

Correction du DL n°4

Question 24 : À partir des caractéristiques du codeur incrémental données dans le diagramme de définition de blocs (figure 14, annexe 1), déterminer le gain K_{cod} du codeur incrémental.

On a 500 impulsions pour 1 tour soit 2π rad. Donc $K_{cod} = \frac{500}{2\pi}$

AN : $K_{cod} = 79,58 \text{ inc/rad}$

Question 25 : Exprimer l'écart $\varepsilon_p(p)$ en sortie du comparateur de l'asservissement de position en fonction de la consigne de position angulaire $\theta_{2c}(p)$ et de la position angulaire de l'axe 2 $\vartheta_2(p)$. En déduire le réglage du gain K_{conv} du convertisseur de consigne afin d'asservir correctement la position angulaire de l'axe 2. Faire l'application numérique.

$$\varepsilon_p(p) = K_{conv} \cdot \theta_{2c}(p) - K_{cod} \cdot \theta_m(p) = K_{conv} \cdot \theta_{2c}(p) - \frac{K_{cod}}{R_2} \cdot \theta_2(p)$$

Lorsque $\theta_{2c}(p) = \theta_2(p)$ on doit avoir l'erreur qui est nulle. Soit $K_{conv} = \frac{K_{cod}}{R_2}$

AN : $K_{conv} = \frac{500 \cdot 49}{2\pi \cdot 4} = 974,8 \text{ inc/rad}$

Question 26 : À partir du schéma bloc de la commande de l'axe 2 (figure 17, annexe 5), déterminer la fonction de transfert du moteur complet, sous forme canonique :

$$M(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)}$$

En prenant $C_{pert}(p)=0$, avec la formule de la FTBF :

$$M(p) = \frac{\frac{1}{R + Lp}}{1 + \frac{K_c \cdot K_e}{J_{\acute{e}q} p \cdot (R + Lp)}} = \frac{J_{\acute{e}q} p}{J_{\acute{e}q} p \cdot (R + Lp) + K_c \cdot K_e} = \frac{J_{\acute{e}q}}{K_c \cdot K_e} \cdot \frac{p}{1 + \frac{R \cdot J_{\acute{e}q}}{K_c \cdot K_e} p + \frac{L \cdot J_{\acute{e}q}}{K_c \cdot K_e} p^2} = M(p)$$

Question 27 : Le réglage de la boucle d'asservissement du courant est réalisé en bloquant la rotation du moteur ($\Omega_m(p) = 0$). En déduire l'expression simplifiée de la fonction de transfert du moteur :

$$M_{reg}(p) = \frac{I(p)}{U_m(p)}$$

En prenant $\Omega_m(p) = 0$ on a $E(p)=0$ et il vient :

$$M_{reg}(p) = \frac{1}{R + Lp}$$

Question 28 : À partir de ces diagrammes de Bode, en faisant apparaître clairement les constructions graphiques sur le document, déterminer le réglage du gain proportionnel K_p afin de respecter l'exigence de marge de gain de la boucle de courant du diagramme des exigences (figure 13, annexe 1). Conclure pour ce réglage quant au respect de l'exigence de marge de phase, en précisant la valeur relevée sur les diagrammes de Bode et en faisant apparaître clairement les constructions graphiques sur le document réponse.

La marge de gain est définie à la pulsation telle que le déphasage en boucle ouverte est égal à -180° .

Grâce à la construction on trouve qu'il faut translater la courbe de gain de $-16-6=-22\text{dB}$ (descendre la courbe de gain de 22dB), soit un gain

$$K_{pI} = 10^{-22/20} = 0,08V \cdot A^{-1}$$

La marge de phase est définie à la pulsation au gain unité c-à-d à 0dB . Sur la courbe de gain non corrigée, le point d'ordonnée 22dB se retrouve après correction proportionnelle à 0dB . On trouve donc la phase correspondant à ce point particulier : -135° . Ceci nous donne une marge de phase de $180-135=45^\circ$ ce qui correspond à la valeur minimale du diagramme d'exigence.

