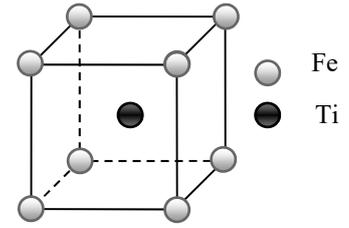


Problème n°1 : Cristallographie (Mines-Ponts 2022 PSI) Stockage du dihydrogène

Q1. La maille est représentée ci-contre.



Q2. Les atomes de fer et de titane sont en contact selon la grande diagonale du cube, donc :

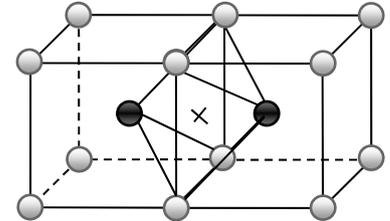
$$2R(\text{Fe}) + 2R(\text{Ti}) = a\sqrt{3} \text{ donc } a = \frac{2(R(\text{Fe})+R(\text{Ti}))}{\sqrt{3}}$$

$$\text{AN : } a = \frac{2 \times (125 + 145)}{\sqrt{3}} \approx \frac{2 \times 270}{1,8} = \frac{2700}{9} = \boxed{300 \text{ pm}}$$

Q3. On a représenté ci-contre un site octaédrique de type B.

Les arêtes de l'octaèdre n'ont pas toutes la même longueur. En effet, il comporte 4 arêtes de longueur a (dans le plan central), mais les 8 autres arêtes sont de longueur a' , avec $a'^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$, donc

$$a' = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \text{ Donc ce n'est pas un octaèdre régulier.}$$



Calculons le rayon maximal r_0 d'un atome pouvant s'insérer dans le site sans déformation.

$$\text{Au maximum, } 2r_0 + 2R(\text{Ti}) = a, \text{ et aussi } 2r_0 + 2R(\text{Fe}) = a\sqrt{2}.$$

$$\text{On a donc } r_0 \leq \frac{a}{2} - R(\text{Ti}) \text{ et } r_0 \leq \frac{a}{2}\sqrt{2} - R(\text{Fe}).$$

Numériquement, $r_0 \leq 150 - 145 = 5 \text{ pm}$ et $r_0 \leq 150 \times 1,4 - 125 = 85 \text{ pm}$. Pour que les deux conditions soient vérifiées simultanément, il faut $r_0 \leq 5 \text{ pm}$.

Or $R(\text{H}) = 35 \text{ pm} > 5 \text{ pm}$.

Les sites octaédriques de type B seront donc déformés après introduction des atomes d'hydrogène.

Q4. Déterminons la population de la maille. Une maille contient $N(\text{Fe}) = 8 \times \frac{1}{8} = 1$ atome de fer,

$N(\text{Ti}) = 1$ atome de titane et $N(\text{H}) = 6 \times \frac{1}{2} = 3$ atomes d'hydrogène (les sites octaédriques de type B sont partagés par 2 mailles). La formule du cristal est FeTiH_3 .

Q5. Une maille de volume a^3 contient 3 atomes d'hydrogène, donc $\frac{3}{2}$ molécules de H_2 , soit une quantité de matière $n_{\text{H}_2} = \frac{3}{2N_a}$ mol de dihydrogène. Le volume molaire associé vaut donc :

$$V'_m = \frac{V}{n_{\text{H}_2}} = \frac{2N_a a^3}{3}. \text{ AN : } V'_m \approx \frac{2 \times 6 \cdot 10^{23} \times (300 \cdot 10^{-12})^3}{3} = 4 \times 27 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1},$$

$$\text{soit } V'_m \approx 10^{-2} \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \ll V_m = 24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

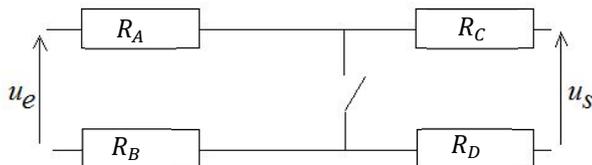
Le volume molaire du dihydrogène stocké est nettement inférieur (de 3 ordres de grandeur) à celui de H_2 gazeux, ce mode de stockage est donc très intéressant.

