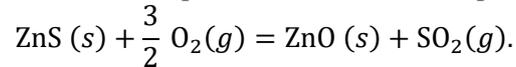


**Pb n°1 : Chimie**

L'obtention du zinc par métallurgie se fait en deux étapes : transformation du sulfure de zinc (ou « blende »)  $ZnS$  en oxyde de zinc  $ZnO$ , puis réduction de cet oxyde. On étudie les aspects thermodynamiques de chacune de ces deux étapes.

Le grillage de la blende consiste à la transformer en présence d'air, à une température de 1350 K, selon le bilan :



1) À l'aide des données, calculer l'enthalpie standard  $\Delta_r H^0$  de cette réaction à 298 K. La réaction est-elle endo ou exothermique ?

2) On cherche à déterminer si cette réaction peut être auto-entretenue, c'est-à-dire si la chaleur de réaction produite est suffisante pour porter le mélange réactionnel de 298 K à 1350 K. On suppose dans un premier temps que la blende utilisée est pure. On fait réagir 1,0 mole de blende avec la quantité d'air (assimilé à un mélange de fraction molaire 0,20 en  $O_2(g)$  et 0,80 en  $N_2(g)$ ) appropriée pour que  $ZnS(s)$  et  $O_2(g)$  soient en proportions stœchiométriques ; on considère que la transformation impliquée est isobare, à la pression  $P^0 = 1$  bar, et adiabatique.

Calculer, dans ces conditions, la température atteinte par le mélange réactionnel (en détaillant la démarche). Que peut-on conclure sur le caractère auto-entretenue de la réaction de grillage ?

3) En fait, la blende utilisée n'est pas pure ; le minerai contient d'autres constituants, notamment de la silice  $SiO_2(s)$ , que l'on considère comme seule impureté présente.

Calculer, pour 1 mole de  $ZnS(s)$ , le nombre de moles maximal  $n$  de  $SiO_2(s)$  dans le minerai pour que la réaction de grillage soit auto-entretenue.

**Données :**

- Enthalpies standard de formation et entropies standard à 298 K :

Composé	$Zn_{(s)}$	$Zn_{(l)}$	$Zn_{(g)}$	$O_{2(g)}$	$C_{(s)}$
$\Delta_f H^0$ (kJ · mol <sup>-1</sup> )	0	6, 670	121, 4	0	0
$S^0$ (J · K <sup>-1</sup> · mol <sup>-1</sup> )	41, 63	51, 25	148, 5	205, 0	5, 690

Composé	$ZnO_{(s)}$	$ZnS_{(s)}$	$CO_{(g)}$	$CO_{2(g)}$	$SO_{2(g)}$
$\Delta_f H^0$ (kJ · mol <sup>-1</sup> )	-348, 0	-202, 9	-110, 5	-393, 5	-296, 9
$S^0$ (J · K <sup>-1</sup> · mol <sup>-1</sup> )	43, 51	57, 74	197, 9	213, 6	248, 5

- Capacités thermiques molaires standard à pression constante (supposées indépendantes de la température) :

Composé	$ZnS_{(s)}$	$ZnO_{(s)}$	$SO_{2(g)}$	$N_{2(g)}$	$SiO_{2(s)}$
$C_p^0$ (J · K <sup>-1</sup> · mol <sup>-1</sup> )	58, 05	51, 64	51, 10	30, 65	72, 50

- Température de fusion sous  $P = 1$  bar :  $T_f(Zn) = 692, 7$  K
- Température d'ébullition sous  $P = 1$  bar :  $T_{eb}(Zn) = 1180$  K
- Masses molaires (g · mol<sup>-1</sup>) :  $M(SiO_2) = 60, 1$   $M(ZnS) = 97, 5$
- Constantes des gaz parfaits :  $R = 8, 314$  J · K<sup>-1</sup> · mol<sup>-1</sup>

