

Les calculatrices sont autorisées

Le sujet est composé de trois parties.

Modélisation d'un circuit de refroidissement à eau

Présentation générale

Les composants électroniques, comme les processeurs (CPU), les cartes graphiques (GPU) ou les chipsets chauffent de plus en plus en raison de la montée en fréquence conséquente qu'ils ont subie ces dernières années. Les industriels vantent donc les bienfaits du WaterCooling (refroidissement par écoulement d'eau) par rapport au refroidissement traditionnel par écoulement d'air.

Ce sujet s'intéresse à l'origine et à l'évacuation de la puissance thermique produite dans un processeur d'ordinateur par un système de refroidissement à eau.

La **partie I** explique, à l'aide d'un modèle simple de porte logique, l'impact de la finesse de gravure et de la fréquence des processeurs sur la puissance thermique produite.

La **partie II** s'intéresse au transfert thermique du processeur vers le liquide de refroidissement.

La **partie III** s'intéresse au guidage de l'arbre moteur et de la turbine par rapport au bâti



Figure 1 - Système de refroidissement liquide pour processeur (Hydro series ©)

Partie I - Origine de la puissance thermique produite

Depuis leur invention en 1971 par la société Intel, les microprocesseurs sont sans cesse améliorés pour accroître leur performance tout en diminuant la puissance thermique produite. Les microprocesseurs sont, entre autres, constitués d'un très grand nombre de transistors permettant, par exemple, la réalisation d'opérations logiques. L'augmentation de la puissance de calcul des processeurs fut permise, en partie, par une augmentation régulière du nombre de transistors passé, pour une surface de l'ordre du centimètre carré, de 2 300 en 1971 à environ 2 milliards aujourd'hui.

Les transistors de type MOSFET (Metal Oxyde Semiconductor Field Effect Transistor) sont les briques de bases des microprocesseurs et sont à l'origine d'une grande partie de la puissance thermique générée par le fonctionnement du processeur. Il existe deux types de transistors MOSFET, NMOS et PMOS schématisés **figure 2**, que nous distinguerons uniquement par leur comportement électrique. Ces transistors possèdent *a priori* trois points permettant de les inclure dans un circuit électrique : la grille (G), le drain (D) et la source (S). La zone entre le drain et la source est appelée le canal. Une couche d'oxyde isolante est placée entre le substrat et la grille (G).

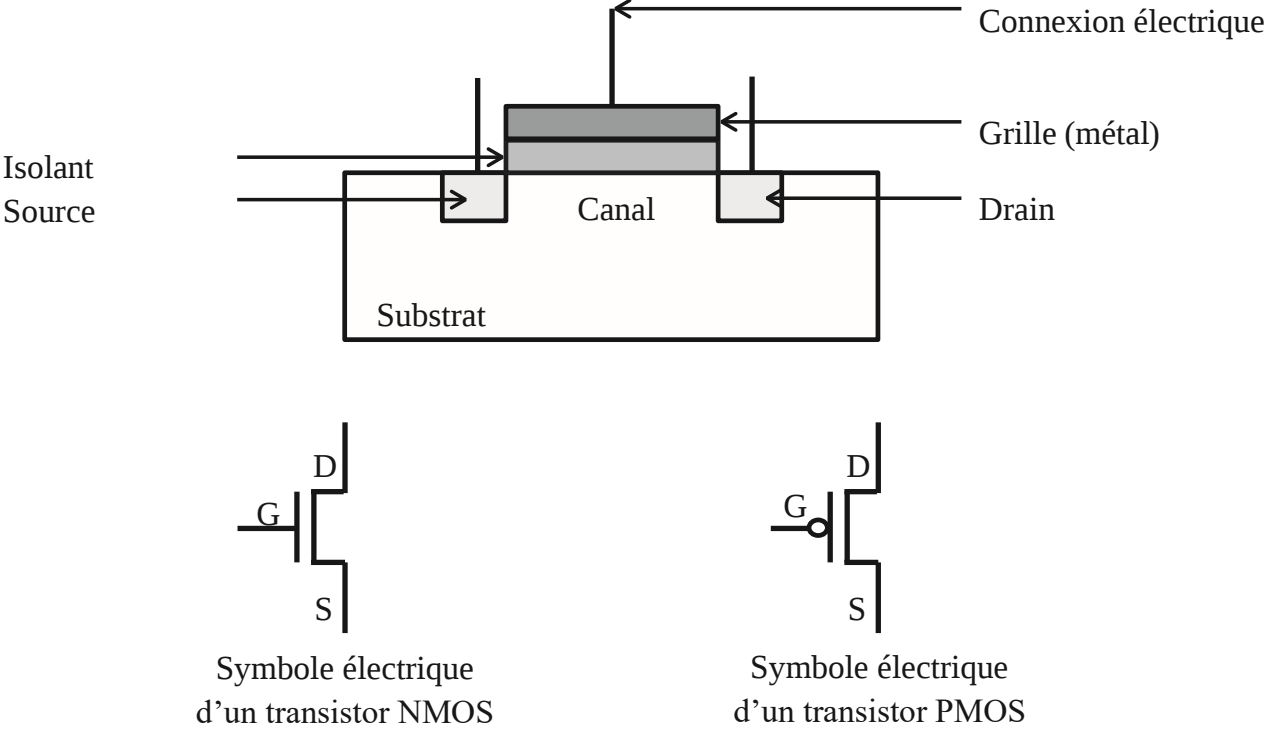


Figure 2 - Schématisation d’un MOSFET

Dans toute la suite, nous utiliserons un modèle simplifié du transistor dans lequel le comportement des transistors MOSFET est piloté par la tension Grille/Source V_{GS} (le canal est plus ou moins conducteur selon la valeur de cette tension).

Ces transistors présentent, dans les conditions envisagées, deux régimes de fonctionnement (table 1) :

- le régime bloqué : le canal ne laisse pas passer le courant et l’intensité Drain/Source est nulle;
- le régime actif : le canal laisse passer le courant et l’intensité Drain/Source est non nulle.

La tension correspondant au passage d’un régime à l’autre est appelée tension seuil. On note $V_{tn} > 0$ (respectivement $V_{tp} < 0$) la tension seuil du transistor NMOS (respectivement PMOS), V_{GS} la tension entre la grille et la source, V_{DS} la tension entre le drain et la source et I_{DS} l’intensité du courant traversant le canal du drain vers la source. Un résumé schématique du fonctionnement simplifié du transistor NMOS est présenté figure 3 (le fonctionnement du PMOS est similaire, seul le signe des tensions change). En régime actif, l’intensité I_{DS} dépend des tensions V_{GS} et V_{DS} . Les figures 4 et 5 présentent des réseaux de caractéristiques $I_{DS} = f(V_{DS}, V_{GS})$ pour différentes valeurs de V_{GS} .