Conclusion : ce réglage permet de satisfaire aux marges de stabilité imposées.

Question 29 : Préciser en le justifiant l'exigence (ou les exigences) que permettra (ou permettront) de respecter cet ajout de correction intégrale.

$$C_I(p) = K_{pI} + \frac{K_{iI}}{p} = \frac{K_{pI} \cdot p + K_{iI}}{p} = \frac{K_{iI}}{p} \left(1 + \frac{K_{pI}}{K_{iI}} p \right)$$

Le correcteur proportionnel intégral permet d'assurer l'exigence de précision. On apporte une intégration dans la boucle ouverte, ainsi l'erreur statique indicielle sera nulle (sous réserve de stabilité et en l'absence de perturbation ou pour une perturbation échelon).

Question 30 : Tracer sur le document réponse les diagrammes asymptotiques de Bode en gain et en phase du correcteur proportionnel intégral $C_I(p)$, ainsi que l'allure des diagrammes réels.

$$C_I(p) = \frac{K_{iI}}{p} \left(1 + \frac{K_{pI}}{K_{iI}} p \right) = \frac{4K_{pI}}{7p} \left(1 + \frac{7}{4} p \right)$$

Le correcteur se décompose en un produit d'un intégrateur et d'un système inverse du 1^{er} ordre :

Intégrateur : $\frac{4K_{pI}}{7j\omega}$

- GdB : droite de pente -20dB/déc qui coupe l'axe des 0dB en $\frac{4K_{pI}}{7} = 0,045 \text{ rad/s}$ (ou passe par $20 \log \left(\frac{4K_{pI}}{7} \right) = -27\text{dB}$ en $\omega = 1 \text{ rad/s}$)
- φ : -90°

