

Problème n°1 : Cristallographie Stockage du dihydrogène

Dans cet exercice, on n'utilisera pas la calculatrice : grâce aux approximations données ci-dessous, les calculs se font « à la main ». On détaillera sur la copie ces calculs « à la main ».

S'il n'est pas préparé « à la demande » comme avec l'hydrolyse du tétrahydruroborate de sodium, un des problèmes de l'utilisation du dihydrogène comme vecteur énergétique est son stockage. Des alliages à base de fer et de titane permettent le stockage du dihydrogène. Dans ces composés, l'hydrogène est stocké sous forme atomique (H) et non pas moléculaire (H₂). L'alliage utilisé ici a une structure cubique dans laquelle les atomes de fer occupent les sommets de la maille cubique et un atome de titane son centre. Les sites octaédriques de la structure sont de deux types : type A (situés au milieu de chaque arête) et type B (situés au centre de chaque face).

Q1- Représenter la maille cubique de l'alliage de fer/titane.

Q2- Calculer le paramètre de maille a associé à cette maille sachant que les atomes de fer et de titane sont en contact mais pas les atomes de fer entre eux.

Q3- Les sites octaédriques de type B sont-ils des octaèdres réguliers ? Justifier. Ces derniers seront-ils déformés après introduction d'un atome d'hydrogène ? Justifier.

Q4- Des atomes d'hydrogène occupent la totalité des sites octaédrique de type B. Indiquer le nombre d'atomes de fer, de titane et d'hydrogène par maille. Justifier. En déduire la formule de cet « alliage hydrogéné ».

Q5- Calculer le volume molaire V_m' du dihydrogène H₂ stocké dans ce composé en supposant qu'il en occupe tout le volume (on prendra pour valeur de a celle trouvée à la question Q2). Comparer au volume molaire V_m d'un gaz parfait à $T = 25^\circ\text{C}$ et $P = 1 \text{ bar}$. Conclure.

Approximations :

Constante d'Avogadro : $N_a \approx 6.10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Constante des gaz parfaits : $R \approx 8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Approximations : $\sqrt{3} \approx 1,8$ et $\sqrt{2} \approx 1,4$.

Données numériques.

Volume molaire d'un gaz parfait à $T = 25^\circ\text{C}$ et $P = 1 \text{ bar}$: $V_m = 24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Rayons métalliques : $R(\text{Fe}) = 125 \text{ pm}$ et $R(\text{Ti}) = 145 \text{ pm}$.

Rayon atomique de l'hydrogène : $R(\text{H}) = 35 \text{ pm}$.

Problème 2**PARTIE I : Internet par l'ADSL**

Les logements équipés de l'internet par ADSL utilisent un filtre ADSL pour pouvoir simultanément utiliser le téléphone fixe et internet. Dans le **document 7** est présentée la fiche technique d'un filtre ADSL de type « prise gigogne ». La partie du filtre qui nous intéresse est comprise en les branches 1 et 3 (voir schéma)



On a représenté sur la **figure 5** une version simplifiée du filtre qui nous intéresse.

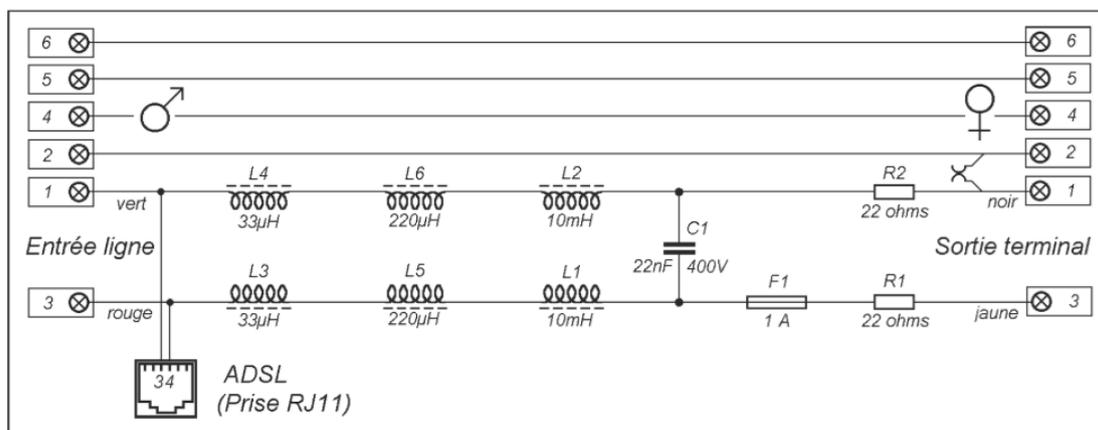
Document 7 - Fiche Technique FILTRE Z-200FR (prises gigognes)