Transistor NMOS	Transistor PMOS
Régime bloqué	
Si $0 \leq V_{GS} < V_{tn}$	Si $V_{tp} < V_{GS} \leq 0$
alors $I_{DS} = 0$	alors $I_{DS} = 0$
Régime actif	
Si $0 < V_{tn} \leq V_{GS}$	Si $V_{GS} \leq V_{tp} < 0$
alors $I_{DS} \geq 0$	alors $I_{DS} \leq 0$

Table 1 - Lois de fonctionnement simplifiées des transistors NMOS et PMOS

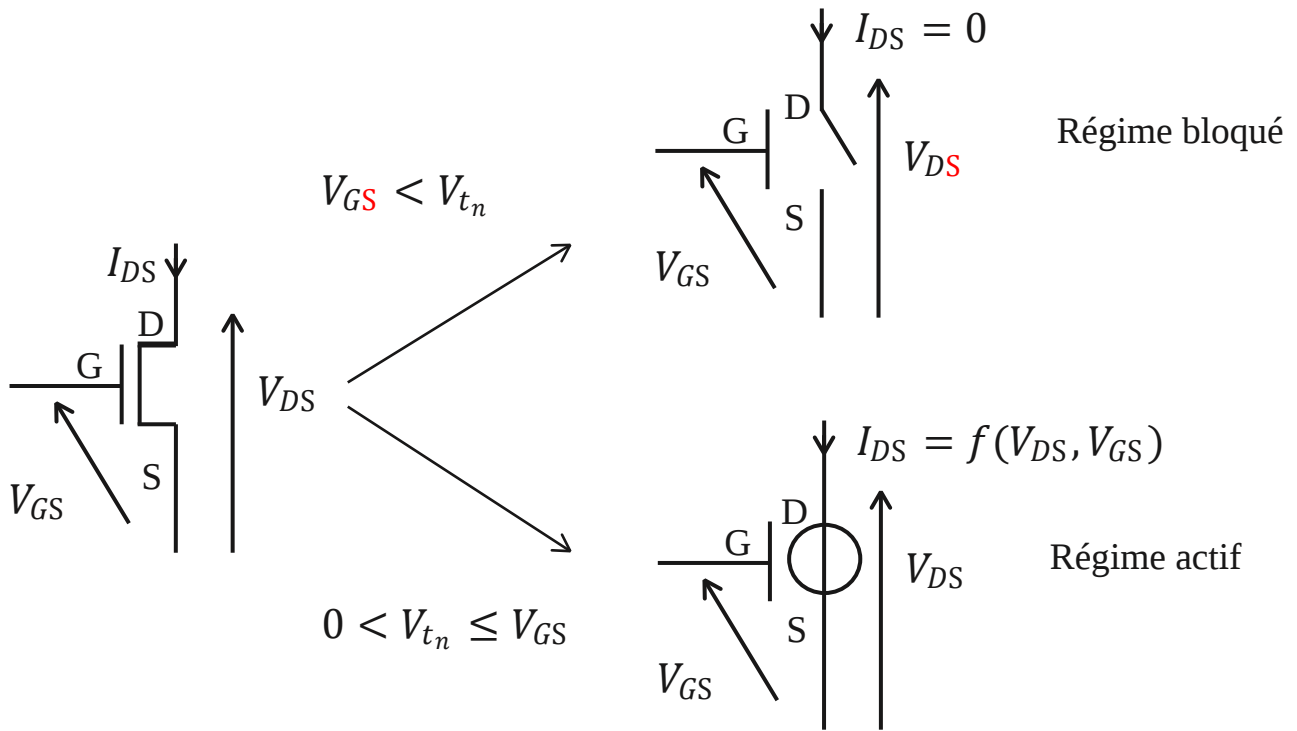


Figure 3 - Comportement simplifié d'un NMOS

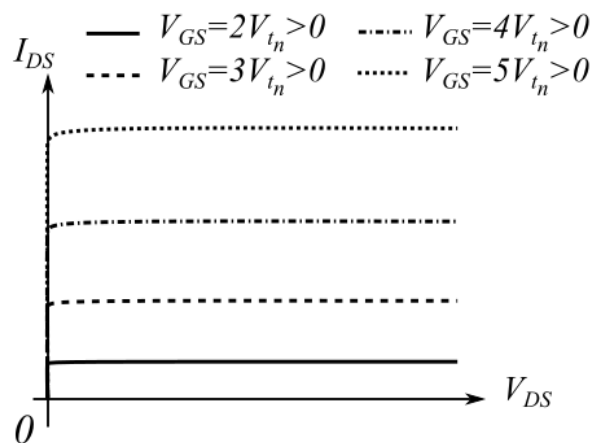


Figure 4 - Caractéristiques en régime actif $I_{DS} = f(V_{DS}, V_{GS})$ pour différentes valeurs de V_{GS} d'un NMOS

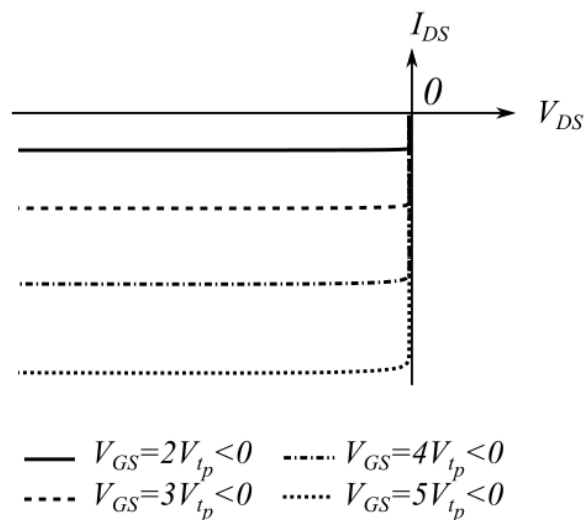


Figure 5 - Caractéristiques en régime actif $I_{DS} = f(V_{DS}, V_{GS})$ pour différentes valeurs de V_{GS} d'un PMOS

Ces transistors permettent par exemple de réaliser des inverseurs logiques comme celui de la **figure 6**. Il s'agit d'un inverseur NMOS constitué d'un MOSFET et d'un résistor de résistance R . Il est alimenté par une source de tension supposée idéale de f.é.m. $V_{DD} > V_{tn}$. On note $V_{in} \in [0, V_{DD}]$ la tension d'entrée et V_{out} la tension de sortie de l'inverseur.

