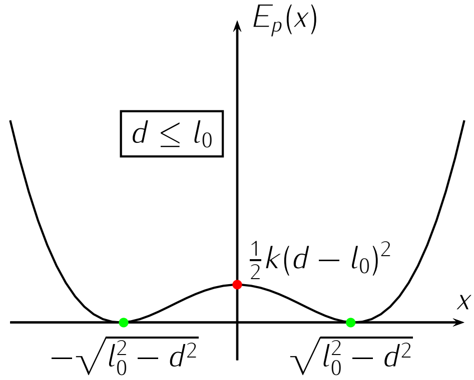
   

   - Le poids $\vec{p}$ qui est une force conservative qui dérive de $E_{p,\text{pes}} = \pm mgz + Cte = +mgz$ ici. Mais comme il n'y a pas de déplacement vertical, $E_{p,\text{pes}} = Cte = 0$.
   - La force de rappel élastique $\vec{F}$ qui dérive de l'énergie potentielle $E_{p,\text{éla}} = \frac{1}{2}h(l - l_0)^2$ avec ici d'après le théorème de Pythagore, $l = \sqrt{d^2 + x^2}$.
   - La réaction de l'axe Ox sur M. C'est une force non conservative mais comme l'énoncé précise qu'il n'y a pas de frottement, $\vec{R} = \vec{N}$ est normale au déplacement et ne travaille pas.

   Finalement, $E_p(x) = E_{p,\text{éla}} = \frac{1}{2}h(\sqrt{d^2 + x^2} - l_0)^2$ fonction de x représentée ci-dessous (une rapide étude de fonction peut être nécessaire) :

   - $E_p(x) \geq 0$ pour tout x.
   - Si $x \to \pm\infty$, $E_p(x) \simeq \frac{1}{2}kx^2$ fonction parabolique qui tend vers $+\infty$.
   - Si $d \geq l_0$, $E_p(x)$ ne s'annule jamais et atteint son minimum, $\frac{1}{2}k(d - l_0)^2 > 0$ en $x = 0$.
   - Si $d \leq l_0$, $E_p(x)$ s'annule en $x = \pm\sqrt{l_0^2 - d^2}$ (minimum de $E_p(x)$).

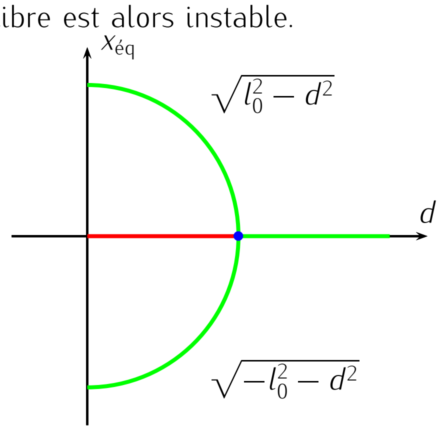




Graphiquement on remarque donc que :

- Si $d \geq l_0$, la seule position d'équilibre correspond à $x = 0$, c'est un équilibre stable. Le ressort est alors étendu : $l = d > l_0$.
- Si $d \leq l_0$, il existe deux positions d'équilibre stables, $x = \pm\sqrt{l_0^2 - d^2}$. Elles correspondent à $l = l_0$, de part et d'autre de O. Si on fixe $x = 0$, le ressort prend la longueur $l = d < l_0$, il est comprimé mais la résultante des forces est nulle. L'équilibre est alors instable.

2. On cherche à représenter $x_{éq}$ la ou les positions d'équilibre en fonction de d. Si $d \geq l_0$, $x_{éq} = 0$ et si $d \leq l_0$, $x_{éq} = \pm\sqrt{l_0^2 - d^2} \Rightarrow x_{éq}^2 + d^2 = l_0^2$: on reconnaît l'équation d'un cercle de rayon l_0. En se limitant à $d \geq 0$, on obtient le graphe représenté ci-dessus à droite.

   Si on fait décroître d à partir d'une valeur supérieure à l_0, M à l'équilibre stable reste en O tant que $d \geq l_0$.
   Ensuite, pour $d \leq l_0$, $x = 0$ devient un équilibre instable et M peut, soit garder cette position, soit de se déplacer en $+\sqrt{l_0^2 - d^2}$ ou $-\sqrt{l_0^2 - d^2}$ et cela sans qu'on puisse le prévoir à l'avance.
   On dit qu'il y a bifurcation du système, le point de bifurcation est représenté sur la figure ci-dessus.

3. On se place dans le cas $d \geq l_0$. Pour obtenir la période des oscillations, le plus simple est d'établir l'équation différentielle du mouvement (en $x(t)$) puis d'identifier avec celle de l'oscillateur harmonique pour en tirer ω_0 et T_0.
   Comme la seule force non conservative ne travaille pas, on peut utiliser la conservation de l'énergie mécanique. $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + E_p(x) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(\sqrt{x^2 + d^2} - l_0)^2$ et comme E_m est constante,
$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow m\ddot{x} + k(\sqrt{x^2 + d^2} - l_0) \times \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} = 0$$
   et si on se place dans le ces des petites oscillations autour de O, on linéarise l'équation précédente en écrivant $\sqrt{x^2 + d^2} \simeq \sqrt{d^2} = d$ d'où l'équation différentielle $m\ddot{x} + k(d - l_0).\frac{x}{d} = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{k(d-l_0)}{dm}$. On reconnaît l'équation d'un oscillateur harmonique de période $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{dm}{k(d-l_0)}}$.