Figure 7 – Schéma technique du câblage électrique.

1°) À l'aide de la fiche technique du **document 7**, et de la description des composants ci-dessous, donner les valeurs numériques des différents composants présents dans le schéma simplifié de la **figure 5** (l'influence du fusible F1 est négligée).

Description des composants

L1, L2 : enroulements réalisés sur des bobinettes de ferrite dont les plus grandes dimensions sont $d = 8 \text{ mm}$ et $l = 10 \text{ mm}$.

Résistance : 21Ω ; Nombre de spires : 500 environ.

L5, L6 : enroulements réalisés sur des bobinettes de ferrite dont les plus grandes dimensions sont $d = 4,5 \text{ mm}$ et $l = 5,5 \text{ mm}$.

Résistance : 2Ω ; Nombre de spires : 110 environ.

L3, L4 : enroulements de 15 ou 16 spires sur de minuscules tores de ferrite dont le plus grand diamètre n'atteint pas 5 mm .

Résistance : négligeable.

2°) Par une étude basses et hautes fréquences du schéma simplifié, déterminer le comportement de ce filtre à vide (c'est-à-dire en sortie ouverte), et en déduire le type du filtre.

Ce comportement est-il modifié si le filtre est en charge sur une résistance de 600Ω , qui est la résistance d'un téléphone fixe ?

3°) Cela est-il en accord avec le diagramme de Bode proposé en **figure 8** ? On observera avec attention la **grandeur** qui y est **placée en ordonnée**.

4°) Déterminer graphiquement la fréquence de coupure à -3 dB de ce filtre.

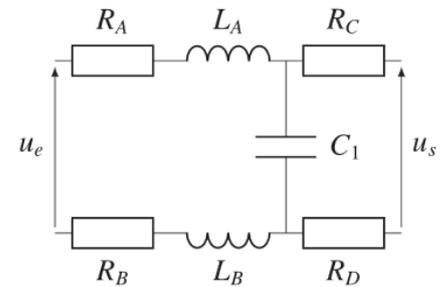


Figure 5 – Schéma simplifié du filtre

Le signal d'entrée est composé de fréquences correspondant à des sons audibles auxquelles sont superposées des fréquences élevées correspondant au signal ADSL, comme représenté de manière simplifiée sur la **figure 6**.

Le téléphone (résistance de 600Ω) branché en sortie de ce filtre ne doit récupérer que le signal correspondant aux sons audibles.

5°) Que peut-on dire du choix de la fréquence de coupure de ce filtre ? Justifier.

6°) Donner l'**allure** du spectre en amplitude du signal obtenu en sortie du filtre ADSL. On ne s'attachera pas ici à faire le calcul des amplitudes de chaque harmonique.