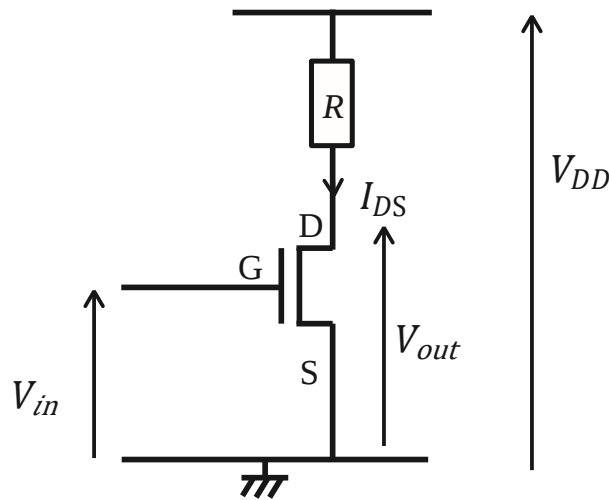


Figure 6 - Inverseur NMOS

On s'intéresse à l'inverseur NMOS présenté **figure 6**.

Q1. Vérifier que $V_{out} = +V_{DD}$ si $V_{in} = 0$.

Q2. Des caractéristiques $V_{out} = f(V_{in})$ de l'inverseur NMOS sont tracées **figure 7** pour différentes valeurs de R .

Pour quelle(s) valeur(s) de R ce circuit peut-il constituer un inverseur logique ? Une justification précise mais succincte est attendue.

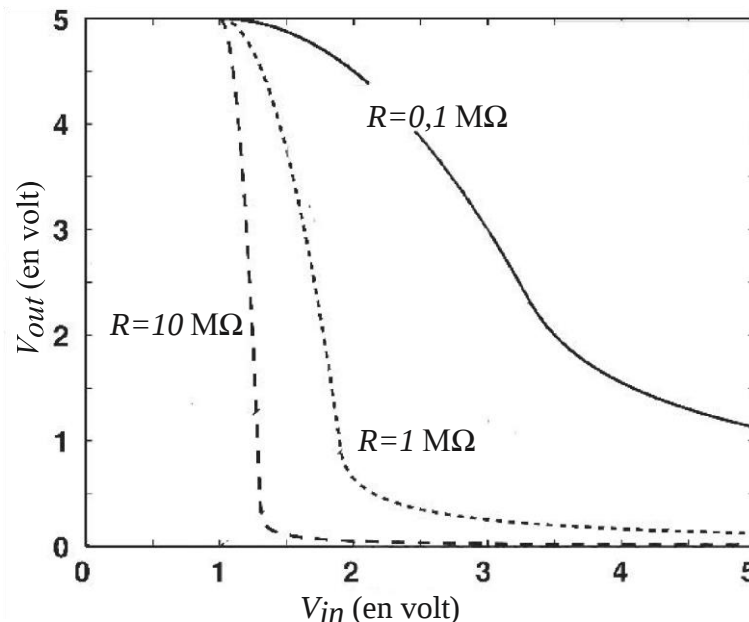


Figure 7 - Caractéristiques d'un inverseur NMOS ($V_{tn} = 1,0\text{V}$ et $V_{DD} = 5,0\text{V}$)

Dorénavant, l'inverseur sera considéré dans l'état haut si $V_{out} = +V_{DD}$ et dans l'état bas si $V_{out} = 0\text{ V}$. Le problème majeur de cet inverseur est qu'il consomme de l'énergie durant son maintien dans l'état bas.

Q3. Exprimer puis calculer la puissance consommée $p_c = I_{DS} V_{DD}$ pour maintenir l'inverseur dans l'état bas. On prendra $R = 10\text{M}\Omega$. Commenter.

Pour résoudre ce problème de consommation d'énergie, on associe un transistor NMOS et un transistor PMOS. Cette technique, que l'on nomme CMOS (Complementary Metal Oxyde Semiconductor) permet de réduire considérablement la puissance consommée lors du maintien de la sortie dans un état donné qui est alors de l'ordre du nW. Le circuit CMOS le plus simple est l'inverseur CMOS présenté **figure 8**, le transistor PMOS est appelé transistor de charge et le transistor NMOS transistor de signal.

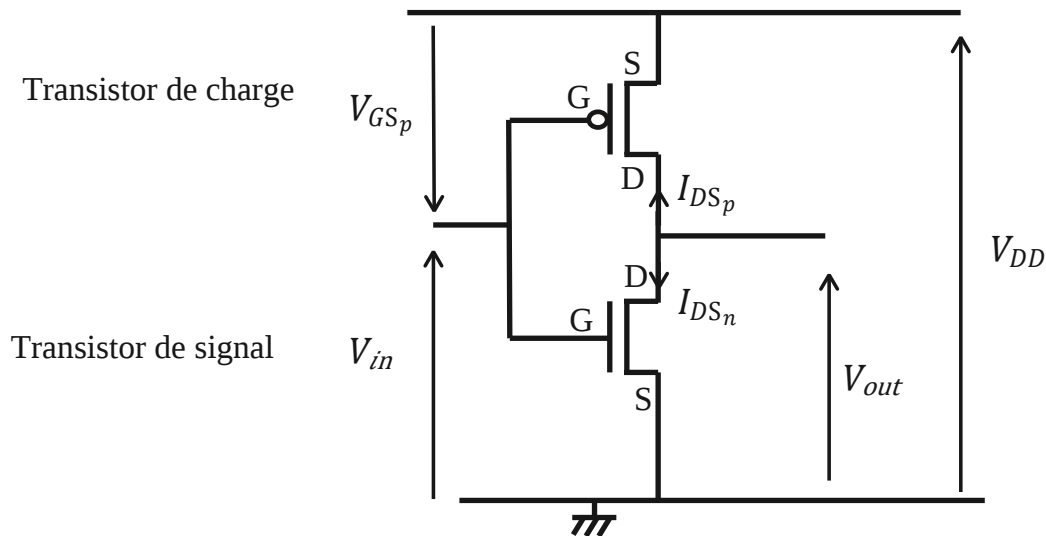


Figure 8 - Inverseur CMOS ($V_{tn} = -V_{tp} < V_{DD}$)

Q4. On s'intéresse au circuit de la **figure 8**, en supposant qu'il est relié à droite à un montage d'impédance d'entrée infinie. Montrer que ce circuit constitue bien un inverseur logique. Pour cela, on pourra se placer dans les cas où $V_{in} = 0\text{ V}$ et $V_{in} = +V_{DD}$.

Q5. Dans le cadre de la modélisation proposée pour les transistors, justifier que ce circuit ne consomme pas de puissance pour maintenir la sortie dans l'état haut ou dans l'état bas.

Q6. Interpréter la puissance consommée par le composant réel pour maintenir l'état de sortie de l'inverseur.