**Problème n°2 : DÉMODULATION DE SIGNAUX MODULÉS EN AMPLITUDE**

Il est fréquent qu'un signal se présente sous une forme inadaptée à sa transmission ou à son traitement. La modulation est le procédé permettant de transposer les caractéristiques de ce signal dans des domaines où la propagation ou le traitement sont possibles. La démodulation est l'opération inverse. Les méthodes de modulation se sont élaborées à partir d'une onde sinusoïdale pure, appelée porteuse. La modulation consiste à faire en sorte que l'amplitude, ou la phase (ou les deux) varient proportionnellement au signal de départ, appelé signal modulant. Le résultat s'appelle signal modulé. La modulation d'amplitude appartient à la classe des modulations dites linéaires et il en existe plusieurs variantes. Celle qui fait l'objet de ce problème est la double bande avec porteuse.

**Détection d'enveloppe ou de crête (voir figure 2)**

À partir d'un signal  $e(t) = E \cos(\Omega t)$  et d'une porteuse haute fréquence  $p(t) = S \sin(\omega_0 t)$ , ( $\omega_0 \gg \Omega$ ) on génère le signal modulé  $s(t) = S[1 + k.e(t)] \sin(\omega_0 t)$ , porteur de l'information initiale, et qui sera transmis.

- 1 - Pourquoi est-il nécessaire d'utiliser une modulation pour la transmission de signaux radiophoniques ? Quels procédés de modulation sont-ils couramment utilisés ?
- 2 - On définit le taux de modulation par  $m = k.E$ . Représenter l'allure du signal modulé en amplitude  $s(t)$  dans les deux cas  $m < 1$  et  $m > 1$ . Préciser les valeurs remarquables prises par  $s(t)$ .
- 3 - En déduire qu'une détection d'enveloppe peut restituer l'information  $e(t)$  à une condition que l'on précisera.
- 4 - Représenter la décomposition spectrale du signal  $s(t)$ .
- 5 - Donner l'allure du spectre de  $s(t)$  dans le cas où l'information à transmettre  $e(t)$  n'est plus une sinusoïde pure mais possède un spectre fréquentiel continu, analogue à celui de la figure 1.

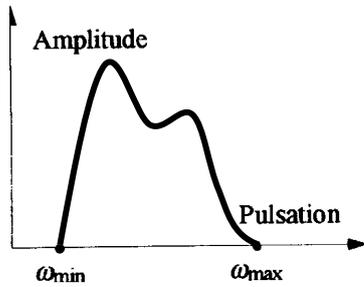


Fig. 1 : spectre continu

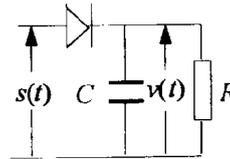


Fig. 2 : Détecteur d'enveloppe

- 6 - En supposant de nouveau  $e(t) = E \cos(\Omega t)$ , écrire la double inégalité à laquelle doit satisfaire le produit RC pour que la sortie  $v(t)$  restitue l'information  $e(t)$ . On se placera dans le cas où une détection d'enveloppe est compatible avec la restitution de  $e(t)$ . Représenter l'allure des signaux  $s(t)$  et  $v(t)$ .

**Démodulation synchrone**

Le signal  $s(t) = S[1 + k.e(t)] \sin(\omega_0 t)$ , avec  $e(t) = E \cos(\Omega t)$  est modulé en amplitude. Le circuit multiplieur délivre la tension  $u(t) = K.s(t)e_0(t)$ , où  $e_0(t) = E_0 \sin(\omega_0 t)$  désigne un signal d'amplitude constante  $E_0$  de même fréquence  $f_0 = \omega_0 / 2\pi = 1,0 \text{ MHz}$  et de même phase que la porteuse. Vis-à-vis de la sortie, le multiplieur (fig. 3) se comporte comme un générateur de tension d'impédance interne nulle.

