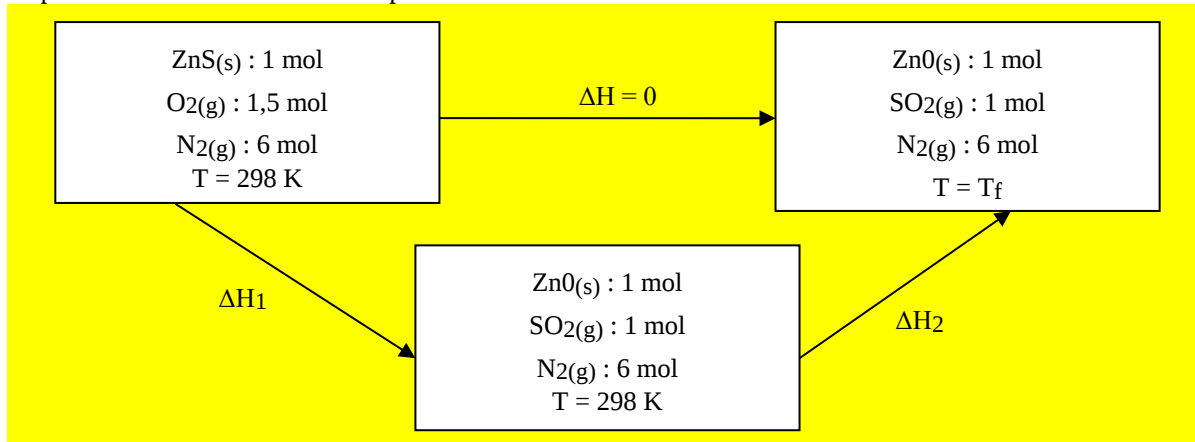


Pb n°1 : Centrale TSI 2008

- 1) Loi de Hess : $\Delta_r H^\circ = -\Delta_f H^\circ(\text{ZnS}, s) + \Delta_f H^\circ(\text{ZnO}, s) + \Delta_f H^\circ(\text{SO}_2, g) = +202,9 - 348,0 - 296,9 = -442 \text{ kJ.mol}^{-1}$.
C'est une réaction **exothermique** puisque la valeur est négative.

2) La transformation étant adiabatique et isobare, la variation d'enthalpie est nulle : $\Delta H = 0$. L'enthalpie étant une fonction d'état, on peut choisir un chemin différent pour arriver au même état final :



$\Delta H = 0 = \Delta H_1 + \Delta H_2$ avec $\Delta H_1 = \Delta_r H^\circ \cdot \xi_f$ avec $\xi_f = 1 \text{ mol}$

$$\text{et } \Delta H_2 = \int_{T_0=298K}^{T_f} (C_p^0(\text{ZnO}) + C_p^0(\text{SO}_2) + 6C_p^0(\text{N}_2)) dT \quad T_f = 298 + \frac{-\Delta_r H^\circ(298)}{C_p^0(\text{ZnO}) + C_p^0(\text{SO}_2) + 6C_p^0(\text{N}_2)}$$

On en déduit $T_f = 1840 \text{ K} > 1350 \text{ K}$: la réaction est **auto-entretenue** car l'énergie libérée permet d'atteindre largement 1350 K.

3) On reprend le calcul précédent mais en ajoutant un spectateur en plus, la silice, qui n'intervient que par son c_p^0 , puisque la réaction chimique est la même.

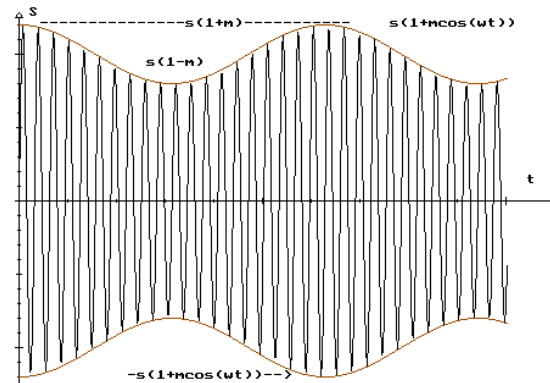
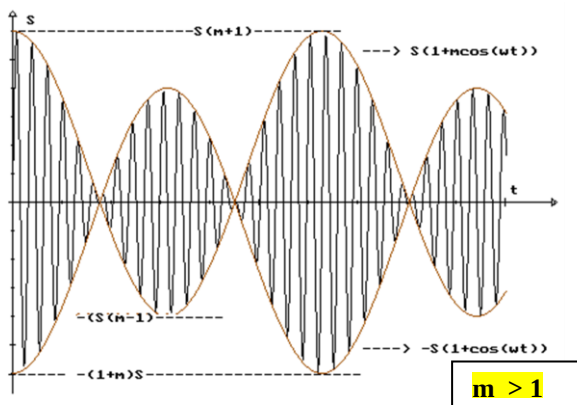
$$T'_f = 298 + \frac{-\Delta_r H^\circ(298)}{nC_p^0(\text{SiO}_2) + C_p^0(\text{ZnO}) + C_p^0(\text{SO}_2) + 6C_p^0(\text{N}_2)} \quad T'_f \geq 1350 \text{ entraîne l'inéquation ci-dessous}$$