Une porte CMOS idéale consomme donc de l'énergie uniquement lorsque la sortie bascule d'un état à un autre (commutation). Nous allons donc maintenant nous intéresser au comportement dynamique de l'inverseur. On suppose que la tension d'entrée de l'inverseur est un créneau représenté **figure 9**. Pour étudier la réponse de l'inverseur en fonction du temps, on introduit dans le modèle un condensateur idéal de capacité $C_L = 0,20\text{ pF}$ reliant la source et le drain du transistor de signal (**figure 9**).

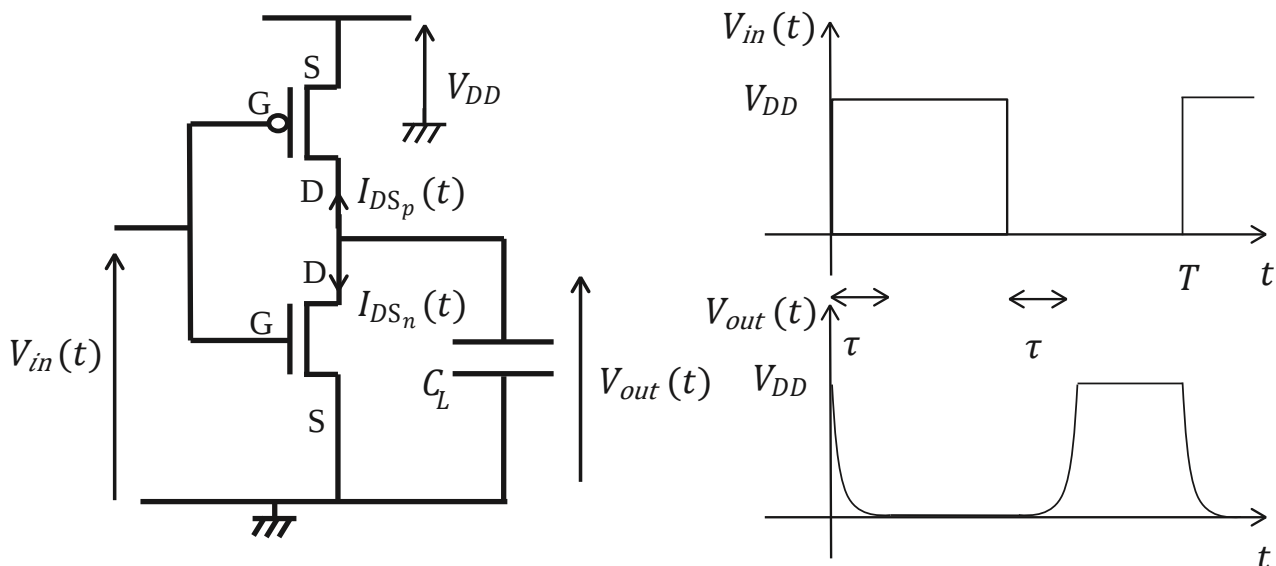


Figure 9 - Modélisation dynamique de l'inverseur CMOS et tension d'entrée

Q7. Donner une origine des effets capacitifs pris en compte dans le modèle. Pourquoi n'était-il pas nécessaire de les prendre en compte lors de l'étude du comportement statique de l'inverseur ?

Q8. Déterminer l'équation reliant $\frac{dV_{out}}{dt}(t)$ et $i(t) = -I_{DS_p}(t)$ lors du basculement de la sortie de l'état bas à l'état haut. En déduire l'énergie fournie à la porte lors de cette commutation, pour $V_{DD} = 5,0V$. Que dire de celle fournie par l'alimentation pour la commutation inverse ?

Q9. En déduire l'expression de la puissance moyenne consommée par l'inverseur sur une période de la tension l'entrée.

Q10. On peut montrer que la durée τ , nécessaire pour que la tension de sortie passe de $+0,90V_{DD}$ à $0,10V_{DD}$ (et inversement), a pour expression :

$$\tau = \frac{C_L}{\kappa(V_{DD} - V_{tn})} \left[\frac{2(V_{tn} - 0,1V_{DD})}{V_{DD} - V_{tn}} + \ln \left(\frac{19V_{DD} - 20V_{tn}}{V_{DD}} \right) \right]$$

où κ est un paramètre caractéristique des transistors.

Simplifier l'expression de τ pour $V_{tn} = 0,10V_{DD}$.

Application numérique pour $V_{DD} = 5,0V$ et $\kappa = 10 \mu A \cdot V^{-2}$. À quoi correspond cette durée pour l'opération logique réalisée par la porte ?

Q11. En déduire une estimation numérique de la puissance consommée par l'inverseur sur une période. On supposera que $T \simeq 2\tau$. Commenter.

Depuis les années 70, la finesse de gravure, c'est-à-dire la longueur L du canal, ne cesse de diminuer. Elle est globalement divisée par deux tous les deux ans de même que les autres paramètres géométriques du transistor. Cela a permis de diminuer la capacité parasite C_L ainsi que la tension d'alimentation.

Q12. À l'aide du modèle précédent, discuter qualitativement de l'impact de la finesse de gravure sur les performances des processeurs.

Q13. Avec la diminution de la taille des transistors, la puissance consommée en fonctionnement statique de l'inverseur CMOS augmente. Expliquer qualitativement cette augmentation.

Bien sûr l'architecture interne, les courants de court-circuit, le fait que les portes ne fonctionnent pas toutes en même temps et bien d'autres facteurs influent sur les performances des processeurs et en particulier sur la puissance électrique dissipée lors de leur fonctionnement. Malgré tous les progrès techniques réalisés, les processeurs (en particulier les plus puissants) chauffent pendant leur fonctionnement. Les fabricants donnent comme indication à ce propos l'enveloppe thermique, ou T.D.P. (pour Thermal Design Power), exprimée en watt, du processeur. Il s'agit du transfert thermique vers l'extérieur dont doit pouvoir bénéficier le processeur pour fonctionner correctement. À l'heure actuelle, l'enveloppe thermique typique est de l'ordre d'une dizaine à une centaine de watts pour les processeurs commerciaux les plus performants.

Q14. En l'absence de système de refroidissement, exprimer la durée Δt nécessaire à un microprocesseur (substrat en silicium) possédant une enveloppe thermique de $P_{th} = 100\text{W}$ pour s'échauffer de :

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_0.$$

Sachant que le microprocesseur ne doit pas dépasser 70°C , estimer sa durée de fonctionnement pour $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$. Commenter.