Problème 2

Partie I : CCINP TSI 2017

$$1^\circ) \boxed{R_A = R_B = 21 + 2 + 0 = 23 \Omega} \quad \boxed{L_A = L_B = 10,3 \text{ mH}} (10,253) \quad \boxed{R_C = R_D = 22 \Omega}$$

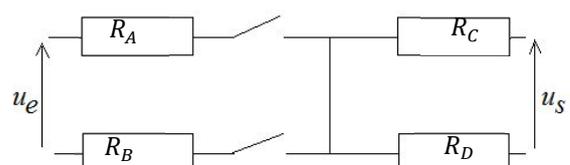
2°) BF :



A basse fréquence en sortie ouverte, $u_s = u_e$
En effet, la tension est nulle aux bornes de R_C et R_D puisqu'il n'y a pas de courant dans ces résistances

Il s'agit donc d'un filtre pas-bas.

HF :



A haute fréquence en sortie ouverte, $u_s = 0$
En effet, la tension est nulle aux bornes de R_C et R_D puisqu'il n'y a pas de courant dans ces résistances

600 Ω représente une résistance élevée devant les autres résistances présentes dans le circuit, on peut considérer que le comportement du filtre ne sera pas modifié (~sortie ouverte).

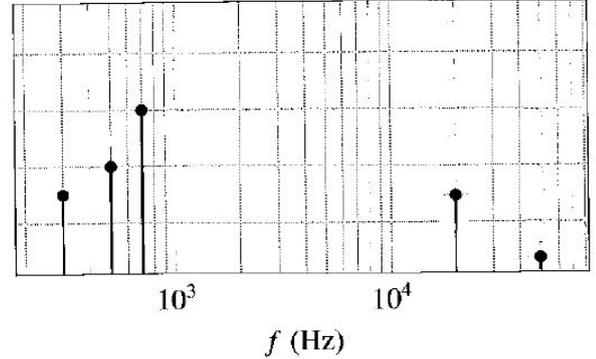
Par une analyse plus détaillée du circuit, on a $u_s = \frac{R_s}{R_s + 2(R_A + R_C)} u_e$ (pont diviseur) à basse fréquence, et $u_s = 0$ (courant nul) à haute fréquence.

3°) C'est l'atténuation (égale à l'opposé du gain en dB) qui est représentée ; son augmentation à haute fréquence est associée à une diminution du gain en dB, ce qui correspond au comportement d'un filtre passe-bas.

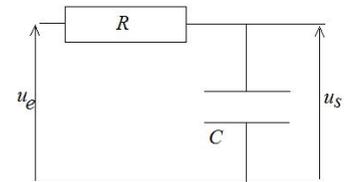
4°) À la fréquence de coupure, $G_{dB}(f_c) = G_{dB,max} - 3dB = -3dB$ ($G_{dB,max} = 0$ pour ce filtre), soit une atténuation de + 3 dB ; on lit $f_c \sim 10$ kHz sur le graphique.

5°) Le choix de f_c est adapté : les basses fréquences (sons audibles) sont conservées, les hautes (signal ADSL) sont atténuées.

6°) Allure du spectre du signal de sortie (à droite) :



7°) Schéma ci-contre, classique (cf ci-contre). d'où $R = \frac{1}{2\pi C f_c} = 16 \text{ k}\Omega$



8°) D'après le graphique fourni pour le filtre ADSL, la pente de l'asymptote du gain à haute fréquence vaut -40 dB/décade, alors que le filtre RC (ordre 1) présente une pente de -20 dB/décade.

Le filtre du document 7 atténue donc davantage les hautes fréquences, il est plus sélectif, donc meilleur.

Partie II : Centrale PC2009

9°) L'amplitude des oscillations du courant dans le capteur est $|i| = S A R_T \frac{2\pi f}{\sqrt{1+(2\pi f \tau_T)^2}} |\phi_a|$, avec $|\phi_a| = \phi_m$.

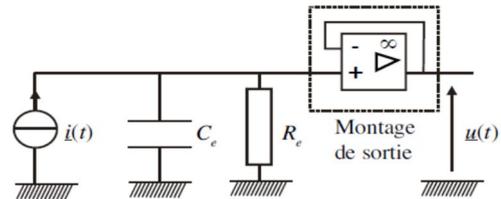
Numériquement, $|i| = 4.10^{-6} \times 17.10^{-5} \times 512 \times \frac{2\pi}{\sqrt{1+(2\pi \times 512 \times 3,1.10^{-4})^2}} \times 10^{-6} = 1,5.10^{-12} \text{ A}$.

Commentaire : c'est un courant d'amplitude très faible !

10°) Le montage de sortie sert à conférer au montage une impédance de sortie nulle.