$$n \leq \left[\frac{-\Delta_r H^\circ(298)}{1350 - 298} - (C_p^0(\text{ZnO}) + C_p^0(\text{SO}_2) + 6C_p^0(\text{N}_2)) \right] \frac{1}{C_p^0(\text{SiO}_2)} \quad \text{On en déduit } n_{\max} = 1,84 \text{ mol}.$$

Problème n°2 : Electronique, d'après Mines-Ponts 2000

1- On module pour émettre et recevoir les ondes électromagnétiques avec des **antennes de taille raisonnable**, pour faire **cohabiter différents signaux dans différentes bandes de fréquences**, pour exploiter les **fenêtres de transparence de l'atmosphère**. Il y a la modulation **d'amplitude, de fréquence, et de phase**.

2. Par définition $s(t) = S[1 + k.E \cos(\Omega t)] \sin(\omega_0 t)$; $m = kE$



$m < 1$

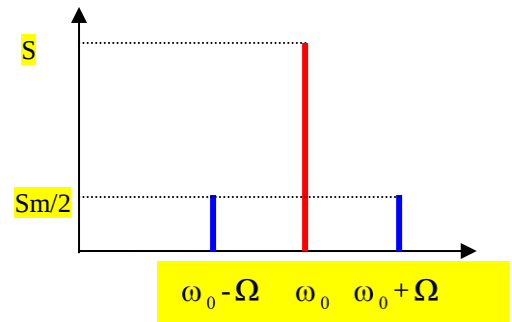
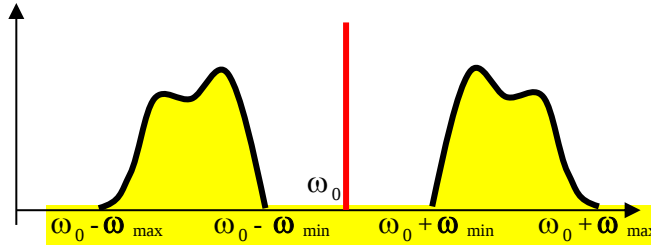
3 - L'enveloppe sera correctement détectée si **$m < 1$** car alors les enveloppes ne se croisent pas.

4 - $s(t) = S \{ \sin(\omega_0 t) + m/2 [\sin((\Omega + \omega_0)t) + \sin((\omega_0 - \Omega)t)] \}$

Ce signal est composé des pulsations ω_0 , $\omega_0 + \Omega$, $\omega_0 - \Omega$.

Le spectre est ci-contre :

5 - Chaque fréquence donne un signal du type précédent donc deux bandes centrées sur la pulsation ω_0 . Voir ci-dessous.

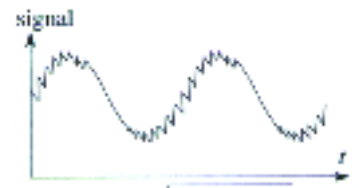


6 - Le condensateur se charge très vite à travers la diode, quand elle est passante, et alors $v(t) = s(t)$. Puis la diode se bloque quand $s(t)$ tend à décroître trop rapidement. Le condensateur se décharge alors, plus lentement, à travers la résistance. Il faut d'une part que le condensateur n'ait pas le

temps de se décharger sensiblement entre deux pics d'oscillation rapide de $s(t)$, d'où $RC \gg \frac{2\pi}{\omega_0}$. Et il faut d'autre part que $v(t)$ arrive à suivre les fluctuations de l'enveloppe

dues à $e(t)$, d'où $RC \ll \frac{2\pi}{\Omega}$. L'allure de $s(t)$ est celle dessinée plus haut pour $m < 1$.