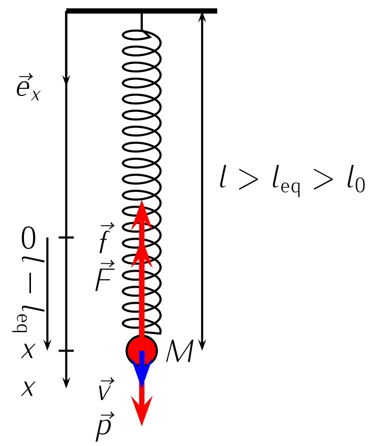
Exercice 6 : Mesure d'un cœfficient de viscosité

Une sphère de rayon R est animée d'une vitesse $\vec{v}$, plongée dans un liquide de viscosité η, est soumise à une force de frottement qui, lorsque la vitesse est faible (régime laminaire), a pour expression : $\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$ (formule de Stokes).
Une telle sphère de masse m est suspendue à un ressort de raideur k. Sa période d'oscillation dans l'air, où le frottement est négligeable, est T_0.

On la plonge dans un liquide de cœfficient de frottement η ; sa pseudo-période est alors T.
Donner l'expression de η en fonction des caractéristiques de la sphère, de T et T_0.

Note : on modélisera la sphère par un point matériel M, on posera $2\alpha = \frac{6\pi\eta R}{m}$ et on négligera la poussée d'Archimède.
Commencez par étudier la masse dans l'air pour trouver la pulsation en fonction de k et m. Dans le liquide : faire un bilan des forces, quelles sont les forces conservatives ? Donnez l'expression de E_c et E_p et calculer la puissance de la force de frottement. Appliquez le théorème de la puissance cinétique et montrez le mouvement est décrit par un oscillateur harmonique amorti. Résoudre l'équation différentielle. En déduire la pseudo-pulsation et donc la période T en fonction des données du problème.
Prenons le cas où M évolue en présence de la force de frottement $\vec{f}$.

Hors équilibre



On considère le système { M } dans le référentiel lié au sol et considéré comme galiléen.
Comme on néglige la poussée d'Archimède, les forces appliquées au système sont :

- le poids $\vec{p} = m\vec{g} = mg.\vec{e}_x$;
- la force de rappel $\vec{F} = \pm k(l - l_0).\vec{e}_x = -k(x + l_{\text{eq}} - l_0).\vec{e}_x$ ici ;
- la force de frottement $\vec{f} = -6\pi\eta R\dot{x}.\vec{e}_x$

L'application du principe fondamental de la dynamique (PFD) implique
$m.\vec{a} = \vec{p} + \vec{F} + \vec{f}$ avec ici $\vec{a} = \ddot{x}.\vec{e}_x$.
Par projection selon l'axe (Ox), on obtient
$m\ddot{x} = mg - kx - k(l_{\text{eq}} - l_0) - 6\pi\eta R\dot{x} \Rightarrow \ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0 x = 0$ avec
$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $2\alpha = \frac{6\pi\eta R}{m}$.
Comme l'énoncé stipule qu'on observe des oscillations, le système est en régime pseudo périodique.
En posant $z^2 + 2\alpha z + \omega_0^2$ l'équation caractéristique, son déterminant $\Delta = 4\alpha^2 - 4\omega_0$ est négatif et on pose $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ la pseudo pulsation tel que $\Delta = (2i\omega)^2$.
On en déduit alors $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}$ la pseudo période (celle que l'on mesurera en observant les oscillations).
De la relation précédente, on tire

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\omega_0^2 - \alpha^2} \Rightarrow (\frac{4\pi^2}{T_0^2} - \alpha^2)T^2 = 4\pi^2 \Rightarrow \alpha = 2\pi\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{1}{T^2}} \Rightarrow \eta = \frac{2m}{3R}\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{1}{T^2}}$$

Exercice 7 : **Molécule** HCl

Une molécule HCl est modélisée par deux atomes : H et Cl, séparés par une distance r sur un axe supposé fixe dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$ d'origine Cl. L'atome H, assimilé à un point matériel de masse $m = 1{,}66.10^{-27}$ kg est en mouvement dans $\mathcal{R}_g$ sous l'action de forces dérivant d'une énergie potentielle

$$E_p = \frac{C}{r^{12}} - \frac{K}{r} \qquad \text{avec } C = 1{,}06.10^{-138} \text{ J.m}^{12} \text{ et } K = 92{,}16.10^{-30} \text{ J.m}$$

1. Tracer l'allure de $E_p(r)$ et indiquer, puis calculer la position d'équilibre r_0. La position d'équilibre correspond à un minimum de l'énergie potentielle. Discuter la stabilité de la position d'équilibre r_0. Il faut vérifier $\frac{\mathrm{d}^2 E_p}{\mathrm{d}r^2} > 0$
2. Quelle est l'énergie de dissociation de la molécule HCl ? Dissocier la molécule signifie éloigner H et Cl à l'infini. Il faut donc sortir du puit de potentiel. L'énergie de dissociation correspond donc à l'écart d'énergie potentiel entre r_0 et $r \to \infty$.

3. Déterminer la fréquence des petites oscillations autour de la position d'équilibre. Il faut revenir au cours sur les petites oscillations au voisinage d'un point d'équilibre.

1. $\frac{dE_p}{dr} = -\frac{12C}{r^{13}} + \frac{K}{r^2} = 0$ si $r = r_0 = (12C/K)^{1/11} \simeq 126{,}9.10^{-12}$ m et $(\frac{d^2E_p}{dr^2})_{r_0} \simeq 495{,}5$ J.m$^{-2} > 0$ donc l'équilibre est stable. 2. $E_d = 0 - E_p(r_0) \simeq 655.10^{-21}$ J $\simeq 4{,}16$ eV. 3. En posant $k = (\frac{d^2E_p}{dr^2})_{r_0}$, $\omega_O^2 = k/m$ et $T_0 = 2\pi/\omega_0 \simeq 87.10^{12}$ Hz (domaine IR).