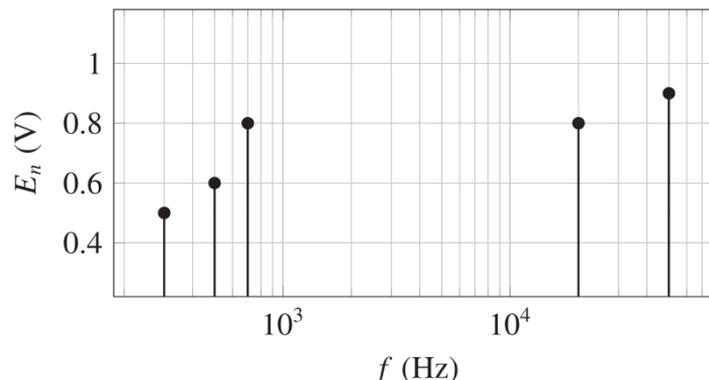


Figure 6 – Représentation spectrale d'un signal d'entrée en échelle semilog, avec E_n l'amplitude spectrale de la composante de fréquence f du signal d'entrée

7°) On cherche à recréer ce type de filtre uniquement avec une résistance R et un condensateur $C = 1,0 \text{ nF}$. Proposer un montage correspondant en précisant les tensions en entrée et en sortie. On le justifiera par une étude en basses et hautes fréquences.

Proposer une valeur numérique vraisemblable pour la résistance, compte tenu de la valeur du condensateur.

8°) En quoi le filtre proposé dans le **document 7** est-il meilleur que ce simple filtre RC ?

Réponse en fréquence

L'affaiblissement d'insertion mesuré, soit l'opposé du gain, entre un générateur d'impédance de 600 ohms et une résistance de charge de 600 ohms, en l'absence de courant continu est donné sur la **figure 8**.

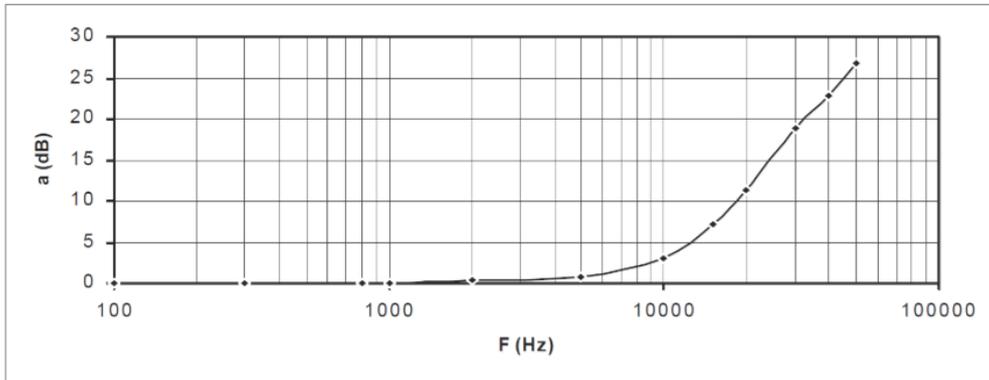


Figure 8 – Diagramme de Bode représentant l'affaiblissement d'insertion mesuré

Partie II : Capteur lumineux

Dans cette partie, on s'intéresse à un capteur lumineux soumis à un flux lumineux de puissance ϕ . Aucune connaissance sur ce sujet n'est nécessaire. On admet simplement que lorsque ce capteur est soumis à un flux lumineux modulé sinusoïdalement en intensité (c'est-à-dire présentant une fluctuation sinusoïdale pure $\phi_a(t)$ autour d'une certaine valeur moyenne), il est le siège d'un courant électrique qui dépend de la surface S du capteur, de sa capacité thermique C_T , de sa résistance thermique R_T , et d'un « paramètre pyroélectrique » noté A .

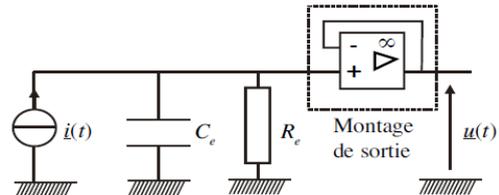
On donne $S = 4,0 \text{ mm}^2$; $C_T = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ J.K}^{-1}$; $R_T = 512 \text{ K.W}^{-1}$; $\tau_T = R_T C_T$

$\phi_a(t) = \phi_m \cos(\omega t)$, avec $\phi_m = 1,0 \mu W$.