Celle de $v(t)$ est donnée ci-contre.



7 - $u(t) = KSE_0/2 [1 + m \cos(\Omega t) - m/2 \cos((2\omega_0 - \Omega)t) - m/2 \cos((2\omega_0 + \Omega)t) - \cos(2\omega_0 t)]$ avec $m = kE$.

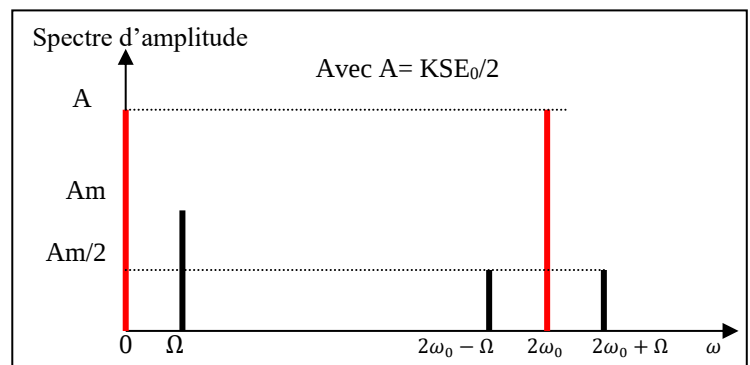
Donc les différentes composantes de son spectre sont :

composante continue, Ω , $2\omega_0 - \Omega$, $2\omega_0$, $2\omega_0 + \Omega$.

8 - On a clairement un filtre d'ordre 2. Il est passe-bas puisque le module de la fonction de transfert tend vers $|H_0|$ en très basse fréquence, et vers 0 en très haute.

9 - Le signal utile est de pulsation Ω . Il faut donc fortement atténuer les composantes sinusoïdales aux pulsations $2\omega_0 - \Omega$, $2\omega_0$, $2\omega_0 + \Omega$.

Sachant que $\Omega \ll \omega_0$, on y parvient en prenant une atténuation de 80 dB pour $2\omega_0$.