Données :

- volume du processeur $V \approx 0,10\text{cm}^3$;
- capacité thermique massique du silicium $c_s = 0,70 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$;
- masse volumique du silicium $\rho_s = 2,3 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

Partie II - Modélisation du système de refroidissement

II.1 - Rôle de la pâte thermique

Intéressons-nous tout d'abord au transport de l'énergie thermique vers le système de refroidissement. On appelle ici processeur le composant photographié **figure 10**. C'est cette puce que l'on assimilera à un carré de surface $S = 4,0 \text{ cm}^2$ que l'on trouve dans les cartes mères des ordinateurs. La puissance thermique est essentiellement produite à l'intérieur du carré hachuré dont la surface sera appelée surface utile notée S_u . La température de cette partie du processeur est supposée uniforme.



Figure 10 - Photographie d'une puce AMD A6-5400 et représentation de la surface utile S_u (carré hachuré)

On néglige le transfert thermique à travers les parois latérales du processeur. On ne considère que le transfert thermique s'effectuant à travers la face supérieure du processeur. Cette dernière est en contact

avec le support métallique du radiateur (refroidissement à air) ou de l'échangeur (refroidissement à eau) du système de refroidissement. À cause de leur rugosité, le contact entre les deux surfaces présente des imperfections. Cela se traduit par des poches d'air entre elles que l'on remplit lors du montage du système de refroidissement avec une pâte thermique (**figure 11**).

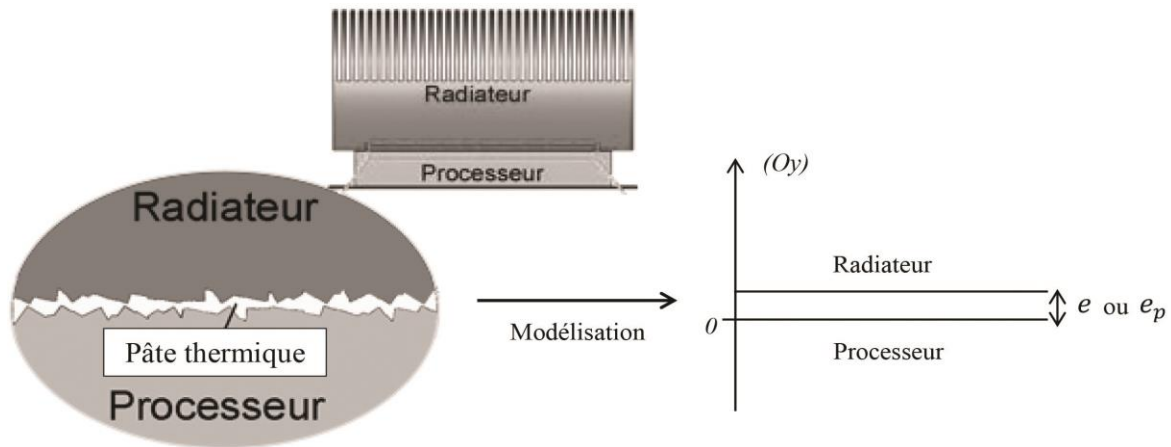


Figure 11 - Schématisation et modélisation de la surface de contact entre le processeur et le radiateur (ou de l'échangeur thermique)

On souhaite estimer l'impact de la rugosité sur l'efficacité du transfert thermique vers le système de refroidissement en l'absence de la pâte thermique pour en comprendre l'importance.

On modélise le système par deux milieux distants de e et de section plane S_u perpendiculaire à l'axe (Oy) . Les lacunes remplies d'air (en l'absence de pâte thermique) entre les plaques sont donc modélisées par une couche d'air d'épaisseur e constante. On se place en régime stationnaire et on note λ_a la conductivité thermique de l'air. Le processeur et le radiateur ont des températures uniformes respectivement notées T_p et T_r . Dans la couche d'air, la température T ne dépend que de y . On utilisera les valeurs numériques suivantes :

- conductivité thermique de l'air $\lambda_a = 0,030 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$;
- épaisseur de la couche d'air $e = 1,0 \mu\text{m}$ (taille caractéristique des reliefs d'une surface métallique sans traitements de surface) ;
- conductivité thermique de la pâte thermique $\lambda_p = 10 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$.

Q15. Justifier que l'on puisse négliger les effets de bord et considérer que T ne dépend que de y dans la couche d'air.

Q16. Rappeler la loi de Fourier. À l'aide d'un bilan d'énergie sur un système bien choisi, établir l'équation vérifiée, en régime stationnaire, par T dans la couche d'air de surface S_u .

Q17. En déduire l'expression de $T(y)$ puis l'expression de la résistance thermique R_a de la couche d'air.

Q18. Il est conseillé d'appliquer une goutte, supposée sphérique, de pâte thermique d'environ 3,0 mm de diamètre qui est étalée par pression lors de l'installation du radiateur. À l'aide des photographies de la **figure 12**, exprimer en fonction des paramètres pertinents l'épaisseur e_p de la couche de pâte thermique. Application numérique.

Q19. Calculer la résistance thermique R_a de la couche d'air et celle R_p de la couche de pâte thermique de surface S_u .

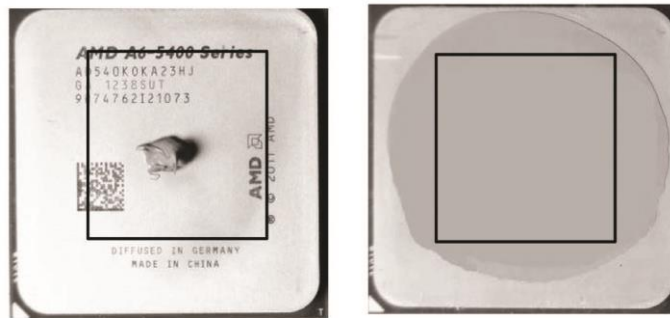


Figure 12 - Application de la pâte thermique

Q20. Pour un flux thermique de 100W, estimer la différence de température $\Delta T = T_p - T_r$ entre le processeur et le radiateur avec et sans pâte thermique. Commenter à l'aide des valeurs numériques indiquées à la question **Q14**.

Q21. Proposer une autre méthode permettant de diminuer la résistance thermique du contact entre les deux plaques.

II.2 - Description d'un module de watercooling

Le watercooling ou refroidissement à eau est une technique d'évacuation de la chaleur produite par les processeurs appelée ainsi par opposition à l'aircooling ou refroidissement à air. Un système de watercooling est constitué (**figure 13**) d'un échangeur thermique situé sur le processeur et d'un radiateur (dissipateur généralement externe) situé à l'arrière de la tour reliés par des tuyaux dans lesquels circule de l'eau. Le débit d'eau est contrôlé par une pompe. L'eau reçoit l'énergie thermique produite dans le processeur au niveau de l'échangeur avant de la céder à l'air de la pièce dans le radiateur.

