a-Les impédances acoustiques des tissus musculaires et de l'air pour les ultrasons valent Za = 400 kg.m⁻².s⁻¹ et $Z_m = 1,7.10^6 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$.

Calculer le coefficient de transmission des puissances sonores à une interface air-muscle et commenter.

b-Pour supprimer l'onde réfléchie dans l'air, on réalise une couche anti-reflet d'épaisseur e en graisse d'impédance Zg.

On note c_a , c_g et c_m les célérités du son dans chacun des trois milieux et on pose $k_a = \frac{\omega}{c_a}$, $k_g = \frac{\omega}{c_g}$, $k_m = \frac{\omega}{c_m}$

On cherche alors en notation complexe des champs de vitesse dans les trois milieux de la forme

$$\underline{\mathbf{v}}(\mathbf{x} < 0) = \mathbf{A}_{\mathbf{a}} \exp \mathbf{j}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t} - \mathbf{k}_{\mathbf{a}}\mathbf{x}) \qquad \underline{\mathbf{v}}(\mathbf{x} > \mathbf{e}) = \mathbf{A}_{\mathbf{m}} \exp \mathbf{j}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{t} - \mathbf{k}_{\mathbf{m}}\mathbf{x})$$

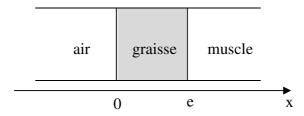
$$\underline{\mathbf{v}}(0 < \mathbf{x} < \mathbf{e}) = \mathbf{A}_{g} \exp \mathbf{j}(\omega \mathbf{t} - \mathbf{k}_{g} \mathbf{x}) + \mathbf{B}_{g} \exp \mathbf{j}(\omega \mathbf{t} + \mathbf{k}_{g} \mathbf{x})$$

Quelle est la forme correspondante du champ des surpressions dans les trois milieux ?

c-Ecrire les conditions aux limites aux interfaces

d-L'élimination des amplitudes conduit à la relation :
$$\frac{Z_g - Z_a}{Z_g + Z_a} = \frac{Z_g - Z_m}{Z_g + Z_m} \exp(-2jk_g e)$$

Vérifier sa pertinence sur un cas particulier. Déterminer les valeurs qu'il faut choisir pour e et $Z_{\rm g}$.



a-Cours:
$$T = \frac{4Z_a Z_m}{(Z_a + Z_m)^2}$$
 A.N: $T = 9,4.10^{-4}$ Cette faible transmission est un problème en échographie.

b-On utilise la relation de structure
$$\vec{\underline{v}} = \frac{p}{Z}\vec{u}$$
 pour chaque onde plane progressive avec $\vec{u} = \pm \vec{u}_x$ selon le sens Donc :
$$\underbrace{p(x < 0) = Z_a A_a \exp j(\omega t - k_a x)}_{p(x > e) = Z_m A_m \exp j(\omega t - k_m x)}_{p(0 < x < e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t + k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t + k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t + k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t + k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t - k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t - k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t - k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t - k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t - k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t - k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t - k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t - k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t - k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x) - Z_g B_g \exp j(\omega t - k_g x)}_{q(x > e) = Z_g A_g \exp j(\omega t - k_g x)}_$$

c-Continuité du champ de vitesse en
$$x = 0$$
:
$$A_a = A_g + B_g$$
Continuité du champ de vitesse en $x = e$:
$$A_g \exp(-jk_g e) + B_g \exp(+jk_g e) = A_m \exp(-jk_m e)$$
Continuité de la pression acoustique en $x = 0$:
$$Z_a A_a = Z_g (A_g - B_g)$$

Continuité de la pression acoustique en x = e: $Z_g(A_g \exp(-jk_g e) - B_g \exp(+jk_g e)) = Z_m A_m \exp(-jk_m e)$

d-Si $Z_g = Z_a$, alors il n'y aura pas d'onde réfléchie si $Z_m = Z_a$, ce qui est logique car il n'y a plus d'interfaces.

$$\frac{Z_g - Z_a}{Z_g + Z_a}$$
 et $\frac{Z_g - Z_m}{Z_g + Z_m}$ sont des quantités réels, donc forcément : $exp(-2jk_ge) = \pm 1$

$$\underline{Cas\ 1}:\ exp(-2jk_ge)=1\quad \Longrightarrow \quad \frac{Z_g-Z_a}{Z_g+Z_a}=\frac{Z_g-Z_m}{Z_g+Z_m} \quad \Longrightarrow \quad Z_aZ_g=Z_mZ_g \quad \Longrightarrow \quad Z_a=Z_m \quad impossible$$

$$\underline{\text{Cas 2}}: \exp(-2jk_g e) = -1 \implies \frac{Z_g - Z_a}{Z_g + Z_a} = -\frac{Z_g - Z_m}{Z_g + Z_m} \implies 2Z_g^2 = 2Z_a Z_m \implies \boxed{Z_g = \sqrt{Z_a Z_m}} = 3.10^4 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$$

Et
$$\exp(-2jk_g e) = -1 => 2k_g e = \pi + 2n\pi => 2\frac{2\pi}{\lambda_g} e = (2n+1)\pi => \boxed{e = (2n+1)\frac{\lambda_g}{4}}$$