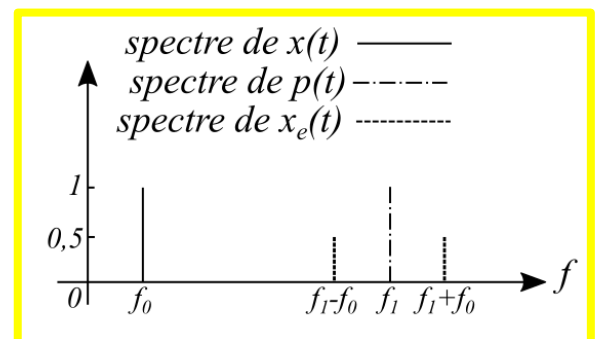


Problème 3 : Mines-Ponts PSI 2022 Ph1

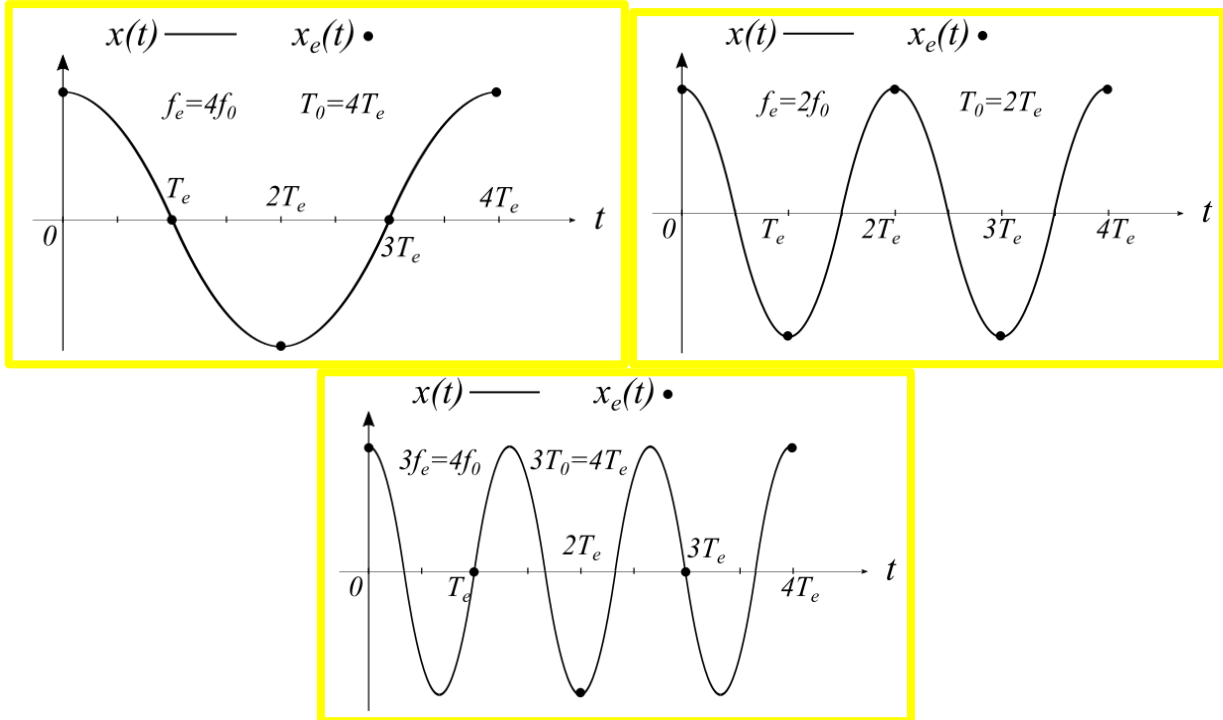
EQ Num

Analyse de Fourier et échantillonnage d'un signal électronique

□ - 1. Les spectres sont donnés ci-contre



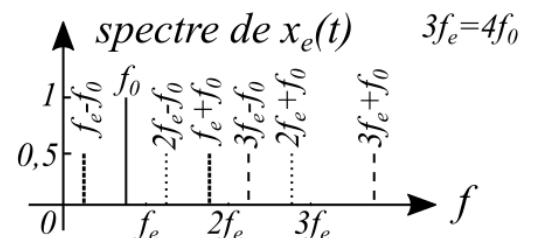
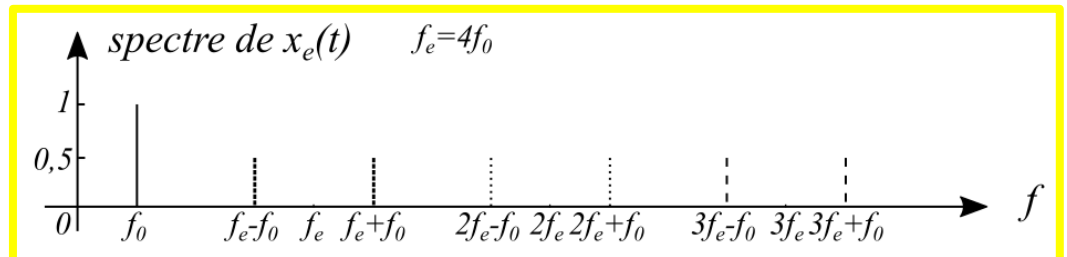
□ - 2. Les 3 représentations sont ci-dessous. Dans le troisième cas, en observant le signal échantillonné, on a l'impression d'une sinusoïde de période $4T_e$, donc de fréquence $\frac{f_e}{4}$, alors que la fréquence est $\frac{3f_e}{4}$.



□ - 3. Pour plus de clarté, j'ai regroupé les raies deux par deux : un même type de pointillés pour les deux raies associées au même n de $nf_e + f_0$ et $nf_e - f_0$. Pour $f_e = 4f_0$, les paires de raies (ce que l'énoncé

appelle les « motifs fréquentiels ») sont bien séparés les uns des autres. Mais pour $3f_e = 4f_0$, les paires de raies se chevauchent. La conséquence est qu'une des fréquences fantômes est de plus petite valeur que la vraie fréquence f_0 . Il s'agit de la fréquence $f_e - f_0$.