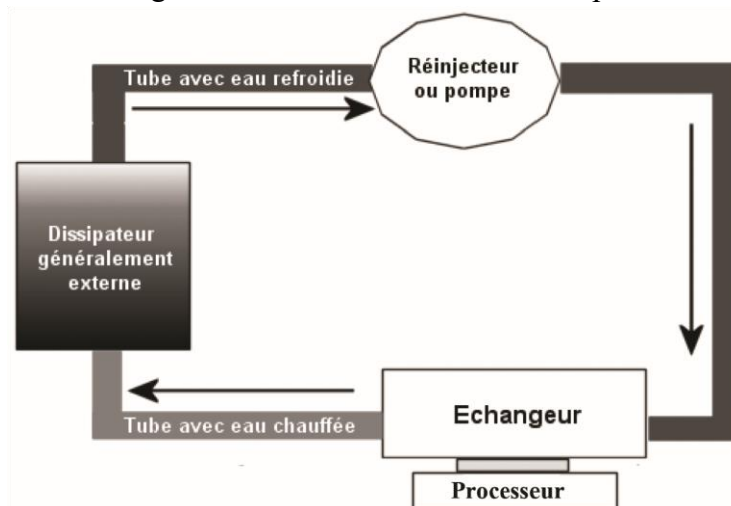


Figure 13 - Schématisation d'un système de watercooling

On s'intéresse ici à un échangeur thermique (**figure 14**) constitué d'un ensemble de micro-canaux percés dans le corps de l'échangeur et d'ailettes de refroidissement. Ces dispositifs sont fabriqués dans des métaux conduisant la chaleur.

Les plus rencontrés sont le cuivre de conductivité thermique $401 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ et l'aluminium de conductivité thermique $237 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$. L'eau circule dans les canaux et emporte l'énergie thermique produite par le processeur.

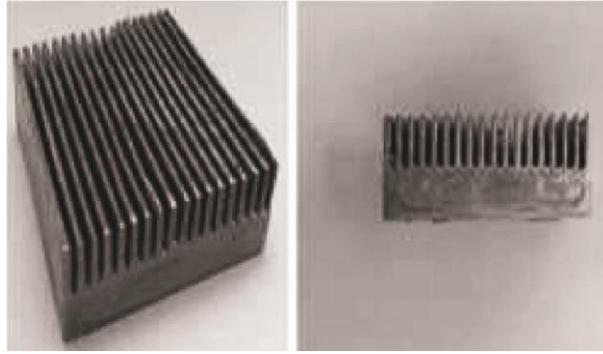


Figure 14 - Photographie d'un échangeur thermique à micro-canaux (sans son "courvercle")

Q22. Lequel des deux métaux (aluminium ou cuivre) est le plus adapté pour réaliser l'échangeur thermique. Quel est son inconvénient ?

Q23. Le débit massique D_m de l'écoulement à travers l'échangeur est de l'ordre de $10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. À l'aide d'un bilan d'énergie sur un système bien choisi, estimer la température du fluide en sortie de l'échangeur pour une puissance thermique dissipée de 100 W. On rappelle la valeur de la capacité thermique massique de l'eau liquide $c_e = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

II.3 - Détermination du champ de température dans l'échangeur

On souhaite maintenant déterminer le nombre nécessaire d'ailettes de refroidissement ainsi que la température dans ces ailettes en régime permanent.

Nous allons pour cela déterminer le champ de température dans l'échangeur et en particulier dans la base métallique en contact avec le processeur (**figure 15**).

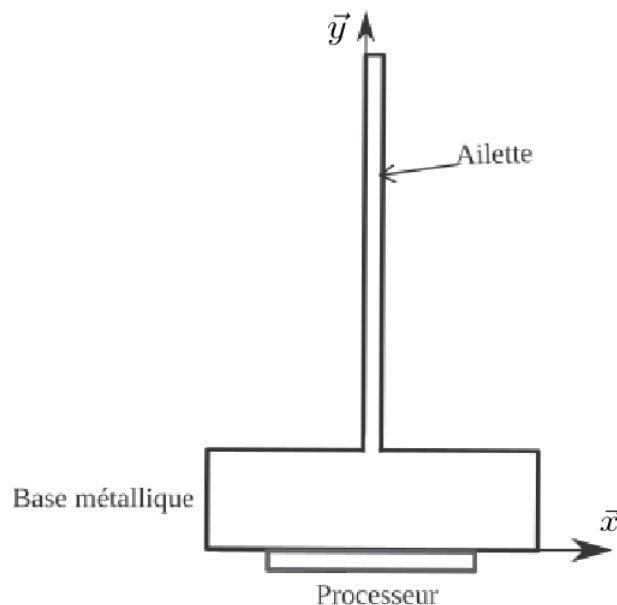


Figure 15 - Schématisation de l'échangeur et d'une ailette de refroidissement

Dans cette partie du système, l'équation vérifiée par le champ de température en régime permanent est :

$$\frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial x^2} = 0$$

Le problème est toujours supposé invariant selon l'axe (Oz). Pour illustrer le principe de la méthode, l'ailette est modélisé par un rectangle. Considérons le rectangle **figure 16** dont trois côtés sont à la température T_1 et le dernier à la température T_2 . Ce rectangle est découpé en 8 petits carrés de côté h (appelé pas de discrétisation) dont les sommets forment un réseau de points de coordonnées (ih, jh) auxquels correspondent les températures $T(ih, jh)$ que l'on mémorise dans un tableau $T_{(i,j)}$.

L'objectif est de déterminer les températures $T_{(1,1)}$, $T_{(1,2)}$ et $T_{(1,3)}$ aux points de coordonnées (h,h) , $(h,2h)$ et $(h,3h)$.

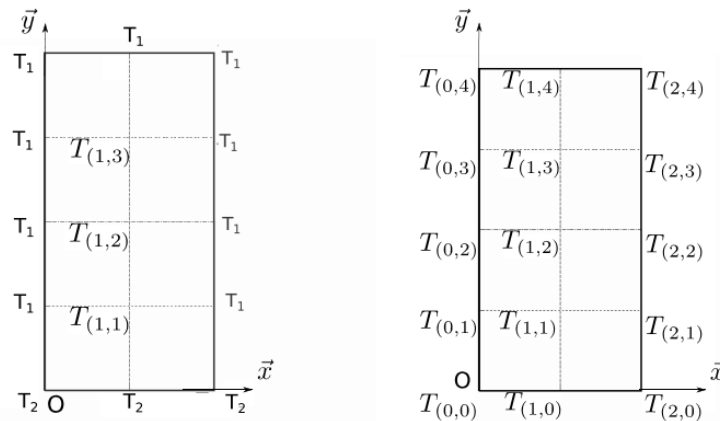


Figure 16 - Discrétisation de l'ailette

La méthode des différences finies centrées avec le pas de h est utilisée pour déterminer le champ de température dans l'échangeur et en particulier dans la base métallique en contact avec le processeur.

