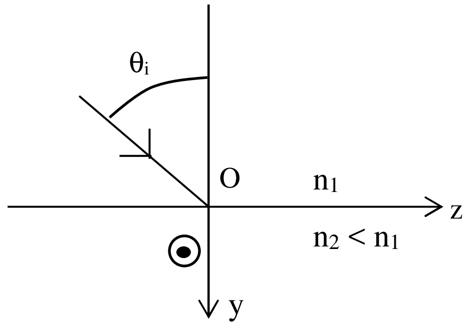
**6.6.2 Interface ondes électromagnétiques-Exercice 5**

---

Une onde électromagnétique plane progressive arrive sur la surface de séparation plane y = 0 entre deux diélectriques.




a-A partir de quelle valeur limite $\theta_\ell$ de l'angle d'incidence $\theta_i$ se produit le phénomène de réflexion totale ?

A.N : calculer $\theta_\ell$ pour les interfaces
verre (n = 1,5)/air
eau (n = 1,33)/air

On suppose dans la suite que $\theta_i > \theta_\ell$. D'un point de vue formel les lois de Descartes continuent de s'appliquer dans le cas de la réflexion totale en posant pour « l'angle de réfraction » $\theta_t$ :
$\cos\theta_t = \pm(1-\sin^2\theta_t)^{1/2} = \pm im$ où m est un réel positif

b-Expliciter le champ transmis $\underline{\vec{E}}_t = \underline{\vec{E}}_{0t} e^{i(\omega t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})}$ en fonction de y, z, $\theta_i$, $n_1$, $n_2$ et $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$.
Quel signe faut-il choisir dans l'expression de $\cos\theta_t = \pm im$ ?
Quelles sont les caractéristiques de ce type d'onde suivant Oz ? suivant Oy ?

c-Pour quelle valeur δ de y, l'amplitude du champ transmis est-elle divisée par e ?

d-Déterminer le champ magnétique $\underline{\vec{B}}_t$ associé à cette onde en supposant $\underline{\vec{E}}_t$ polarisé rectilignement selon Ox.
Commenter.

e-En déduire la valeur moyenne du vecteur de Poynting en fonction de $n_1$, $\left|\underline{\vec{E}}_{0t}\right|^2$ et δ. Commenter.

On donne : $<\vec{\Pi}(M,t)> = \frac{1}{2} Re\left(\frac{\underline{\vec{E}}(M,t) \wedge \underline{\vec{B}}^*(M,t)}{\mu_0}\right)$ où * représente le conjugué

---

### 6.6.2 Interface ondes électromagnétiques-Exercice 5

---

a-A la limite : $n_1 \sin\theta_\ell = n_2$ donc : $\boxed{\theta_\ell = \operatorname{Arc}\sin(\frac{n_2}{n_1})}$

A.N : verre/air <u>$i_\ell = 41{,}8°$</u> eau/air <u>$i_\ell = 48{,}8°$</u>

b-On suppose $\theta_i > \theta_\ell$ donc : $n_1 \sin\theta_i > n_1 \sin\theta_\ell = n_2$

On a : $\vec{k}_t = \frac{\omega}{c} n_2 (\cos\theta_t \vec{u}_y + \sin\theta_t \vec{u}_z)$ Donc : $\vec{k}_t.\vec{r} = \frac{\omega}{c} n_2 (y\cos\theta_t + z\sin\theta_t)$ avec : $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$

On a : $n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$ donc : $\sin\theta_t = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_i > 1$ et $\cos\theta_t = \pm(1 - \frac{n_1^2 \sin^2\theta_i}{n_2^2})^{1/2} = \pm i \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_i - n_2^2}}{n_2}$

Soit : $\vec{k}_t.\vec{r} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_2 (\pm i y \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_i - n_2^2}}{n_2} + z\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_i) = \pm i \frac{2\pi}{\lambda_0} y \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_i - n_2^2} + \frac{2\pi}{\lambda_0} z n_1 \sin\theta_i$

D'où : $\underline{\vec{E}}_t = \underline{\vec{E}}_{0t} \exp i[\omega t - (\pm i \frac{2\pi}{\lambda_0} y \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_i - n_2^2} + \frac{2\pi}{\lambda_0} z n_1 \sin\theta_i)]$

$$\underline{\vec{E}}_t = \underline{\vec{E}}_{0t} \exp(\pm \frac{2\pi}{\lambda_0} y \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_i - n_2^2}) \exp i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} z n_1 \sin\theta_i)$$

Pour ne pas avoir une exponentielle croissante irréaliste, on choisit le signe -.

Finalement : $\boxed{\underline{\vec{E}}_t = \underline{\vec{E}}_{0t} \exp(-\frac{2\pi}{\lambda_0} y \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_i - n_2^2}) \exp i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} z n_1 \sin\theta_i)}$

Suivant Oz : <u>propagation sans atténuation</u> à la vitesse de phase $v_\varphi = \frac{\lambda_0 \omega}{2\pi n_1 \sin\theta_i} = \frac{c}{n_1 \sin\theta_i}$

Suivant Oy : <u>atténuation sans propagation</u> sur la distance caractéristique…

c- $\boxed{\delta = \frac{\lambda_0}{2\pi\sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_i - n_2^2}}}$

d-<u>Equation de Maxwell-Faraday</u> : $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E}_t = -\frac{\partial \vec{B}_t}{\partial t} \Rightarrow \underline{\vec{B}}_t = \frac{\vec{k}_t \wedge \underline{\vec{E}}_t}{\omega} = \frac{n_2}{c}\begin{vmatrix} 0 \\ \cos\theta_t \\ \sin\theta_t \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} \underline{E}_t \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \frac{n_2}{c}\underline{E}_t \begin{vmatrix} 0 \\ \sin\theta_t \\ -\cos\theta_t \end{vmatrix}$

Donc : $\boxed{\underline{\vec{B}}_t = \frac{\underline{E}_{0t}}{c} \exp(-\frac{y}{\delta}) \exp i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} z n_1 \sin\theta_i)[n_1 \sin\theta_i \vec{u}_y + i\sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_i - n_2^2}\vec{u}_z]}$

Les deux composantes du champ magnétique sont en quadratures. Celle selon Oy est en phase avec $\vec{E}_t$

e- $<\vec{\Pi}(M,t)> = \frac{1}{2} Re\left(\frac{\underline{\vec{E}}(M,t) \wedge \underline{\vec{B}}^*(M,t)}{\mu_0}\right) = \frac{1}{2\mu_0} Re\left(\begin{vmatrix} \underline{E}_t \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ \underline{B}_y^* \\ \underline{B}_z^* \end{vmatrix}\right) = \frac{1}{2\mu_0} Re \begin{vmatrix} 0 \\ -\underline{E}_t \underline{B}_z^* \\ \underline{E}_t \underline{B}_y^* \end{vmatrix} = \frac{1}{2\mu_0} Re(\underline{E}_t \underline{B}_y^*)\vec{u}_z$

Donc : $\boxed{<\vec{\Pi}(M,t)> = \frac{n_1 \sin\theta_i}{2\mu_0 c} |\underline{\vec{E}}_{0t}|^2 \exp(-\frac{2y}{\delta})\vec{u}_z}$

La puissance électromagnétique se propage selon Oz et est atténuée selon Oy.

---