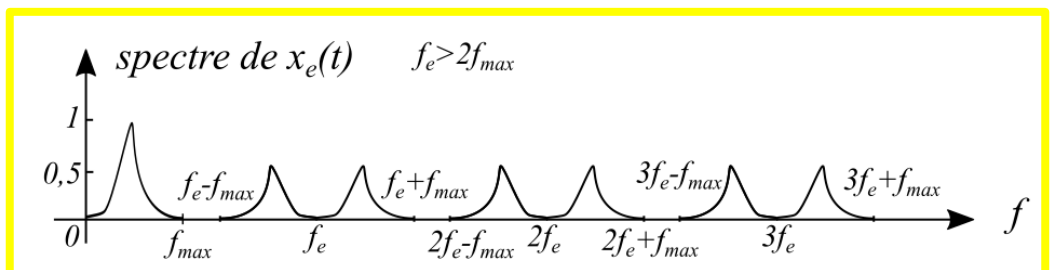
Il s'est produit un **repliement autour de la fréquence $\frac{f_e}{2}$** . En effet, la vraie fréquence f_0 dépassait $\frac{f_e}{2}$ d'une quantité $f_0 - \frac{f_e}{2}$. Et si on retranche cette quantité à $\frac{f_e}{2}$, on obtient bien : $\frac{f_e}{2} - (f_0 - \frac{f_e}{2}) = \frac{f_e}{2} + \frac{f_e}{2} - f_0 = f_e - f_0$.



□ - 4. Les questions 2 et 3 permettent de dire que, pour que les motifs fréquentiels engendrés par l'échantillonnage ne se chevauchent pas, et donc pour qu'il n'existe pas de fréquence fantôme inférieure à la vraie fréquence f_0 , il faut que $f_e - f_0 > f_0$, c'est-à-dire **$f_e > 2f_0$** . C'est bien le critère de Shannon-Nyquist.

□ - 5. Pour un signal dont le spectre est continu, le critère de Shannon-Nyquist devient **$f_e > 2f_{max}$** .

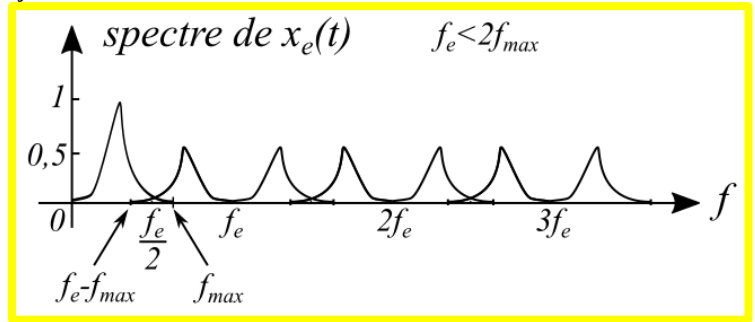
Quand il est vérifié, on obtient le premier schéma ci-contre, sans chevauchement.



Quand il n'est pas vérifié, on obtient le second schéma, avec chevauchement.

□ - 6. Sur l'exemple de la question précédente, on voit bien que si le critère de Shannon-Nyquist est vérifié, un **filtre passe-bas** permet de récupérer le spectre du signal analogique (et donc le signal analogique), si la fréquence de coupure du filtre est voisine de $\frac{f_e}{2}$. En revanche, si le critère n'est pas

vérifié, en raison du chevauchement des motifs fréquentiels, ce filtrage passe-bas ne redonnera pas le spectre du signal analogique initial.



Pb n°4 : ETUDE THERMIQUE D'UN BATIMENT (d'après CCINP MP 2016)

1. Modélisation de la pièce

1.a. Unité de capacité thermique volumique : $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$.

Capacité thermique de la pièce : $C = C_v \times \text{Volume} = C_v \times a \cdot b \cdot h$ $C = 125 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$.

1.b. On applique le 1^{er} principe à l'air de la pièce de volume constant pour une durée infinitésimale dt . La pièce est supposée ici parfaitement calorifugée et de volume constant : $dU = \delta Q$, c'est-à-dire $CdT = Pdt$.

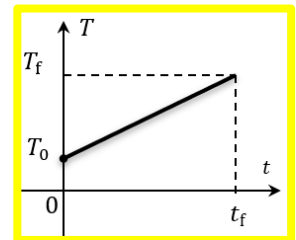
D'où : $\frac{dT}{dt} = \frac{P}{C}$.

1.c. La résolution de cette équation différentielle avec la condition initiale $T(0) = T_0$ donne :

$$T(t) = \frac{P}{C}t + T_0.$$

Le durée t_f pour atteindre T_f est alors : $t_f = \frac{T_f - T_0}{P} \times C = 62 \cdot 10^1 \text{ s}$

Remarque : cette durée est très courte car on a supposé l'absence de fuites thermiques à travers les murs.