La fonction de transfert complexe reliant ϕ_a au courant i est : $\frac{i}{\phi_a} = S A R_T \frac{j\omega}{1+j\omega\tau_T}$

9°) Question préliminaire : Déterminer l'amplitude des oscillations du courant dans le capteur lorsque la fréquence des fluctuations du flux lumineux est de 1,0 Hz, sachant que $A = 17 \cdot 10^{-5} \text{ C.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. Commenter.

Un capteur lumineux se comporte comme une source idéale de courant $i(t)$, associée à un condensateur de capacité C_e . L'ensemble est branché en parallèle sur une résistance très élevée : $R_e = 24 \cdot 10^9 \Omega$. Un étage de sortie, comportant un ALI idéal, complète l'ensemble.



10°) Quelle est la fonction du montage de sortie ?

11°) Etablir l'expression du rapport complexe $\frac{u}{i}$ en fonction de R_e , C_e et ω .

12°) En déduire $\frac{u}{\phi_a}$ et donner l'expression littérale de l'amplitude de la tension de sortie dans les conditions expérimentales définies précédemment.

Fonction de transfert du détecteur :

Le détecteur délivre en sortie une tension u image du flux lumineux incident ϕ en entrée (ou du moins de la composante modulée de ce flux). On définit la fonction de transfert de ce système linéaire par : $\underline{H} = \frac{u}{\phi_a}$.

Le fabricant de ce composant optoélectronique fournit le diagramme de réponse du capteur donné sur la figure ci-dessous.

13°) Montrer que $\underline{H}(j\omega)$ peut se mettre sous la forme : $\underline{H}(j\omega) = \frac{R_e A S}{C_T} \frac{\tau_T}{(\tau_T + \tau_e)} \frac{1}{\left(\frac{1}{j\omega(\tau_T + \tau_e)} + 1 + \frac{j\omega\tau_T\tau_e}{\tau_T + \tau_e}\right)}$ et préciser

l'expression de τ_e .

14°) Cela correspond à un filtre de quelle nature ?

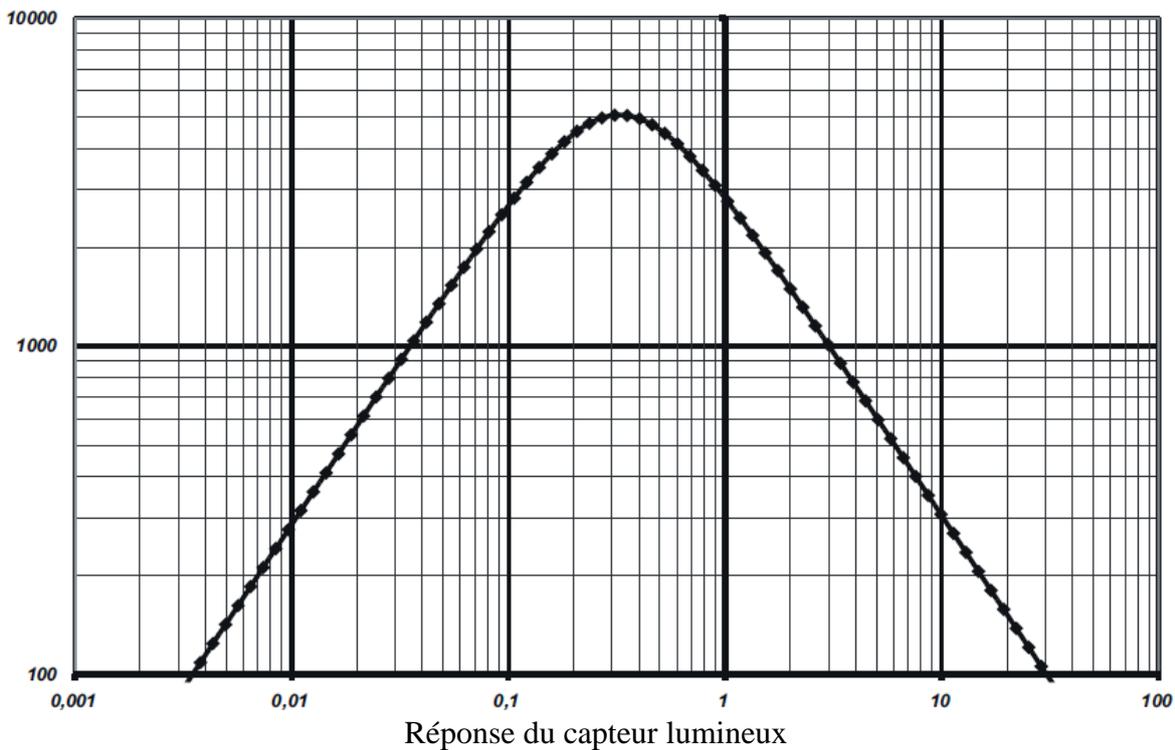
15°) Mettre $\underline{H}(j\omega)$ sous la forme : $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_m}{\left(1+jQ\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)\right)}$, en explicitant les expressions littérales de H_m, Q et f_0 .