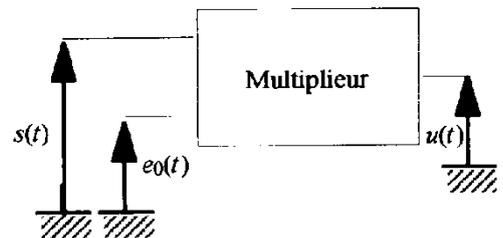


Fig. 3 : multiplieur

- 7 - Exprimer  $u(t)$  et préciser les différentes composantes de son spectre.
- 8 - Le circuit multiplieur alimente un filtre dont la fonction de transfert en tension est : 
$$\underline{H} = \frac{\underline{V}}{\underline{U}} = \frac{H_0}{1 + 2j\alpha \frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}$$
. Quel type de filtre est-ce (nature et ordre) ? Justifier.
- 9 - On impose une atténuation de 80 dB à  $2\omega_0$ . Justifier.

**Problème 3 : Mines-Ponts PSI 2022 Ph1**

Dans tout le problème, exprimer signifie donner l'expression littérale et calculer signifie donner la valeur numérique avec, au plus, deux chiffres significatifs.

**Analyse de Fourier et échantillonnage d'un signal électronique**

Dans cette partie, on note  $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$  un signal sinusoïdal de fréquence  $f_0$  que l'on cherche à numériser. Nous étudierons plus particulièrement l'une des étapes de la numérisation, appelée l'échantillonnage, qui consiste à prélever un ensemble de valeurs prises à des instants discrets.

- – 1. On s'intéresse tout d'abord à l'opération consistant à multiplier le signal  $x(t)$  par la fonction  $p(t) = \cos(2\pi f_1 t)$ , de fréquence  $f_1 > f_0$ . Représenter sur un même diagramme les spectres respectifs des signaux  $x(t)$  et  $x_e(t) = x(t) \times p(t)$ .

On cherche maintenant à échantillonner le signal  $x(t)$ . Pour cela, on introduit la fonction périodique  $w(t)$  représentée sur la figure 1 ci-dessous. On considère que  $T \ll T_e$ , ainsi le signal  $x_e(t) = x(t) \times w(t)$  n'est différent de zéro que sur des intervalles de temps très courts assimilables à des instants discrets  $t_k = kT_e$  pour  $k \in \mathbb{Z}$ . Pour chacun de ces instants, on a  $x_e(t_k) = x(t_k)$ . On dit que  $x_e(t)$  constitue un échantillonnage du signal  $x(t)$  et on appelle fréquence d'échantillonnage la grandeur  $f_e = \frac{1}{T_e}$ .

- – 2. Représenter le signal  $x_e(t)$  pour  $f_e = 4f_0$ ,  $f_e = 2f_0$  et  $f_e = \frac{4}{3}f_0$ . Montrer qualitativement que, dans l'un des cas, le signal échantillonné n'est pas représentatif du signal analogique de départ.

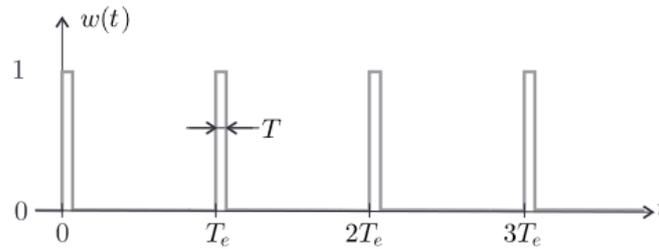


FIGURE 1 – Signal d'échantillonnage.

- – 3. Du fait de sa périodicité, le signal  $w(t)$  est décomposable en série de Fourier, de la forme

$$w(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(2\pi k f_e t). \quad \text{avec } a_k = 1, \text{ pour tout } k$$

Représenter, par analogie avec la question 1, le spectre du signal  $x_e(t) = x(t) \times w(t)$  pour  $f_e = 4f_0$  puis  $f_e = \frac{4}{3}f_0$  (on se limitera aux valeurs de  $k$  telles que  $0 \leq k \leq 2$ ). Montrer que, dans l'un des cas, les motifs fréquentiels se chevauchent (on parle de repliement de spectre). En considérant seulement la fenêtre fréquentielle  $[0, f_e]$ , indiquer autour de quelle fréquence a lieu le repliement.