2. Influence des murs

2.a. Aire en contact avec la pièce (on nous dit bien que le sol et le plafond sont parfaitement isolés, donc on ne compte que les 4 parois verticales) : $S_p = 2(a + b) \cdot h = 65 \text{ m}^2$.

2.b. On a un volume de béton approximativement égal à $V_b \approx S_p \times L = 9,75 \text{ m}^3$ (on néglige « l'épaisseur des murs »), d'où :

$$C_{\text{mur}} \approx \rho S_p L c = 21 \text{ MJ} \cdot \text{K}^{-1}$$

On constate que $\frac{C_{\text{mur}}}{C} \approx 200$. La capacité thermique des murs est donc prépondérante par rapport à celle de l'air de la pièce. En la prenant en compte, la durée de montée en température de la pièce sera de fait beaucoup plus longue !

Remarque : on dit que des murs épais apportent une grande « inertie thermique ».

3. Généralités

3.a. Loi de Fourier $\vec{j} = -\lambda \vec{\text{grad}} T$. Le signe $-$ traduit le fait que le transfert thermique spontané s'effectue dans le sens où la température décroît, alors que le gradient de température va dans le sens où la température croît.

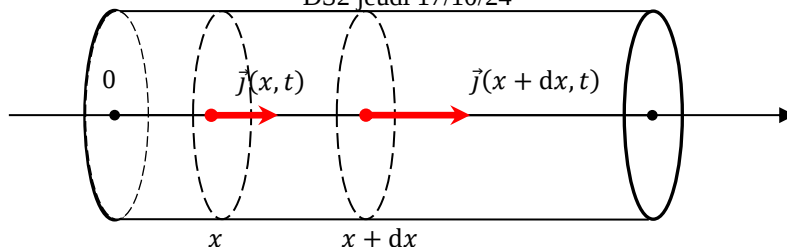
$j(x, t)$ est une puissance thermique surfacique dans la direction de l'axe Ox .

Dans le système international, on a λ en $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ou en $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$.

3.b. On applique le premier principe, pendant une durée dt , à une tranche de longueur dx , de section S repérée par son abscisse x . On note $\delta U(t)$ l'énergie interne de cet élément de volume à l'instant t .

$$\delta U(t + dt) - \delta U(t) = \delta Q_{\text{entrant}} - \delta Q_{\text{sortant}}$$

$$\text{Avec } \delta U(t + dt) - \delta U(t) = \delta m c dT = \rho S dx c (T(x, t + dt) - T(x, t)) = \rho S dx c \times \frac{\partial T}{\partial t}(x, t) dt$$



Le transfert thermique entrant à l'abscisse x pendant dt à travers une section S est :

$$\delta Q_{\text{entrant}} = \Phi_S(x, t) dt = \vec{j}_Q(x, t) \cdot S \vec{e}_x = S j(x, t) dt$$

Le transfert thermique sortant à l'abscisse $x + dx$ pendant dt est :

$$\delta Q_{\text{sortant}} = \Phi_S(x + dx, t) dt = S j_x(x + dx, t) dt$$

On a donc :

$$\delta Q_{\text{entrant}} - \delta Q_{\text{sortant}} = S j(x, t) dt - S j(x + dx, t) dt = -S \frac{\partial j}{\partial x}(x, t) dx dt$$

Finalement :

$$\rho S dx c \frac{\partial T}{\partial t} dt = -S \frac{\partial j}{\partial x} dx dt$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = 0$$

D'après la loi de Fourier, en projection sur l'axe Ox , $j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$, d'où $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

4. Étude en régime stationnaire

4.a. En régime stationnaire tous les champs G se rapportant au système étudié sont indépendants du temps soit $\frac{\partial G}{\partial t} = 0$.