16°) Exploitation du diagramme de réponse donné par le constructeur :

- Préciser l'unité du module de cette fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$. Pour quelle fréquence obtient-on une réponse maximale, d'après le diagramme ? Donner la valeur numérique de l'amplitude de la tension de sortie pour cette fréquence.
- Estimer le facteur de qualité Q_{exp} de ce capteur à partir du graphe donné par le constructeur. Justifier la réponse par un schéma.
- Comparer Q_{exp} au facteur de qualité Q_{th} calculé à partir des valeurs des temps caractéristiques $\tau_e = 1,49$ s et $\tau_T = 0,159$ s.

La figure ci-dessous donne :

- En ordonnée logarithmique : $\underline{H} = \frac{u}{\phi_a}$ pour une amplitude de flux lumineux égale à $F_1 = 1,0 \mu W$;
- En abscisse logarithmique : fréquence de modulation du flux lumineux en Hz.



Problème 3 :

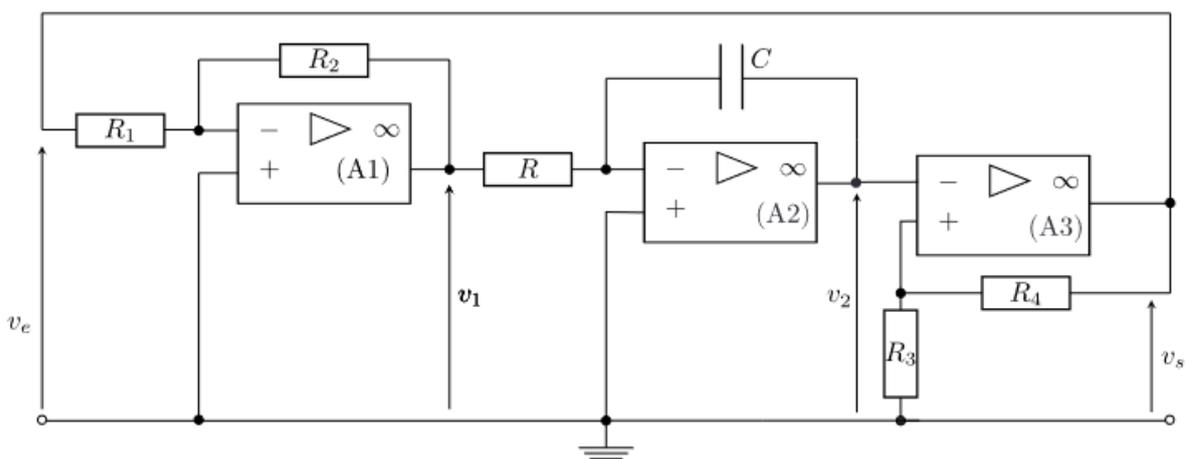


FIGURE 8 – Générateur de triangle.

Les trois Amplificateurs Linéaires Intégrés (ALI) sont idéaux et nommés (A1), (A2) et (A3) (voir figure 8). On notera $+V_{\text{sat}}$ et $-V_{\text{sat}}$ les tensions de saturation haute et basse des ALI.

