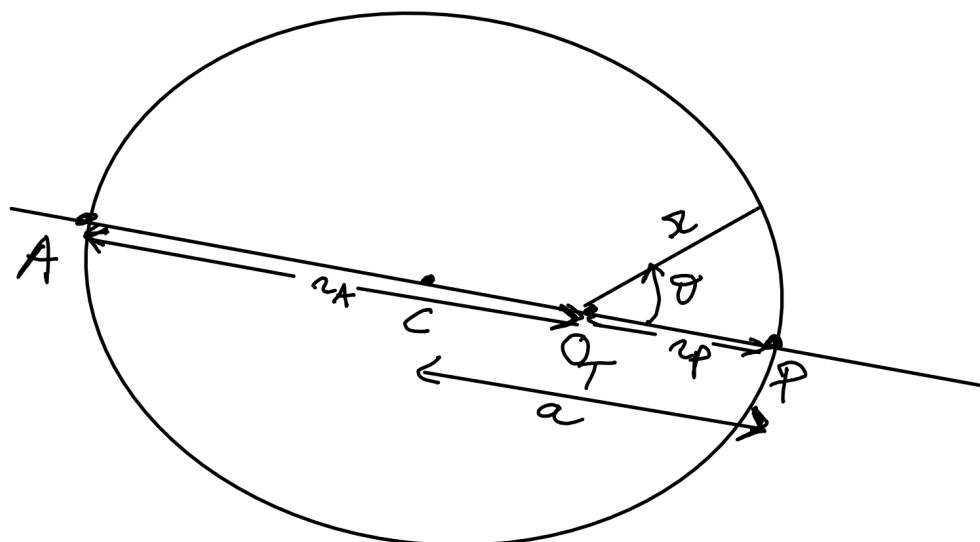


Corrigé du devoir à la maison n° 8

Partie III : Peser la Terre

III.1 Principe

- Q22. Le poids est quelque chose de relatif à l'astre sur lequel on le définit, alors que la masse est une constante associée à un corps. C'est cette constante que l'on mesure par l'interaction gravitationnelle.
- Q23. Le schéma demandé est donné ci-après



Graphiquement on voit facilement que $2a = r_A + r_P$.

- Q24. Il suffit de tracer a^3 en fonction de T^2 . On obtient une droite de pente $\alpha = \frac{GM_T}{4\pi^2}$ qui permet de remonter à α .

III.2 Étude de données orbitales

- Q25. `DATA[i]` est une liste contenant les données, sous forme d'une liste, relatives au satellite d'indice `i`. Le premier élément de cette liste (celui d'indice 0) est le champ appelé `numero` et qui est un entier de 1 à 9.
- Ce bout de code crée donc à partir d'une liste vide, via la fonction `append`, une liste contenant donc les entiers identifiant les satellites.
- Q26. On peut s'inspirer du code précédent et écrire (la période est le troisième champ, d'indice 2)

```
T_sat = []
for i in range(9):
    T_sat.append(DATA[i][2])
```

- Q27. On peut se poser la question de savoir pourquoi pour cette liste là on écrit une fonction et pas pour les précédentes... Peu importe... Par ailleurs il faut supposer qu'on suit le satellite sur au moins une période de manière à ce que dans le tableau des altitudes il y ait l'altitude minimale et l'altitude maximale...

```
from math import pi

def demiGrandAxe(DATA):
    R_T = 6.37e3 # Rayon de la Terre (en km)
    for i in range(9):
        h_min = min(DATA[i][6])
        h_max = max (DATA[i][6])
        a_sat.append(R_T + (h_min + h_max) / 2)
    return a_sat
```

- Q28. Je propose une version vectorisée... Mais on peut faire avec des boucles...

```
def XY (T_sat, a_sat):
    X = np.array(T_sat) ** 2
    Y = np.array(a_sat) ** 3
    return (x, y)
```

- Q29. On utilise la fonction `polyfit` :

```
(X, Y) = XY (T_sat, a_sat)
p = np.polifit(X, Y, 1)
[p[0], p[1]]
```

On s'attend à une valeur de `beta` nulle puisqu'il y a proportionnalité entre X et Y (ce qui ne sera pas le cas en pratique)

- Q30. $A = X$, $B = Y$, $C = X$, $D = \alpha * X + \beta$, $E = \text{carrée de la période en min}^2$, $F = \text{cube de demi-grand axe en km}^3$.
- Q31. Il manque les grandeurs sur les axes et les unités correspondantes. Il n'y a pas non plus de tracé de barres d'erreur.
- Q32. Certaines données sont trop proches et apparaissent sous la forme d'un point unique.