4.b. Ici on obtient $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{d^2 T}{dx^2} = 0$ soit après intégration et en utilisant les conditions aux limites ($T(0) = T_{\text{int}}$ et $T(L) = T_{\text{ext}}$)

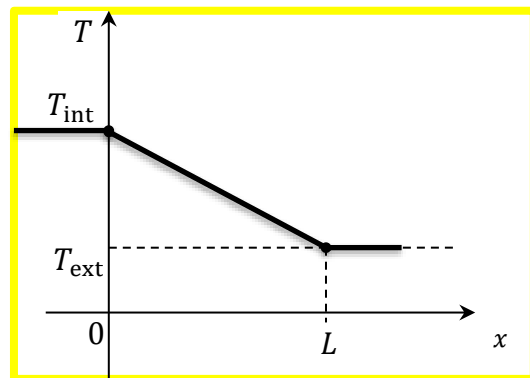
$$T(x) = \frac{T_{\text{ext}} - T_{\text{int}}}{L} \cdot x + T_{\text{int}}$$

4.c. D'après la loi de Fourier, $j(x) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda \frac{T_{\text{ext}} - T_{\text{int}}}{L} \stackrel{\text{def}}{=} j_0$. Cette densité de flux thermique est indépendante de x et dirigée dans le sens des x croissants.

4.d. La puissance du radiateur doit compenser les pertes à travers les murs. Ces pertes sont égales à $j_0 S_{\text{mur}}$. On a donc :

$$P' = j_0 S_p = \lambda \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{L} 2(a + b) \cdot h = 6,5 \text{ kW}$$

Commentaire : le radiateur n'est pas assez « puissant ». Il faut isoler davantage la pièce (ou installer d'autres radiateurs !).



5. Résistance thermique

5.a.

Diffusion thermique	électricité
Température T	Potentiel électrique V
Puissance thermique $\Phi_S = P' = \iint_S \vec{j}_{\text{th}} \cdot d\vec{S}$	Intensité de courant électrique I

5.b. $R_{\text{mur}} = \frac{\Delta T}{\Phi_S} = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{P_{\text{perdue}}} = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{j_0 S_p} = \frac{L}{\lambda S_p}$. La résistance thermique s'exprime en $\text{K} \cdot \text{W}^{-1}$.

Application numérique : $R_{\text{mur}} \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$.

Problème 5 :

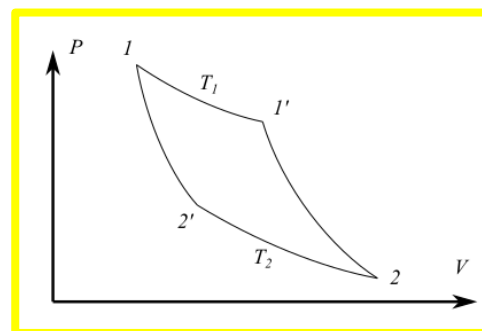
A / Diagramme de Watt

A1. La valeur absolue de l'aire du cycle, représenté ci-contre, correspond à $(-W)$, donc l'opposé du travail reçu par le fluide interne au cours d'un cycle. Le cycle est parcouru dans le sens horaire afin que le travail reçu par le fluide interne soit < 0 .

A2. Le rendement est $\eta = \frac{-W}{Q_{11'}}$.

En appliquant le premier principe au fluide interne pendant un cycle, on obtient $\eta = 1 + \frac{Q_{22'}}{Q_{11'}}$. Pour une machine réversible, l'égalité de Clausius s'écrit :

$$\frac{Q_{11'}}{T_1} + \frac{Q_{22'}}{T_2} = 0, \text{ d'où } \eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \eta = 76,9\%$$



A3. Ce rendement ne peut être dépassé car il est obtenu grâce à l'égalité de Clausius (pas de création d'entropie).

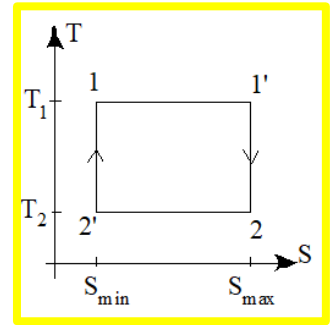
En cas de machine non idéale, elle doit être remplacée par l'inégalité $\frac{Q_{11'}}{T_1} + \frac{Q_{22'}}{T_2} < 0$, qui conduit à $\eta < \eta_{Carnot}$.

B / Diagramme entropique

B1. Le cycle est ci-contre. Il tourne dans le sens horaire car quand le fluide interne échange avec la source chaude (à T_1), il reçoit un transfert thermique positif (le fluide prend de l'énergie thermique à la source chaude), donc son entropie augmente (l'entropie reçue est positive).