- – 1. Après avoir rappelé la définition d'un ALI idéal, indiquer quels sont ceux qui fonctionnent en régime linéaire. On justifiera simplement la réponse.

Les tensions $v_e(t)$, $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_s(t)$ sont des fonctions non sinusoïdales du temps.

- – 2. Établir la relation entre $v_e(t)$ et $v_1(t)$ puis celle entre $v_1(t)$ et $v_2(t)$.
- – 3. Déterminer la valeur de v_s selon les valeurs et le sens de variation de v_2 , puis représenter graphiquement ces variations en reportant v_s en ordonnée et v_2 en abscisse. On fera apparaître les valeurs remarquables sur chaque axe du graphique.
- – 4. En tenant compte des trois résultats précédents, déterminer les variations de v_2 et v_s en fonction du temps. Représenter ces variations sur un même graphe.
Laquelle des tensions $v_e(t)$, $v_1(t)$, $v_2(t)$ et $v_s(t)$ est une fonction triangulaire périodique du temps? On nomme $v_t(t)$ cette tension. Calculer sa période T en fonction de R , C , R_1 , R_2 , R_3 et R_4 .

- – 5. En fixant $R = 1 \text{ k}\Omega$ et en prenant $R_1 = R_2$ puis, uniquement pour cette application numérique $R_3 = R_4$, déterminer la valeur de C permettant d'obtenir une tension $v_t(t)$ de fréquence 2 kHz.

Comment faire pour permettre à un utilisateur de l'AD598 de modifier à volonté cette fréquence?

Exprimer l'amplitude E de la tension $v_t(t)$ en fonction des données du circuit de la figure 8. Sur quels paramètres de ce circuit faut-il agir afin de modifier cette amplitude?

Déterminer la condition sur ces paramètres pour que $E/V_{\text{sat}} = 0,22$. Calculer dans ce cas la valeur de E en prenant $V_{\text{sat}} = 15 \text{ V}$.

Problème n°4 : Lunette astronomique

La lunette astronomique est un système centré constitué d'un objectif et d'un oculaire. L'objectif est assimilé à une lentille mince convergente de centre optique O_1 , de distance focale f'_1 et de diamètre D_1 . L'oculaire est une lentille mince convergente de centre optique O_2 , de distance focale f'_2 et de diamètre D_2 .

L'objectif donne, d'un objet éloigné, une image réelle appelée image objective. Cette dernière est observée au moyen de l'oculaire.

B.1-

B.1.1- A quelle condition l'œil d'un observateur, supposé sans défaut, n'accommode pas (ne se fatigue pas)? En déduire la position relative de l'objectif et de l'oculaire. Ce système optique possède-t-il des foyers? Comment se nomme un tel système optique?

B.1.2- Rappeler les conditions de Gauss. Réaliser un schéma, sans respecter les échelles, montrant le devenir d'un rayon incident faisant un angle θ avec l'axe optique et émergeant sous un angle θ' dans les conditions de Gauss (figure 7).

Note : Le dessin de la figure 7 définit les deux angles ; mais le candidat pourra choisir n'importe quel rayon incident, du moment que celui-ci fait un angle θ avec l'axe optique, et construire l'émergent associé, faisant un angle θ' avec l'axe optique. On note que ces angles sont orientés, comptés positifs dans le sens anti-horaire.

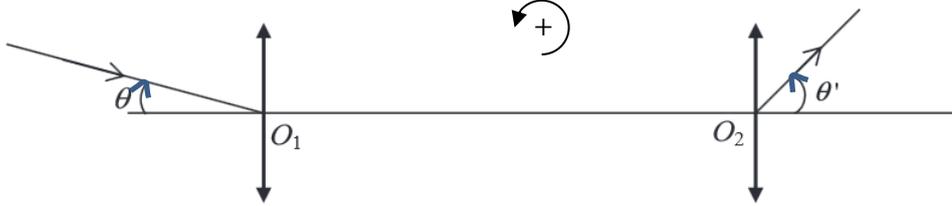


Figure 7 : lunette astronomique

Déterminer l'expression du grossissement de la lunette $G = \frac{\theta'}{\theta}$ en fonction de f_1' et f_2' , et calculer ce grossissement si $f_1' = 1,0 \text{ m}$ et $f_2' = 20 \text{ mm}$.