III.3 Précision du résultat

- Q33. On peut raisonnablement prendre $N_{\text{sim}} = 10000$

- Q34. $G : []$, $H : []$, $I : []$, $J : []$, $K : []$ et $L : []$ pour les initialisations de toutes les listes.

$L : N_{\text{sim}}$, $M : a_{\text{sat}}$, $N : T_{\text{sat}}$, $O : a_{\text{tir}} ** 3$, $P : T_{\text{tir}} ** 2$.

$Q : Y_{\text{tir}}$ et $R : X_{\text{tir}}$ (pour ce qui nous intéresse ici ces deux lignes sont inutiles...)

$S : X_{\text{tir}}$, $U : Y_{\text{tir}}$ pour la régression linéaire.

$V : p[0]$, $W : p[1]$ pour les paramètres α et β de la i -ième simulation.

$Z :$ pour le calcul de la masse de la Terre pour la i -ème simulation.

- Q35. Il suffit d'utiliser les fonctions `mean` et `std` pour calculer les valeurs moyennes et les écart-types, soit

```
M_T = np.mean(List_MT, axis = 0)
u_M = np.std(List_MT, axis = 0, ddof = 1)
beta_sim = np.mean(List_beta, axis = 0)
u_beta = np.std(List_beta, axis = 0, ddof = 1)
```

- Q36. On calcule le z-score. Si celui est en valeur absolue inférieure à 2, alors les résultats obtenus sont compatibles avec la valeur publiée.

On calcule ainsi $z = \left| \frac{M_T - M_{T, \text{sim}}}{\sqrt{u_\beta^2 + u_T^2}} \right|$ (je note M_T la valeur publiée dans la littérature et

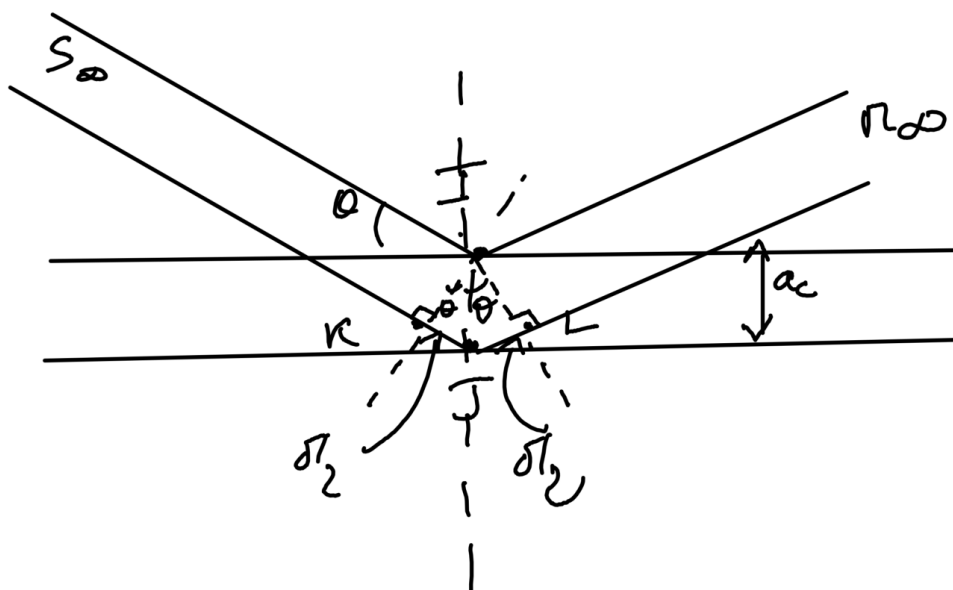
$M_{T, \text{sim}}$ celle obtenue par les simulations). L'application numérique donne $z = 3,68 > 2$. Il y a donc incompatibilité.