11°) Puisque le montage suiveur a une tension de sortie égale à celle d'entrée, on retrouve la tension u aux bornes de R_e et C_e . La loi des nœuds donne : $i = jC_e \omega u + \frac{u}{R_e}$, puisque $i^+ = 0$. On en

déduit $\frac{u}{i} = \frac{R_e}{1+jR_e C_e \omega}$.



12°) On en déduit $\frac{u}{\phi_a} = \frac{u}{i} \times \frac{i}{\phi_a} = R_e S A R_T \frac{j\omega}{(1+j\omega\tau_T)(1+jR_e C_e \omega)}$.

Pour trouver l'expression littérale de l'amplitude de la tension de sortie dans les conditions expérimentales définies précédemment, on fait comme dans la question préliminaire : $|u| = R_e S A R_T \frac{2\pi f}{\sqrt{1+(2\pi f \tau_T)^2} \sqrt{1+(2\pi f R_e C_e)^2}} |\phi_a|$

Fonction de transfert du détecteur :

13°) D'après 12°), $H(j\omega) = R_e S A \frac{\tau_T}{C_T} \frac{j\omega}{(1+j\omega\tau_T + jR_e C_e \omega + (j\omega)^2 R_e C_e \tau_T)}$, donc en posant $\tau_e = R_e C_e$ et en divisant en haut et en bas par $j\omega$, $H(j\omega) = R_e S A \frac{\tau_T}{C_T} \frac{1}{(j\omega + (\tau_T + \tau_e) + j\omega\tau_e \tau_T)}$, qui peut bien se mettre sous la forme donnée :

$$H(j\omega) = \frac{R_e A S}{C_T} \frac{\tau_T}{(\tau_T + \tau_e)} \frac{1}{\left(\frac{1}{j\omega(\tau_T + \tau_e)} + 1 + \frac{j\omega\tau_T\tau_e}{\tau_T + \tau_e}\right)}, \text{ qu'on peut aussi écrire } H(j\omega) = \frac{R_e A S}{C_T} \frac{\tau_T}{(\tau_T + \tau_e)} \frac{1}{\left(1 + j\left(\frac{\omega\tau_T\tau_e}{\tau_T + \tau_e} - \frac{1}{\omega(\tau_T + \tau_e)}\right)\right)}$$

14°) Cela correspond à un filtre de type passé bande d'ordre 2.

15°) Puisque les deux expressions de $H(j\omega)$ doivent être égales pour toute valeur de ω , on peut identifier terme à

terme : $H_m = \frac{R_e A S \tau_T}{C_T (\tau_T + \tau_e)}$, $\frac{Q}{f_0} = \frac{2\pi\tau_T\tau_e}{\tau_T + \tau_e}$ et $Q f_0 = \frac{1}{2\pi(\tau_T + \tau_e)}$.

En faisant le produit des deux dernières équations, puis en prenant la racine carrée, on obtient $Q = \frac{\sqrt{\tau_T\tau_e}}{\tau_T + \tau_e}$.

Puis en reportant dans la dernière, $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\tau_T\tau_e}}$.

16°) Exploitation du diagramme de réponse donné par le constructeur :

a) L'unité du module de cette fonction de transfert $H(j\omega)$ est $[V \cdot W^{-1}]$. La fréquence de la réponse maximale est f_0 . On lit donc sur la courbe $f_0 = [0,32 \text{ Hz}]$. Pour cette fréquence, le module de la fonction de transfert est de $5,0 \cdot 10^3$, donc l'amplitude de la tension de sortie est $u_m = 5,0 \cdot 10^3 \times 1,0 \cdot 10^{-6} = [5,0 \text{ mV}]$.

b) On cherche sur le graphe les fréquences f_a et f_b pour lesquelles le module de la fonction de transfert est $\sqrt{2}$ fois plus petit que sa valeur max (ces fréquences délimitent la bande passante à -3dB).
On lit : $f_a = 0,15 \text{ Hz}$ et $f_b = 0,75 \text{ Hz}$.