B.2- On considère un faisceau lumineux issu d'un point objet A à l'infini sur l'axe optique de la lunette (figure 8). Sans respect des échelles, représenter le devenir d'un tel faisceau lumineux limité par la monture de la lentille objectif (encore appelée diaphragme d'ouverture).

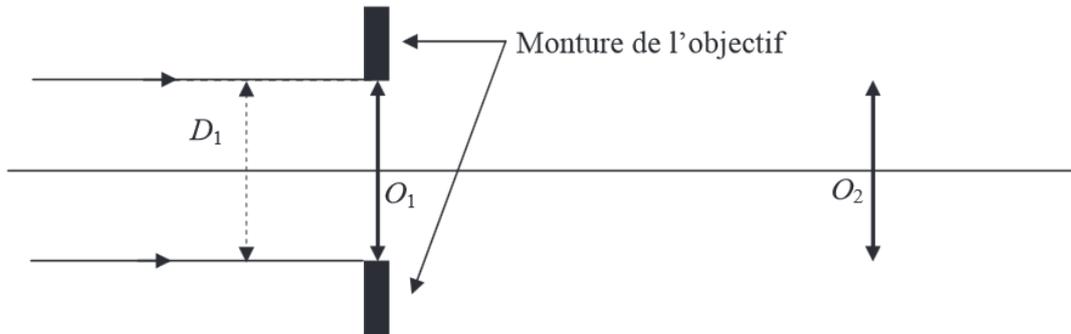


Figure 8 : lunette astronomique et diaphragme d'ouverture

Exprimer le diamètre D du faisceau de rayons issu de l'oculaire en fonction du grossissement G de la lunette ainsi que du diamètre D_1 du diaphragme d'ouverture.

Après avoir calculé la valeur numérique du diamètre D du faisceau de rayons issu de l'oculaire, montrer que c'est le diaphragme d'ouverture, de diamètre D_1 , qui le limite et non l'oculaire de diamètre D_2 . On donne $D_1 = 10 \text{ cm}$ et $D_2 = 6 \text{ mm}$.

B.3- On considère un objet ponctuel situé à l'infini en dehors de l'axe optique et dans la direction θ par rapport à ce dernier (figure 9). Expliquer, de façon qualitative, ce qu'il advient des rayons lumineux lorsque l'angle θ devient trop important. On dit de la monture de l'oculaire qu'elle est le diaphragme de champ de la lunette. Pouvez-vous justifier cette affirmation ?

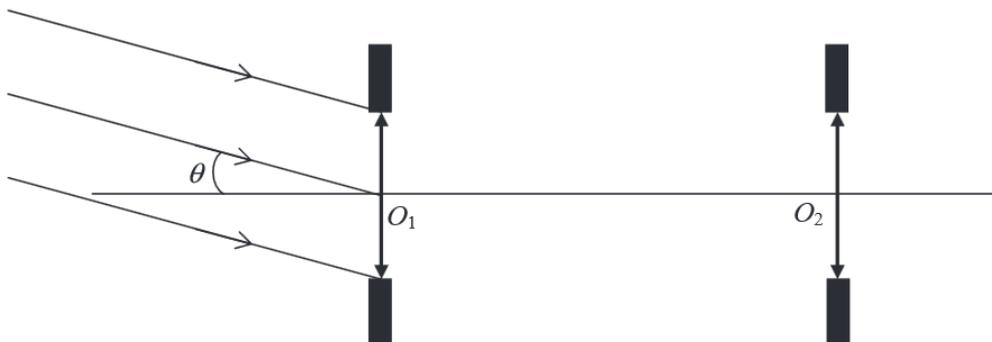


Figure 9 : lunette astronomique et diaphragme de champ