Inverse du premier ordre : $1 + \frac{7}{4}j\omega$ avec $\tau_i = 7/4$

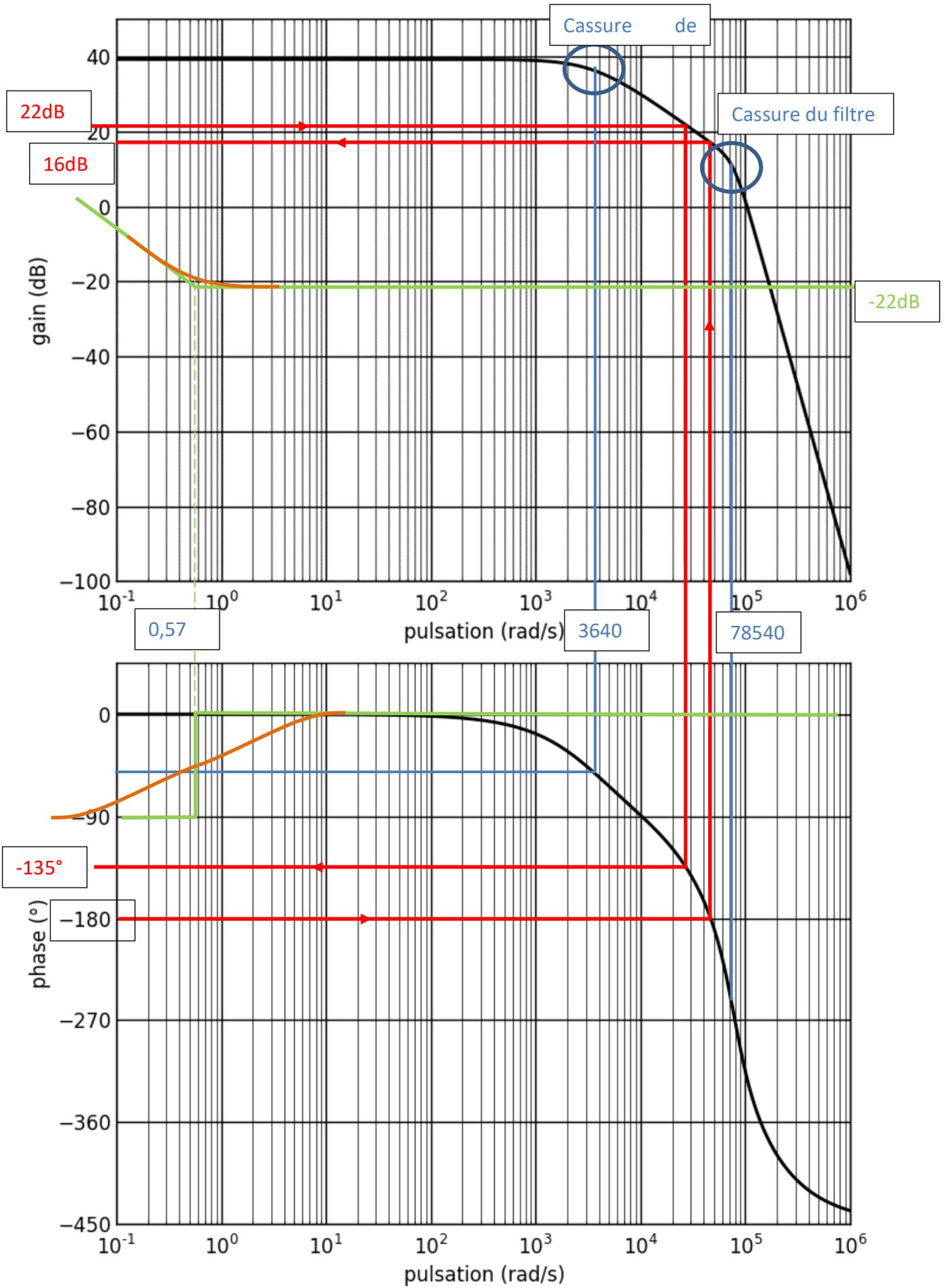
- GdB : 0dB jusqu'à $\omega_c = \frac{1}{\tau_i} = \frac{4}{7} \approx 0,57 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ puis une pente de $+20 \text{ dB/déc}$
- φ : -90° : 0° jusqu'à ω_c puis $+90^\circ$

Avec la somme, en haute fréquence (=haute pulsation) $C_I(p) \approx K_{pI}$ donc un gain de -22dB et une phase de 0 dB .

Au niveau de la cassure $\omega_c \approx 0,57 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, on a 3dB entre les asymptotes et la courbe réelle de gain et la phase passe à -45° .

Question 31 : Conclure quant à l'effet de l'ajout de l'action intégrale dans le correcteur vis-à-vis du respect des exigences de marges de gain et de phase de la boucle de courant.

On remarque que, à proximité du domaine de fréquence où se fait le réglage des marges, le correcteur a un gain proportionnel égal à celui réglé à la question 28 et la phase n'est pas modifiée. La conclusion reste valable car les marges sont inchangées.



Question 32 : En précisant les valeurs, relever sur la **figure 8** les performances mesurées. Comparer aux performances du modèle étudié dans les questions précédentes, ainsi qu'aux performances souhaitées de la boucle de courant du diagramme des exigences (**figure 13, annexe 1**).

Exigence 1.1.1.1 à vérifier :

Le temps de réponse à 5% est de l'ordre de $18\text{ms} < 30\text{ms}$ donc l'exigence de rapidité est vérifiée.

Le premier dépassement relatif $D_{1\%} = \frac{115-107,5}{107,5} = 0,07 = 7\% < 25\%$ donc l'exigence de dépassement est vérifiée.