- – 4. En s'inspirant des questions 2 et 3, proposer une relation entre  $f_e$  et  $f_0$  permettant d'assurer un bon échantillonnage du signal  $x(t)$ . Cette relation est appelée « critère de Shannon-Nyquist ».

- – 5. On considère dorénavant un signal temporel  $X(t)$  dont le spectre en fréquence  $X(f)$ , représenté sur la figure 2, fait apparaître une fréquence maximale  $f_{\max}$ . Que devient le critère de Shannon-Nyquist dans cette situation ? Représenter le spectre du signal échantillonné selon que ce critère soit ou non vérifié. Pour un signal sonore audible, proposer des valeurs raisonnables de  $f_{\max}$  et  $f_e$ .

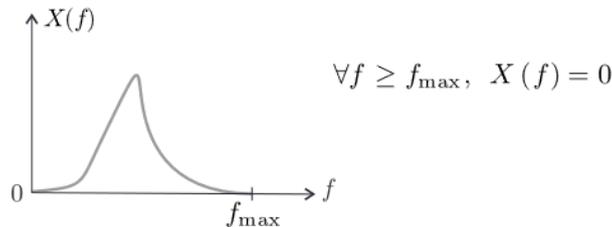


FIGURE 2 – Le spectre du signal  $X$  est borné en fréquence.

- – 6. Sur l'exemple de la question précédente montrer que, lorsque le critère de Shannon-Nyquist est vérifié, un filtrage approprié permet de retrouver le signal analogique de départ. On donnera les caractéristiques du filtre à utiliser.

## Pb n°4 : ETUDE THERMIQUE D'UN BATIMENT

Avec les nouvelles normes environnementales et les diagnostics de performance énergétique des bâtiments, la cartographie thermique permet de localiser les zones de déperdition thermique les plus importantes.

On peut ensuite cibler les travaux d'isolation à effectuer en toute connaissance de cause. L'isolation peut s'effectuer par l'intérieur ou l'extérieur avec des matériaux adéquats.

On pourra alors vérifier, à réception des travaux, l'efficacité de ces derniers.

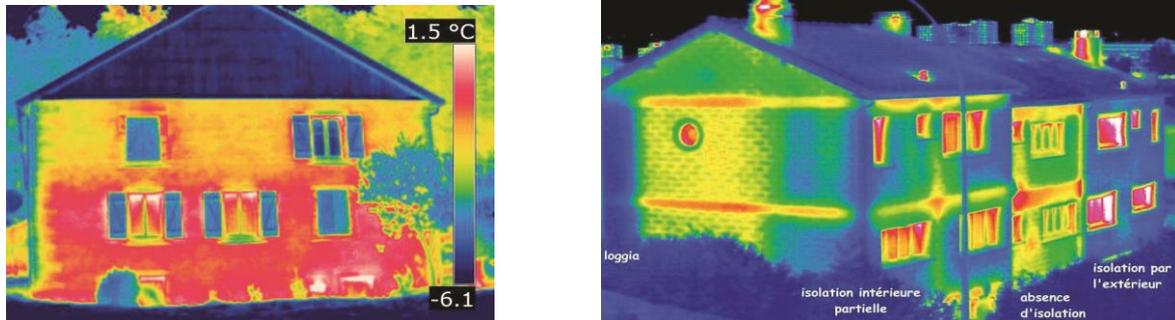


FIGURE 1 – Thermographie infrarouge.