Aviez-vous remarqué qu'il manque l'unité pour u_M ...

Partie IV : Stocker l'énergie électrique

IV.4 Étude cristallographique du nickel

- Q37. Les deux rayons sont issus d'une même source monochromatique. Il sont donc cohérents (et synchrones, i.e. $\omega = \omega_1 = \omega_2$).
- Q38. Un calcul élémentaire (cf. figure ci-dessous) donne $\delta = (KJ) + (JL) = 2a_c \sin \theta$, d'où $\Delta\varphi(M) = \frac{4\pi}{\lambda} a_c \sin \theta$. Ne pas oublier d'introduire une source imaginaire à l'infini (M_∞), d'invoquer le principe de retour inverse de la lumière et le théorème de Malus.



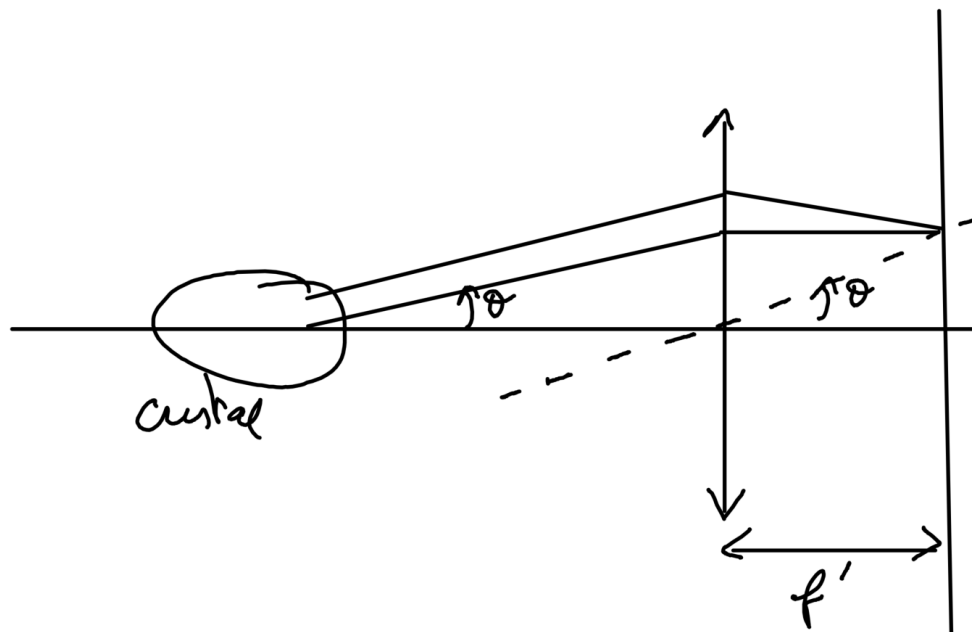
- Q39. La définition de l'intensité est particulièrement folklorique... Elle est plutôt égale à la moyenne temporelle du carré de l'amplitude résultante...

Le calcul classique du cours donne ainsi $I(\theta) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi}{\lambda} a_c \sin \theta \right) \right)$ en posant I_0 l'intensité transportée par chacune des ondes individuellement.

- Q40. Les angles recherchés sont tels que $\frac{4\pi}{\lambda} a_c \sin \theta = 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$, soit $\sin \theta = \frac{k\lambda}{2a_c}$.

Il est clair que si l'on trouve toutes ces valeurs de $\sin \theta$ on pourra par une régression linéaire par exemple remonter à a_c .

- Q41. Il suffit de placer un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente comme sur le schéma suivant.



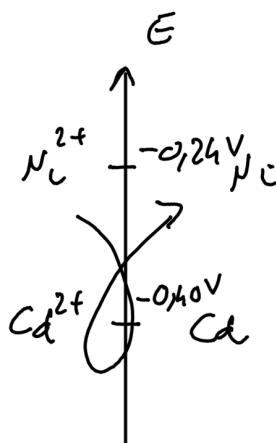
Q42. L'appareil qui sert à mesure des angles est un goniomètre (du grec ancien $\gamma\omega\nu\iota\alpha$, gônía ("angle"))

Q43. $a_c = \frac{\lambda}{2 \sin \theta_1} = 353 \text{ pm}$. C'est typiquement la distance entre deux atomes dans un cristal.