L'erreur statique n'est pas nulle $\varepsilon_s = 110 - 107,5 = 2,5 \text{ mA}$, l'exigence de précision n'est pas respectée

Question 33 : En considérant le système non perturbé ($C_{\text{pert}}(p) = 0$), déterminer l'écart statique ε_s , suite à une entrée de type échelon, ainsi que l'écart de traînage ε_v , suite à une entrée de type rampe. En supposant à présent une perturbation constante ($C_{\text{pert}}(p) \neq 0$), préciser en le justifiant l'exigence (ou les exigences) que permettra de respecter l'action intégrale contenue dans le correcteur $C_P(p)$. Préciser également l'exigence (ou les exigences) que permettra de respecter l'action dérivée contenue dans le correcteur $C_P(p)$.

$$C_P(p) = K_{pP} + \frac{K_{iP}}{p} + K_{dP} \cdot p = \frac{K_{pP} \cdot p + K_{iP} + K_{dP} \cdot p^2}{p}$$

En admettant que la fonction de transfert $\frac{\Omega_m(p)}{I_c(p)}$ ne contient pas de dérivateur, la FTBO du système asservi en position : $H_{BO}(p) = \frac{N(p)}{\varepsilon(p)} = C_P(p) \times \frac{\Omega_m(p)}{I_c(p)} \times \frac{1}{p} \times K_{cod}$ est de classe 2 (2 intégrateurs)

En supposant le système stable en boucle fermée :

- Sans perturbation : l'erreur statique indicielle ε_s et l'erreur de traînage ε_v sont nulles car la fonction de transfert en boucle ouverte possède 2 intégrations. Une est dans le correcteur et l'autre entre les variables Ω_m et θ_m .
- En présence d'une perturbation constante, l'action intégrale permet de satisfaire à l'exigence d'erreur statique indicielle nulle. En effet l'intégration placée dans le correcteur est en amont de la perturbation.

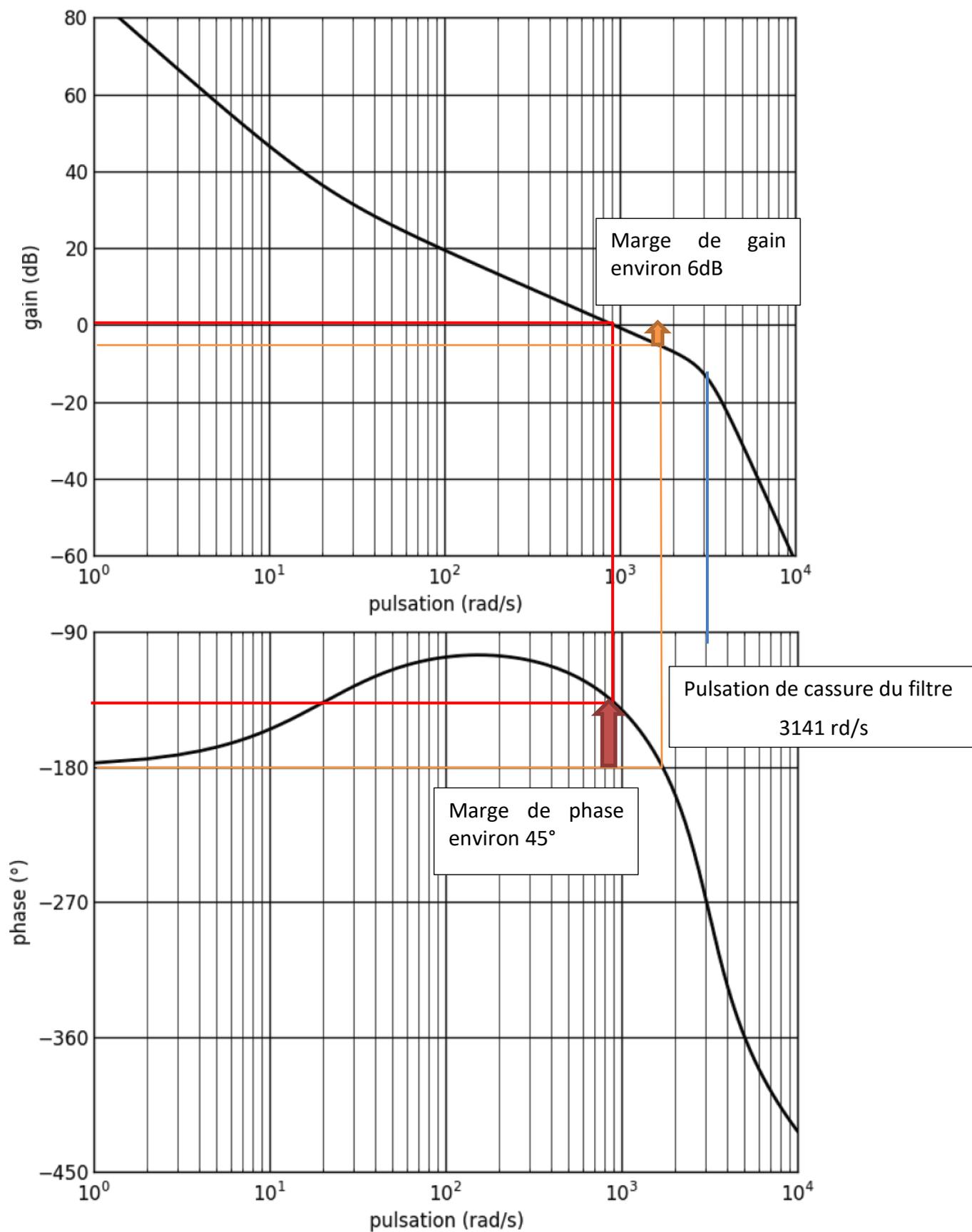
L'action dérivée quant à elle permettra de satisfaire aux marges de stabilité. En effet avec un système de classe 2 en boucle ouverte, il faut nécessairement pour assurer la stabilité, un ajout de phase sous forme de « zéro » dans la FTBO non corrigée ou sous forme d'effet dérivé dans le correcteur.