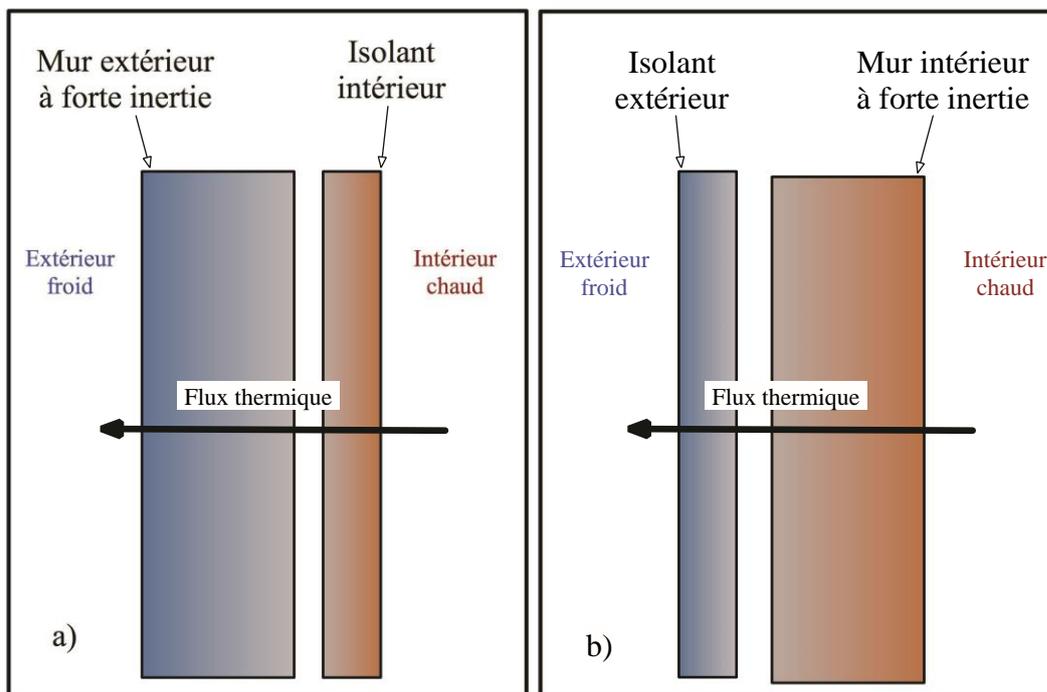


FIGURE 2 – Isolation a) par l'intérieur ou b) par l'extérieur.

### 1. Modélisation de la pièce

On étudie une pièce parallélépipédique de longueur  $a = 8,0$  m, de largeur  $b = 5,0$  m, de hauteur  $h = 2,5$  m et possédant un radiateur électrique de puissance  $P = 2,0$  kW. Dans l'ensemble du problème, la pièce sera supposée parfaitement isolée au niveau du sol et du plafond. La capacité thermique volumique de l'air est  $c_v = 1,25 \cdot 10^3$  SI. On suppose ici que la pièce est parfaitement calorifugée.

**1.a.** Quelle est l'unité de la capacité thermique volumique ? Quelle est la valeur de la capacité thermique  $C$  de la pièce ?

**1.b.** A l'aide d'un bilan d'énergie thermique appliqué à la pièce, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la température  $T(t)$  dans la pièce en fonction de  $C$  et de  $P$ .

**1.c.** Résoudre l'équation sachant que la température initiale de la pièce est  $T_0 = 10$  °C. Tracer  $T(t)$ . Déterminer la durée nécessaire pour atteindre la température finale  $T_f = 20$  °C.

## 2. Influence des murs

La pièce est constituée d'une enceinte en béton d'épaisseur  $L = 15 \text{ cm}$  et de masse volumique  $\rho = 2,2 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ . On note  $c = 1,0 \cdot 10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  sa capacité thermique massique et  $\lambda$  sa conductivité thermique ( $\lambda = 1,5 \text{ SI}$ ).

**2.a.** Exprimer l'aire  $S_p$  de la surface en contact avec la pièce en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $h$ , en négligeant l'épaisseur des murs. Faire l'application numérique.