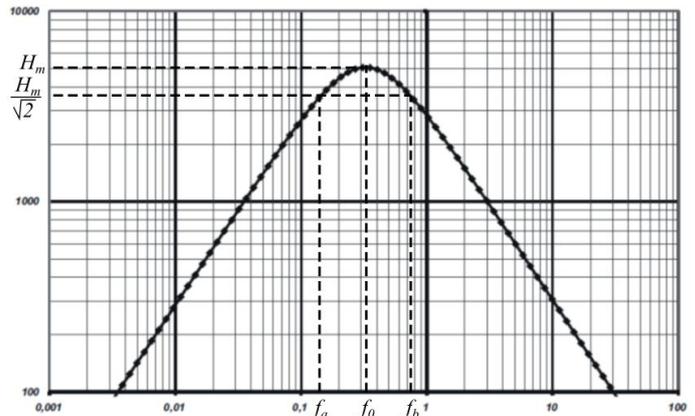
Le facteur de qualité Q correspond, pour un filtre passe-bande, à $Q = \frac{f_0}{f_b - f_a}$. On trouve $Q_{exp} = [0,53]$.

Le schéma attendu était la figure de l'énoncé avec le positionnement de f_a , f_0 et f_b .

c) Le facteur de qualité théorique est

$$Q_{th} = \frac{\sqrt{\tau_T\tau_e}}{\tau_T + \tau_e} = 0,29.$$

Bizarre ...



Problème 3 : Mines-Ponts PSI 2022

□ - 1. Un ALI idéal est un ALI qui a un gain statique interne infini. On peut ajouter que son impédance d'entrée est infinie, son impédance de sortie est nulle, son slew rate est infini, et il n'est pas limité en courant de sortie.

Mais attention, il admet des tensions de saturation, donc il ne fonctionne pas nécessairement en régime linéaire.

A1 et A2 fonctionnent a priori en régime linéaire (sauf si on les pousse à la saturation en tension) car ils ont un rebouclage de la sortie sur l'entrée inverseuse.

□ - 2. Comme on nous dit clairement que les différentes tensions ne sont pas sinusoïdales, on n'attend pas ici des relations entre grandeurs complexes, mais entre les fonctions temporelles réelles.

On montre facilement (cf cours) que $v_1(t) = -\frac{R_2}{R_1} v_e(t)$.

Et le second montage étant un intégrateur, $V_2(p) = -\frac{1}{RC p} V_1(p)$, d'où l'équation différentielle : $v_1(t) = -RC \frac{dv_2}{dt}(t)$.

□ - 3. L'ALI A3 est dans un montage de type comparateur à hystérésis inverseur.

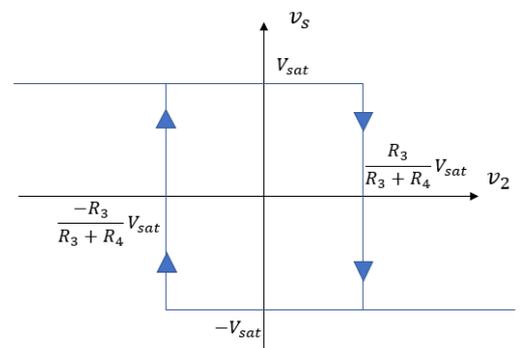
On retrouve (cf cours) que $v_s = +V_{sat}$ pour $v_2 < \frac{R_3}{R_3+R_4} V_{sat}$ et $v_s = -V_{sat}$ pour $v_2 > \frac{-R_3}{R_3+R_4} V_{sat}$.

Et l'ALI A3 bascule de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$ lorsque la condition $v_2 > \frac{-R_3}{R_3+R_4} V_{sat}$ cesse d'être vérifiée, c'est-à-dire quand v_2 atteint $\frac{-R_3}{R_3+R_4} V_{sat}$ en décroissant.

De même, l'ALI A3 bascule de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$ lorsque la condition $v_2 < \frac{R_3}{R_3+R_4} V_{sat}$ cesse d'être vérifiée, c'est-à-dire quand v_2 atteint $\frac{R_3}{R_3+R_4} V_{sat}$ en croissant.

Tout ceci est résumé par le dessin ci-contre.

□ - 4. Le dessin ci-dessous donne les variations temporelles de v_2 et v_s .



Puisque $v_e = v_s$ et $v_1 = -\frac{R_2}{R_1}v_e$, v_e , v_s et v_1 sont des tensions en créneau. Seule v_2 est triangulaire, donc $v_t = v_2$.