Q24. Selon une logique analogue, expliquer comment approcher $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, y)$ et $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}(x, y)$, d'abord à partir des dérivées premières de $T(x, y)$, puis sans aucune dérivée. Les expressions finales pourront faire intervenir $T(x + h, y)$, $T(x - h, y)$, $T(x, y + h)$, $T(x, y - h)$ et $T(x, y)$.

Q25. En déduire les coefficients a , b , c , d et e de l'équation différentielle sous forme discrétisée suivante :

$$a \cdot T_{(i-1,j)} + b \cdot T_{(i+1,j)} + c \cdot T_{(i,j-1)} + d \cdot T_{(i,j+1)} + e \cdot T_{(i,j)} = 0.$$

Q26. Écrire les équations pour $i=1, j=1$, pour $i=1, j=2$ et pour $i=1, j=3$.

Q27. En déduire le système d'équations à résoudre, le mettre sous forme de deux matrices A et B tel que :

$$A \cdot T = B,$$

avec $T = \begin{bmatrix} T_{(1,1)} \\ T_{(1,2)} \\ T_{(1,3)} \end{bmatrix}$, A une matrice 3×3 et B un vecteur de 3 composantes.

La discrétisation de la base métallique n'est pas suffisamment fine et ne prend pas en compte les effets à l'interface ailette/embase.



Figure 17 - Calcul sur différentes géométries

Pour permettre d'obtenir une bonne approximation du champ de température T sur l'ensemble de la structure (Ω) et de connaître le pas de discrétisation optimal, il est nécessaire de calculer l'énergie interne pour différentes discrétisations. L'énergie interne s'exprime par :

$$E_i = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \lambda \nabla T \cdot \nabla T \, d\Omega .$$

Il est possible de montrer qu'en prenant une discrétisation très fine (non demandé), l'énergie interne va tendre vers une valeur exacte (E_i) correspondant à une valeur calculée numériquement pour une discrétisation suffisamment fine.

On note E_i^n l'énergie interne approchée calculée numériquement en fonction du nombre d'inconnues de discrétisation n . On peut ensuite tracer l'erreur sur l'énergie interne $(E_i^n - E_i)/E_i^n$ en fonction de n en échelle log (**figure 18**). Pour ne pas effectuer ensuite des calculs trop importants, on choisit une valeur de discrétisation n correspondant à une erreur de 5%.

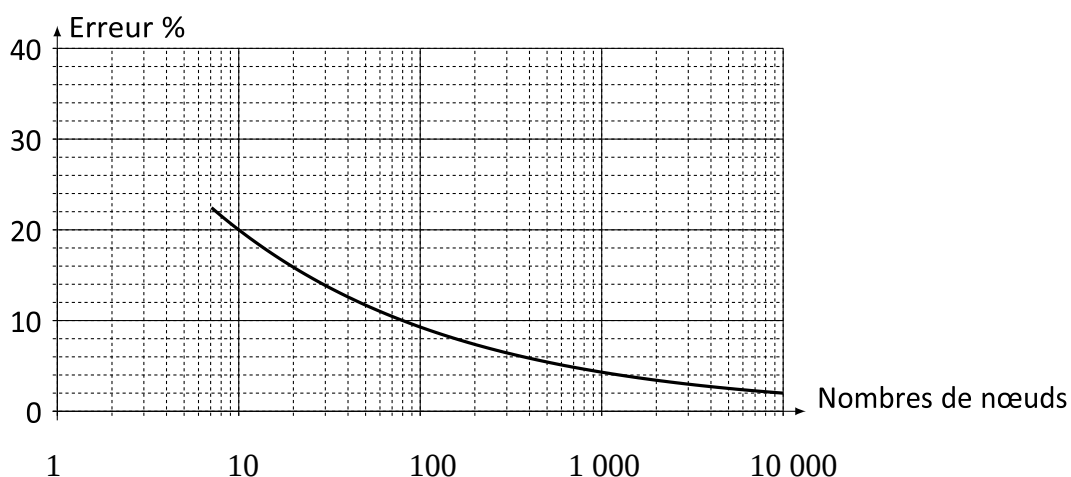


Figure 18 - Erreur sur l'énergie interne $(E_i^n - E_i)/E_i^n$ en fonction du nombre de nœuds n

Q28. Déterminer la valeur de n correspondant à l'énergie interne permettant d'assurer que la discrétisation du domaine Ω soit suffisamment fine pour avoir une bonne approximation du champ de température $T(x,y)$ sur l'ensemble de la structure.

Après discrétisation sur un modèle plus complexe (**figure 17**), le système à résoudre est toujours du type $A \cdot T = B$ mais la dimension de la matrice A devient très élevée. La matrice obtenue est une matrice tridiagonale, pentadiagonale par morceau. Plusieurs résolutions sont effectuées autour de quelques températures critiques tel que la résolution devienne :

$$A \cdot (T + \delta T) = (B + \delta B).$$

L'objectif de cette résolution est de regarder l'influence de cette incertitude δB sur la température finale obtenue.

Il est possible de montrer que la variation du premier membre sur le résultat est majorée par la variation du second membre sur les données multipliées par $\|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, c'est-à-dire :

$$\frac{\|\delta T\|}{\|T\|} = (\|A\| \cdot \|A^{-1}\|) \frac{\|\delta B\|}{\|B\|}.$$

Le nombre $\|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, appelé $\text{cond}(A)$, définit un bon conditionnement de la matrice A , c'est-à-dire une faible influence des variations de B sur le résultat de T .

Q29. Parmi les valeurs $\{-10\,000, -1\,000, -1, 1, 1\,000, 10\,000\}$ pour $\text{cond}(A)$, donner la valeur de $\text{cond}(A)$ qui entraînera un bon conditionnement de notre matrice.

La norme de A est définie par :

$$\|A\|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq m} (\sum_{j=1}^n |A_{ij}|).$$

Une partie représentative de la matrice obtenue est représentée ci-dessous :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 & 8 \\ 2 & 5 & 15 & 23 \\ 6 & 15 & 46 & 73 \\ 8 & 23 & 73 & 130 \end{bmatrix}$$

Et la matrice inverse :

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 41 & 28 & -24 & 6 \\ 28 & 35 & -23 & 5 \\ -24 & -23 & 17 & 4 \\ 6 & 5 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

Q30. Calculer $\|A\|_{\infty}$ et $\|A^{-1}\|_{\infty}$.

Q31. Calculer $\text{cond}(A)$. Est-ce bien conditionné ?

