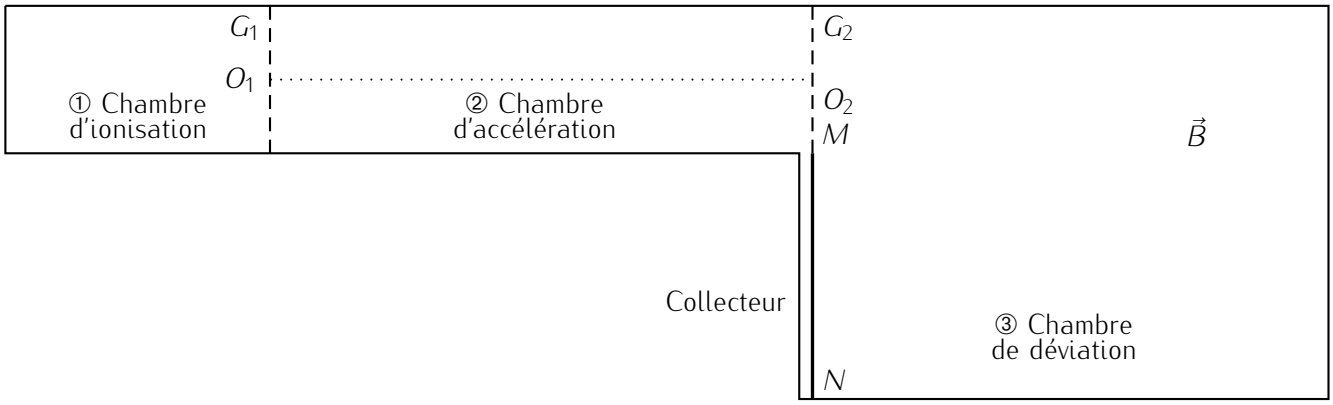
Spectrographie de masse

Un spectrographe de masse est constitué de plusieurs parties comme l'indique la figure ci-dessous :



- La chambre d'ionisation ① dans laquelle des atomes de potassium ${}^{A_1}_{19}K$ et ${}^{A_2}_{19}K$ de masses respectives m_1 et m_2 portés à haute température sont ionisés en ions K^+.
  On considérera qu'à la sortie de cette chambre, en O_1, la vitesse des ions est quasi nulle ;
- La chambre d'accélération ② dans laquelle les ions sont accélérés entre O_1 et O_2 sous l'action d'une différence de potentiel établie entre les deux grilles G_1 et G_2 ;
- La chambre de déviation ③ dans laquelle les ions sont déviés par un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ de direction perpendiculaire au plan de figure.
- Un collecteur d'ions constitué d'une plaque photosensible est disposé entre M et N.

Les chambres sont sous vide. On négligera le poids des ions devant les autres forces et on admettra qu'à la sortie de la chambre d'accélération, les vecteurs vitesse des ions sont contenus dans le plan de figure.

I. Accélération des ions

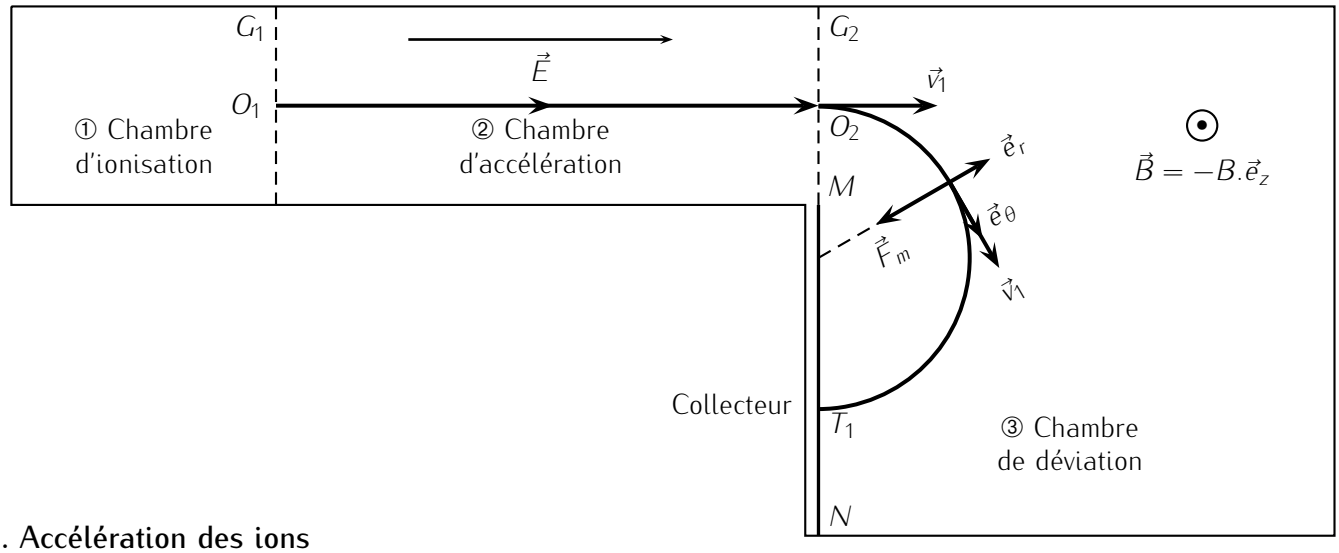
1. Quel doit être le signe de la différence de potentiel $V_{G_1} - V_{G_2}$ pour que les ions soient accélérés entre O_1 et O_2 ? Justifiez votre réponse. Q1
2. Établir les expressions des vitesses v_1 et v_2 des ions lorsqu'ils parviennent en O_2 en fonction de m_1, m_2, e et $U = V_{G_1} - V_{G_2}$. Q2