Question 34 : À partir de ces diagrammes de Bode, en faisant apparaître clairement les constructions graphiques sur le document réponse, déterminer les valeurs des marges de stabilité (gain et phase). Conclure quant au respect des exigences de marges de gain et de phase de la boucle de position du diagramme des exigences (**figure 13, annexe 1**).

La marge de gain est égale à l'exigence de 6dB minimum

La marge de phase de 45° est supérieure à l'exigence de 35° minimum.

Conclusion : les marges de stabilité sont bien réglées



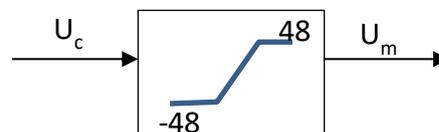
Question 35 : En comparant aux caractéristiques du moteur à courant continu données dans le diagramme de définition de blocs (figure 14, annexe 1), analyser les niveaux de tension et d'intensité atteints. Conclure quant à la représentativité du modèle vis-à-vis du fonctionnement du système réel. D'après la structure de commande présentée figure 17, annexe 5, préciser le(s) grandeur(s) physique(s) devant faire l'objet d'une limitation (saturation) dans le modèle.

Les niveaux de tension et d'intensité n'ont rien de réaliste.

La tension nominale du moteur est de 48V or la tension simulée atteint 5000V !

De même l'intensité de démarrage est de l'ordre de 4A alors que la simulation donne une intensité de démarrage de 350A !

En fait le système réel possède une saturation évidente. L'alimentation en tension du moteur est limitée par le niveau de tension d'alimentation du hacheur (ici 48V).



Il est certain qu'en incluant cette saturation dans le modèle, on obtiendra des niveaux d'intensité inférieurs au courant de démarrage (calculé avec $I=U/R=48/11,5=4,16A$).

Question 36 : En précisant les valeurs, relever sur la figure 10 les performances mesurées. Comparer aux performances souhaitées de la boucle de position du diagramme des exigences (figure 13, annexe 1).

On a $t_{5\%} = 60ms$ ce qui ne satisfait pas l'exigence de rapidité qui devrait être inférieur à 30ms

$D_{1\%} = \frac{1,5}{20} = 0,075 = 7,5\%$ ce qui est inférieur au dépassement maximal de 30%

L'erreur statique est nulle, idem pour l'erreur de trainage (figure 11).