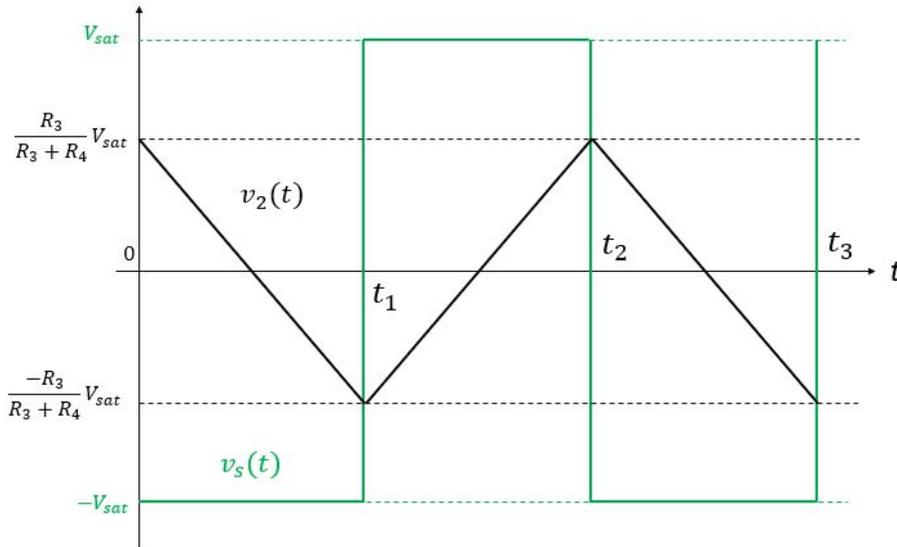
Quand $v_s = -V_{sat}$, $v_1 = +\frac{R_2}{R_1}V_{sat}$, donc $\frac{R_2}{R_1}V_{sat} = -RC \frac{dv_2}{dt}(t)$, d'où $\frac{dv_2}{dt}(t) = \frac{-R_2}{R_1 RC}V_{sat}$.

D'après le graphe ci-dessous, on a donc : $\frac{-2R_3}{R_3+R_4}V_{sat} \times \frac{1}{t_1} = \frac{-R_2}{R_1 RC}V_{sat}$, puis $t_1 = \frac{2R_3 R_1 RC}{R_2(R_3+R_4)}$.

De même, quand $v_s = V_{sat}$, $v_1 = -\frac{R_2}{R_1}V_{sat}$, donc $\frac{R_2}{R_1}V_{sat} = RC \frac{dv_2}{dt}(t)$, d'où $\frac{dv_2}{dt}(t) = \frac{R_2}{R_1 RC}V_{sat}$.

D'après le graphe ci-dessous, on a donc : $\frac{2R_3}{R_3+R_4}V_{sat} \times \frac{1}{t_2-t_1} = \frac{R_2}{R_1 RC}V_{sat}$, puis $t_2 - t_1 = \frac{2R_3 R_1 RC}{R_2(R_3+R_4)}$.

En conclusion, la période est $T = t_2 = \frac{4R_3 R_1 RC}{R_2(R_3+R_4)}$.



□ - 5. La fréquence de ces signaux (on devrait dire la fréquence fondamentale) est $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2RC}$.

On en déduit $C = \frac{1}{2Rf} = 0,25 \mu\text{F}$.

On peut modifier cette fréquence en changeant la valeur de R ou C. Par exemple prendre pour R un potentiomètre. Mais on peut aussi agir sur R_3 ou R_4 , sauf que ça aura aussi une action sur l'amplitude du triangle (cf ci-après).

L'amplitude du triangle est $E = \frac{R_3}{R_3+R_4}V_{sat}$. On la modifie en agissant sur R_3 ou R_4 .

Si $\frac{E}{V_{sat}} = 0,22$, alors $\frac{R_3}{R_3+R_4} = 0,22$, d'où $\frac{R_4}{R_3} = 3,5$ et $E = 3,3 \text{ V}$.