**2.b.** Exprimer le volume de béton  $V_b$  et la capacité thermique  $C_{mur}$  de l'enceinte en béton en fonction de  $S_p$ ,  $L$ ,  $\rho$  et  $c$ . Comparer numériquement  $C_{mur}$  à la capacité thermique de la pièce  $C$ .

Par rapport à ces premiers résultats, quels commentaires pouvez-vous faire sur la durée de montée en température de la pièce en prenant en considération l'influence de la capacité thermique du mur ?

On étudie la conduction thermique dans le mur modélisé par une barre de section  $S$ , de longueur  $L$  en contact avec deux thermostats de températures  $T_{int}$  et  $T_{ext}$  (voir figure 3).

On note :  $\vec{j} = j(x, t) \vec{e}_x$  le vecteur densité de flux thermique.

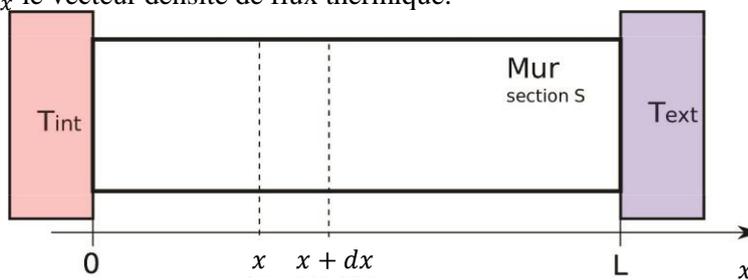


FIGURE 3 – Modélisation du mur.

## 3. Généralités

**3.a.** Rappeler la loi de Fourier. Interpréter son signe. Donner une signification physique de  $j(x, t)$  et préciser son unité. Quelle est l'unité dans le système international de la conductivité thermique ?

**3.b.** On néglige la dilatation. A l'aide d'un bilan d'énergie thermique sur la tranche comprise entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$  du mur, établir l'équation de diffusion thermique c'est-à-dire l'équation aux dérivées partielles régissant l'évolution de la température  $T(x, t)$  à l'intérieur du mur en fonction de  $\rho$ ,  $c$ , et  $\lambda$ .

## 4. Etude du régime stationnaire

**4.a.** Rappeler la signification de "régime stationnaire".

**4.b.** Les températures de surface seront prises égales à celles des thermostats. Résoudre l'équation de la diffusion thermique et déterminer alors  $T(x)$  la température à l'intérieur du mur à l'abscisse  $x$ . Tracer  $T(x)$ .

**4.c.** Exprimer la densité de flux  $j(x)$  qui traverse le mur. Que remarquez-vous ?

**4.d.** Calculer la puissance  $P'$  que le radiateur doit fournir afin de maintenir la température intérieure à  $20 \text{ °C}$  pour une température extérieure de  $10 \text{ °C}$ . Commenter ce résultat par rapport au radiateur installé.

## 5. Resistance thermique

On définit en électricité la résistance d'un conducteur ohmique en convention récepteur par  $R = \frac{\Delta V}{I}$ , où  $\Delta V$  est la différence de potentiels aux bornes de la résistance et  $I$  l'intensité du courant électrique qui traverse le conducteur (figure 4).

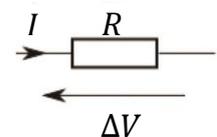


FIGURE 4 – Résistance.

**5.a.** En faisant l'analogie entre la loi d'Ohm et la loi de Fourier, indiquer à quelles grandeurs thermodynamiques sont analogues le potentiel électrique et l'intensité du courant.

**5.b.** Par analogie, donner l'expression de la résistance thermique  $R_{mur}$  du mur étudié. Préciser son unité et calculer sa valeur.