IV.5 Accumulateur cadmium-nickel

Q44. $\text{Ni}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Ni}$ et $\text{Cd}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Cd}$. Les deux métaux Ni et Cd sont les réducteurs, et les deux ions les oxydants.

Q45. Le potentiel du nickel étant supérieur à celui du cadmium la réaction thermodynamiquement favorisée est celle de la réduction de Ni^{2+} par Cd. C'est ce qu'illustre la règle du γ sur la figure suivante :



Q46. Avant que la pile ne débite les potentiels sont donnés par la formule de Nersnt.

$$E_1 = E_1^0 + \frac{0,06}{3} \log[\text{Ni}^{2+}] = -0,28 \text{ V} \text{ et } E_2 = E_2^0 + \frac{0,06}{3} \log[\text{Cd}^{2+}] = -0,49 \text{ V}.$$

L'électrode 1 de potentiel plus élevé est le pôle +, l'autre le pôle -.

Le voltmètre idéal mesure une différence de potentiel $U = 0,21 \text{ V}$.

Q47. Le courant va circuler à l'extérieur du circuit de l'électrode 1 vers l'électrode 2.

- Q48. Quand la pile ne débite plus les potentiels des deux électrodes sont égaux, $E_1 = E_2$. Ceci permet de calculer la constante d'équilibre de la réaction chimique $\text{Ni}^{2+} + \text{Cd} \longrightarrow$

$\text{Ni} + \text{Cd}^{2+} : K_0 = 10^{\frac{2(E_1^0 - E_2^0)}{0,06}} = 10^{5,3}$. On pourra considérer la réaction comme totale. Un tableau d'avancement (dans lequel on considèrera que les solides sont en excès) montre que le réactif limitant est Ni^{2+} , avec une quantité de matière $n_1 = Vc_1 = 5 \times 10^{-3} \text{ mol}$. L'avancement final est donc $\xi = n_1$. Comme initialement il y avait $n_2 = c_2V = 1 \times 10^{-4} \text{ mol}$ moles de Cd^{2+} à la fin il y en a $51 \times 10^{-4} \text{ mol}$, soit une concentration $[\text{Cd}^{2+}] = 5,1 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$.

Les métaux sont encore en excès.

On peut calculer la concentration finale en Ni^{2+} grâce à la constante d'équilibre : $[\text{Ni}^{2+}] = \frac{[\text{Cd}^{2+}]}{K^0} = 2,56 \times 10^{-7} \text{ mol/L}$.

On peut alors calculer par la formule de Nernst la valeur commune des deux potentiels $E = E_1 = E_2 = -0,44 \text{ V}$.

- Q49. Chaque mole d'avancement correspond au passage de 2 moles d'électrons. Pendant la durée de la vie de la pile une charge $2\xi\mathcal{F} = I\Delta t$ est passée entre les deux électrodes (en supposant l'intensité constante, ce qui est hautement critiquable). Il vient donc $\Delta t = \frac{2\xi\mathcal{F}}{I} = 19\,300 \text{ s}$, soit un peu plus de cinq heures.

- Q50. Un milieu basique est un milieu dans lequel les ions OH^- dominent les ions H_3O^+ , ce qui fait que le pH est supérieur à 7.

- Q51. Avec les techniques habituelles on détermine que dans Ni_2O_3 Ni est au degré d'oxydation +III, alors que dans $\text{Ni}(\text{OH})_{2(s)}$ il est à +II.

Dans $\text{Cd}(\text{OH})_{2,(s)}$ Cd_(s) est au degré d'oxydation +II, alors que dans Cd_(s) il est à 0.

Ce qui permet d'équilibrer la réaction selon $\text{Ni}_2\text{O}_{3,(s)} + \text{Cd}_{(s)} + 3\text{H}_2\text{O} \longrightarrow 2\text{Ni}(\text{OH})_{2(s)} + \text{Cd}(\text{OH})_{2(s)}$