II. Déviation des ions

1. Quel doit être le sens du champ magnétique $\vec{B}$ régnant dans la chambre de déviation pour que les ions puissent atteindre le collecteur ? Q3
2. Montrer que, dans la chambre de déviation, la trajectoire des ions est plane et que leur mouvement est uniforme. Q4
3. La trajectoire de chaque type d'ion est un cercle. Déterminer l'expression de leur rayon R_1 (respectivement R_2) en fonction de m_1 (respectivement m_2), e, U et B. Q5
4. En admettant que le rapport des masses des ions est égal au rapport de leurs nombres de masse A_1 et A_2, exprimer le rapport $\frac{A_2}{A_1}$ en fonction des rayons R_1 et R_2 des trajectoires. Q6
5. Application numérique : on observe sur la plaque photosensible deux taches T_1 et T_2 correspondant aux impacts des ions de masses m_1 et m_2 respectivement et telles que $O_2T_1 = 103{,}0$ cm ; $O_2T_2 = 105{,}6$ cm. Déterminer A_2 sachant que $A_1 = 39$. Q7

Spectrographie de masse

CAPES externe 2006



I. Accélération des ions

1. Les ions étant de charge $q = e$ positive, le champ électrostatique dans la chambre d'accélération ② doit être orienté de gauche à droite sur la figure, c'est à dire de G_1 vers G_2.
   Or le champ électrostatique est orienté dans le sens des potentiels décroissants, on doit donc avoir $V_{G_2} < V_{G_1}$
Q8 d'où $\boxed{U = V_{G_1} - V_{G_2} > 0}$.

> ***Vous verrez plus tard que*** $\vec{E} = -\overrightarrow{\textbf{\textit{grad}}}V$.

2. Entre O_1 et O_2, la seule force appliquée à la particule est $\vec{F}_e = e.\vec{E}$ (on néglige le poids) avec $\vec{E} = \frac{U}{O_1O_2}.\vec{e}_x$ le champ électrostatique produit entre les grilles G_1 et G_2.
   Par application du théorème de l'énergie cinétique sur le système { particule } dans le référentiel local considéré galiléen, on peut écrire $\Delta E_c = W(\vec{F}_e) = e\vec{E}.\overrightarrow{O_1O_2}$ (cas particulier d'une force constante $e\vec{E}$ dont le point d'application se déplace de O_1 à O_2).

> ***Pour obtenir la vitesse numérique, pensez à une méthode énergétique***

   Pour la particule de masse m_1, on a ainsi $\frac{1}{2}m_1v_1^2 - \frac{1}{2}m_1v_0^2 = eE.\vec{e}_x.O_1O_2.\vec{e}_x = e\frac{U}{O_1O_2}.O_1O_2 = eU$.
   Comme on suppose de plus que la vitesse v_0 en O_1 est négligeable devant v_1 celle en G_2, on en déduit
Q9 $\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}}$ et de même, $\boxed{v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}}$

II. Déviation des ions

1. Pour que les ions puissent atteindre le collecteur la force magnétique doit être orientée vers la plaque quand la particule arrive dans en O_2.
   Or, la particule n'étant soumise qu'à la force d'origine magnétique $\vec{F}_m = e\vec{v} \wedge \vec{B}$, l'orientation du produit
Q10 vectoriel implique $\boxed{\vec{B} \text{ normal au plan de la figure et dirigé vers le lecteur.}}$

> ***Règle de la main droite***

2. La force $\vec{F}_m$ reste normale à $\vec{B}$ qui est lui même perpendiculaire au plan de la figure. De plus, $\vec{v}$ est dans le plan de la figure. On aura donc affaire à un $\boxed{\text{mouvement plan}}$.

> F_m ***dans le plan implique*** $\ddot{z} = 0 \Rightarrow \dot{z} = Cte$***, il faut évoquer les CI pour démontrer*** $\dot{z} = Cte$ ***et donc un mouvement plan.***

Par ailleurs, $\vec{F}_m$ ne travaillant pas car normale à $\vec{v}$ à tout instant, le théorème de la puissance cinétique $\frac{dE_c}{dt} = P(\vec{F}_m) = \vec{F}_m.\vec{v} = 0$ c'est à dire que l'énergie mécanique des particule est constante d'où une vitesse

Q11 constante et un mouvement à vitesse constante (uniforme).

> ***Pensez au théorème de la puissance cinétique***

3. En travaillant dans le référentiel local galiléen et le système de coordonnées polaires $Oxyz$ (Cf figure), par application du PFD sur la particule de masse m_1 en mouvement circulaire uniforme

$$m_1\vec{a} = e\vec{v} \wedge \vec{B} = e\begin{vmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -B \end{vmatrix} \Rightarrow -m_1\frac{v^2}{R_1}.\vec{e}_r = -ev_1B\vec{e}_r \Rightarrow \boxed{R_1 = \frac{m_1v_1}{eB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{e}}}$$

et de même, pour la particule de masse m_2, $\boxed{R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{e}}}$

> ***Attention, ici*** $\vec{B} = -B.\vec{e}_z$

Q12 4. Si $\frac{m_1}{m_2} = \frac{A_1}{A_2}$, on peut écrire $\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{A_2}{A_1}}$ d'où $\boxed{\frac{A_2}{A_1} = \frac{R_2^2}{R_1^2}}$.

Q13 5. Application numérique : si $O_2T_1 = 2R_1$ et $OT_2 = 2R_2$ on calcule alors $\boxed{A_2 = \frac{OT_2{}^2}{OT_1{}^2}.A_1 \simeq 41.}$