**Problème n°5 :****A / Diagramme de Watt pour un cycle de Carnot d'un gaz parfait**

Le cycle réversible de Carnot décrit par le fluide (gaz parfait) est constitué des 4 transformations :

- deux isothermes ( $1 \rightarrow 1'$ ) et ( $2 \rightarrow 2'$ ) de températures respectives  $T_1$  et  $T_2$  ( $T_2 < T_1$ ) au cours desquelles sont échangés les transferts thermiques respectifs  $Q_1$  et  $Q_2$  (reçues algébriquement par le gaz parfait) ;
- deux adiabatiques ( $1' \rightarrow 2$ ) et ( $2' \rightarrow 1$ ) joignant les deux isothermes.

Ce cycle moteur est représenté dans le diagramme de Watt ( $P, V$ ), visualisant la pression  $P$  du gaz en fonction du volume  $V$  qu'il occupe.

- A1.** Représenter le cycle moteur de Carnot en précisant son orientation, les états 1, 1', 2 et 2' du fluide, les isothermes  $T_1$  et  $T_2$ . Que représente la valeur absolue l'aire du cycle ?
- A2.** Définir le rendement  $\eta$  de ce cycle puis l'exprimer en fonction des températures  $T_1$  et  $T_2$ . Calculer sa valeur pour  $T_1 = 1300 \text{ K}$  et  $T_2 = 300 \text{ K}$ .
- A3.** Justifier que la valeur du rendement de Carnot ne peut être dépassée par aucun moteur réel fonctionnant entre les deux mêmes sources de chaleur.

**B / Diagramme entropique pour un cycle de Carnot d'un gaz parfait**

Le diagramme entropique ( $T, S$ ) est la représentation de la température  $T$  en fonction de l'entropie  $S$  du système étudié.

- B1.** Représenter le cycle de Carnot dans le diagramme ( $T, S$ ) en précisant son sens de parcours, les états 1, 1', 2 et 2' du fluide, les températures  $T_1$  et  $T_2$  ainsi que les entropies maximale et minimale du système, notées respectivement  $S_{\max}$  et  $S_{\min}$ .
- B2.** Exprimer  $\Delta S_{1 \rightarrow 1'}$  et  $\Delta S_{2 \rightarrow 2'}$  en fonction de  $S_{\max}$  et  $S_{\min}$ , puis en fonction de  $Q_1, Q_2, T_1$  et  $T_2$ .
- B3.** Comparer, en le justifiant, l'aire de ce cycle réversible à l'aire du cycle visualisé en diagramme de Watt.

**C / Étude thermodynamique d'un réfrigérateur et d'une pompe à chaleur**

Un fluide R134a décrit le cycle thermodynamique ditherme représenté à la dernière page sur un diagramme enthalpique, appelé aussi « diagramme des frigoristes ».

La puissance de compression vaut  $P_{\text{comp}} = 9,6 \text{ kW}$ . Le détendeur ne comporte aucune partie mobile.

- C1.** Énoncer le premier principe industriel, en régime stationnaire, dans le cas où les énergies cinétique massique et potentielle massique sont négligées.
- C2.** Le démontrer en utilisant un système fermé clairement défini.
- C3.** Donner les caractéristiques des 4 transformations subies par le fluide au cours d'un cycle (cf dernière page).
- C4.** Déterminer les températures de paliers de changement d'état : celle de liquéfaction  $T_{\text{liq}}$ , et celle de vaporisation  $T_{\text{vap}}$ .
- C5.** Déterminer le débit massique  $D_m$  du fluide dans l'installation.
- C6.** Déterminer les efficacités  $e_{\text{ref}}$  de l'installation pour un fonctionnement en réfrigérateur puis  $e_p$  pour un fonctionnement en pompe à chaleur.
- C7.** Déterminer les rendements définis par  $\eta_{\text{ref}} = \frac{e_{\text{ref}}}{e_{\text{ref Carnot}}}$  et  $\eta_p = \frac{e_p}{e_{p \text{ Carnot}}}$ . On prendra pour la machine de Carnot une source chaude de température  $T_3$  (température du point 3), et une source froide de température  $T_1$  (température du point 1).