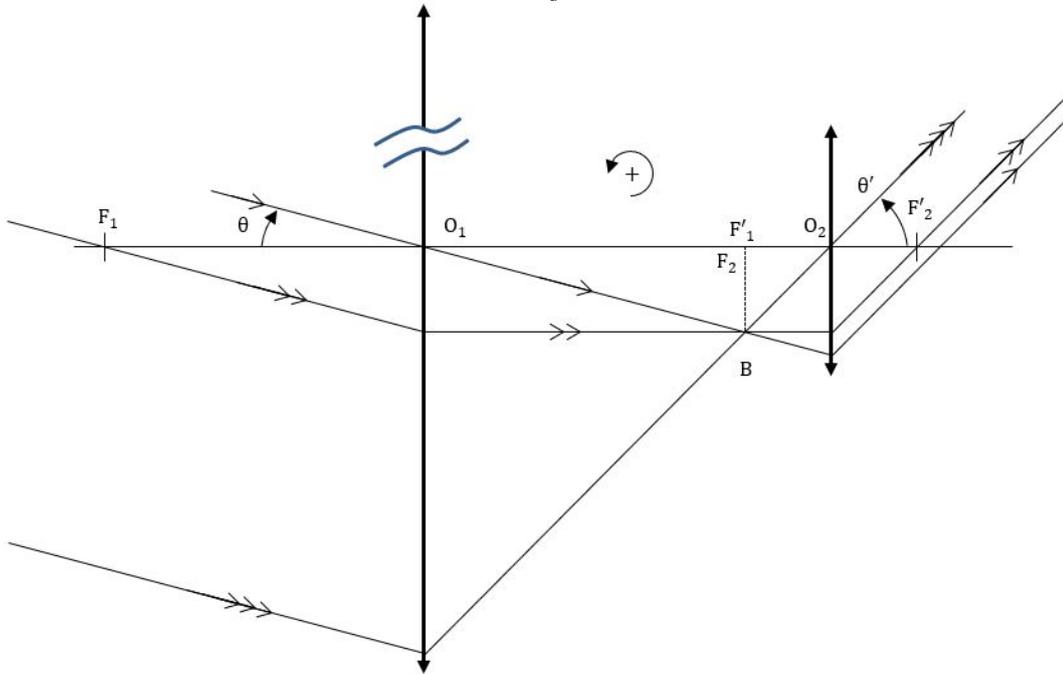
Problème n°4 :

B.1.1) Un œil normal n'a pas besoin d'accommoder s'il observe un objet situé à l'infini. L'image donnée par l'objectif (qui devient objet pour l'oculaire) doit donc se situer dans le plan focal objet de l'oculaire. Or l'objet éloigné peut être considéré à l'infini donc son image est située dans le plan focal image de l'objectif. En conséquence, le foyer objet, F_2 de l'oculaire doit être confondu avec le foyer image, F'_1 , de l'objectif : $F'_1 = F_2$.

Ce système ne possède pas de foyer image (l'image d'un objet à l'infini est elle-même à l'infini) ni objet (l'objet donnant une image à l'infini est lui-même à l'infini). On parle donc de système afocal.

B.1.2) Conditions de Gauss : rayons « paraxiaux », c'est-à-dire peu inclinés par rapport à l'axe optique ($|\theta| \ll 1$) et proches de l'axe optique (par rapport au rayon de la lentille, le rayon doit arriver près du centre, pas près des bords).

Construction de l'émergent d'un rayon incident : Le schéma ci-dessous va au-delà de ce que demande l'énoncé ; on pouvait tracer moins de rayons. Ce corrigé a pour vocation de faire des rappels.



Détermination du grossissement : On a : $\tan \theta = -F_2B/f'_1$ et $\tan \theta' = +F_2B/f'_2$
 Et : $G = \theta'/\theta \approx \tan \theta'/\tan \theta$ donc $G = -f'_1/f'_2$. AN : $G = -50$.
 $G < 0$ cohérent avec l'inversion du sens de l'image.

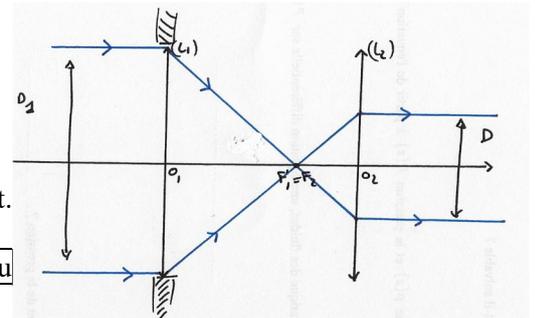
B.2) Construction d'un faisceau lumineux :

• Détermination de D

Thalès : $D_1/D = f'_1/f'_2$ donc $D = D_1/|G|$

• Limitation du faisceau émergent :

- Si $D > D_2$, c'est l'oculaire qui limite la taille du faisceau émergent. Sinon, c'est l'objectif.
- AN : $D = 2\text{mm} < D_2$. [Le diamètre de l'objectif limite le diamètre du faisceau émergent].



B.3) Quand le faisceau lumineux s'incline trop, il ne parvient plus à l'oculaire (L2), comme le montre le schéma ci-dessous. Il ne ressort pas de la lunette, car passe en dehors du diaphragme que constitue la monture de l'oculaire. Celle-ci constitue donc bien un « diaphragme de champ » puisque c'est elle qui limite les parties de l'objet qui seront observables.