B2. $\Delta S_{11'} = S_{max} - S_{min} = S_{e\ 1 \rightarrow 1'} = \frac{Q_1}{T_1}$ (avec $Q_1 = Q_{11'}$)

Et $\Delta S_{22'} = S_{min} - S_{max} = S_{e\ 2 \rightarrow 2'} = \frac{Q_2}{T_2}$ (avec $Q_2 = Q_{22'}$)



B3. D'après l'identité thermodynamique $dU = T dS - P dV$, donc en intégrant ceci sur un cycle, on montre bien que l'aire du cycle est la même en diagrammes (P,V) et (T,S), puisque $\int_{cycle} dU = 0$.

C / Étude thermodynamique d'un réfrigérateur et d'une pompe à chaleur

C1. Premier principe industriel, dans le cas où les énergies cinétique massique et potentielle massique sont négligées :

$\Delta h = w_u + q$. Δ représente l'écart entre l'entrée et la sortie, h l'enthalpie massique, w_u le travail massique utile, et q le transfert thermique massique, les grandeurs d'échange étant orientées vers le fluide interne.

C2. Démo : cf cours, avec un système fermé décomposé à t et $t + dt$ en sous-systèmes.

C3. Inventaire des 4 transformations successives subies par le fluide au cours d'un cycle :

1→2 **compression isentropique**. En adoptant un modèle réversible, cette étape est adiabatique réversible ;

2→3 **liquéfaction isobare** (isotherme à 35°C pour le tronçon interne à la courbe de saturation) ; échange avec la source chaude (rappel : dans un récepteur, le fluide interne donne de l'énergie thermique à la source chaude) ;

3→4 **détente isenthalpique** et apparition d'une phase vapeur

4→1 **vaporisation isobare** (isotherme à -10°C pour le tronçon de segment se trouvant à l'intérieur de la courbe de saturation) ; échange avec la source froide (rappel : dans un récepteur, le fluide interne prend de l'énergie thermique à la source froide).

C4. ♦ La liquéfaction du fluide R134a (donc la perte par lui d'énergie thermique) se produit au contact de la source chaude, et correspond donc au palier isobare haute pression HP= 9,0 bars (et haute température). Par lecture graphique et interpolation on obtient : $T_{liq} = 35^\circ\text{C}$

♦ La vaporisation du fluide (donc le gain par lui d'énergie thermique) se produit au contact de la source froide, et correspond donc au palier isobare basse pression BP= 2,0 bars. Par lecture graphique on obtient : $T_{vap} = -10^\circ\text{C}$.

C5. Pour trouver D_m , on utilise la **version puissance du premier principe industriel** : $D_m(h_2 - h_1) = \dot{\varphi}_{comp}$. En effet, cette étape est isentropique donc on peut adopter un modèle adiabatique réversible.

Il vient $D_m = \dot{\varphi}_{comp} / (h_2 - h_1)$. Par lecture graphique, on trouve $D_m = \frac{9,6}{425-395} = 0,32 \text{ kg/s}$.

C6. Efficacités

1. Réfrigérateur : $e_{ref} = \frac{\delta Q_F}{\delta W} = \frac{\dot{\varphi}_F}{\dot{\varphi}_{comp}} = \frac{D_m(h_1 - h_4)}{\dot{\varphi}_{comp}} = \frac{(h_1 - h_4)}{(h_2 - h_1)} = \frac{395-235}{425-395} = 5,3$.

2. Pompe à chaleur (PAC) : $e_{pac} = \frac{-\delta Q_C}{\delta W} = \frac{-\dot{\varphi}_C}{\dot{\varphi}_{comp}} = \frac{D_m(h_2 - h_3)}{\dot{\varphi}_{comp}} = \frac{(h_2 - h_3)}{(h_2 - h_1)} = \frac{425-235}{425-395} = 6,3$.

C7. Pour un cycle idéal réversible de Carnot, on a (cf. cours) : $e_{ref,Carnot} = \frac{T_F}{T_C - T_F} = \frac{263}{45} = 5,8$.

D'où $\eta_{ref} = \frac{e_{ref}}{e_{ref,Carnot}} = 91\%$

Et pour la pompe à chaleur (cf cours) : $e_{pac,Carnot} = \frac{T_C}{T_C - T_F} = \frac{308}{45} = 6,8$. D'où $\eta_{pac} = \frac{e_{pac}}{e_{pac,Carnot}} = 93\%$.