III Modélisation du guidage de l'ensemble arbre moteur + turbine

Nous allons dans cette partie nous intéresser au guidage de l'ensemble arbre moteur + turbine (noté E dans la suite) par rapport au bâti. La pompe centrifuge (**figure 19**) est le type de pompe le plus utilisé pour le refroidissement liquide en raison de sa large gamme d'utilisation, sa robustesse et son faible coût de production.



Figure 19 – turbine de la pompe centrifuge utilisée pour le refroidissement liquide

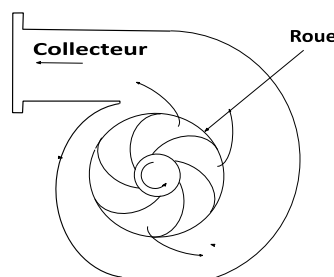
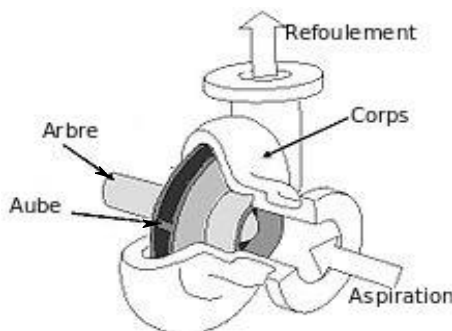


Figure 20 - Écoulement dans une pompe centrifuge

Le schéma cinématique ci-dessous représente le guidage de l'ensemble arbre moteur + turbine (ensemble E) par rapport au bâti.

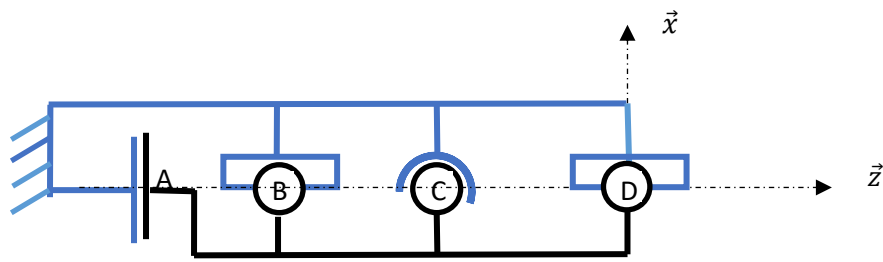


Figure 21 – Schéma cinématique du guidage de l'ensemble E par rapport au bâti

Q32 : Réaliser le graphe des liaisons du système ainsi modélisé.

Q33 : Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle relatif au schéma cinématique de la figure 21

Q34 : En raisonnant uniquement sur les mouvements, déterminer la liaison entre l'ensemble E et le bâti.

Pour la suite, on désire abaisser le degré d'hyperstatisme du modèle. Pour cela on va séparer l'ensemble E en 2 sous ensemble notés E1 et E2 puis ajouter entre E1 et E2, un accouplement de type joint de Oldham (voir figure 22)

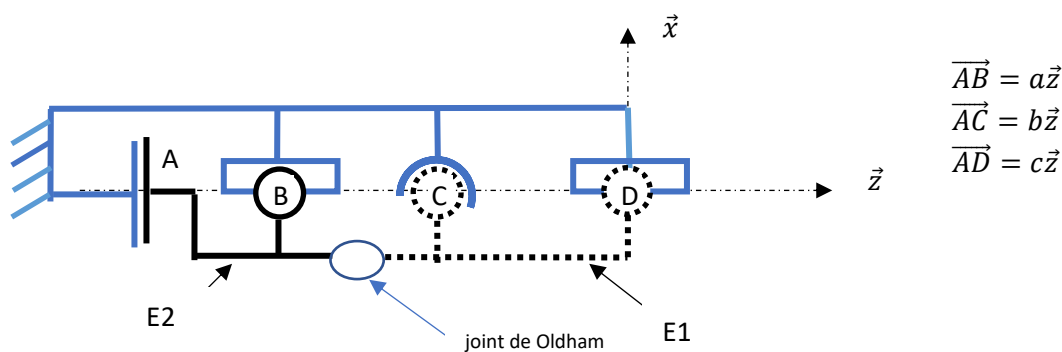


Figure 22 : Schéma cinématique du guidage de l'ensemble E par rapport au bâti

Etude préliminaire d'un joint de Oldham

Un joint de Oldham est un accouplement utilisé en général entre 2 axes parallèles mais non-coaxiaux. La Figure 23 ci-après en donne les constituants :

- un arbre d'entrée (noté 1) pouvant tourner autour de l'axe $(O_1, \vec{z})$ par rapport à un bâti ;
- un arbre de sortie (noté 2) pouvant tourner autour de l'axe $(O_2, \vec{z})$ par rapport à un bâti ;
- une pièce intermédiaire appelée en général « noix » ou « croix » (notée 3).

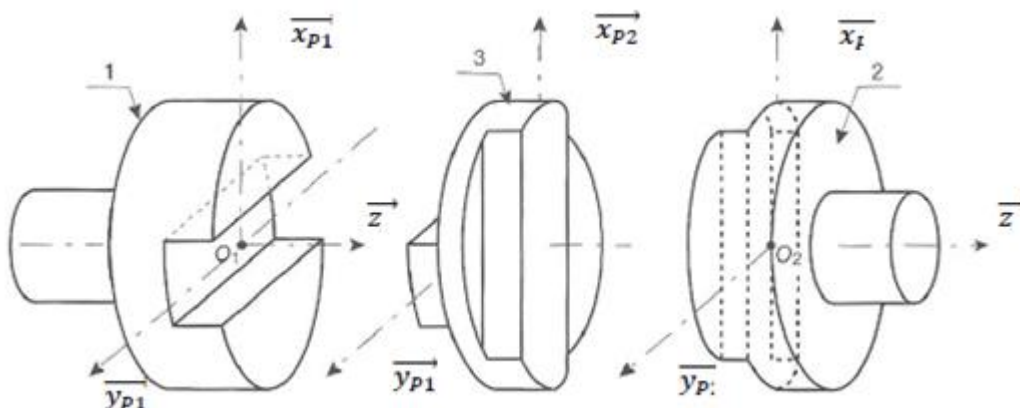


Figure 23 : Eléments constitutifs d'un joint de Oldham

La transmission de la rotation de l'arbre 1 à l'arbre 2 est rendue possible par les caractéristiques des liaisons avec la noix 3 : il est nécessaire d'avoir deux glissières orthogonales au niveau de la noix. Ainsi, on retrouve : une glissière entre 1 et 3 ; une glissière entre 3 et 2.

Ces 2 glissières sont par construction constamment orthogonales.

Le schéma cinématique ci-dessous (figure 24) représente le joint de Oldham positionné entre les ensembles E1 et E2.

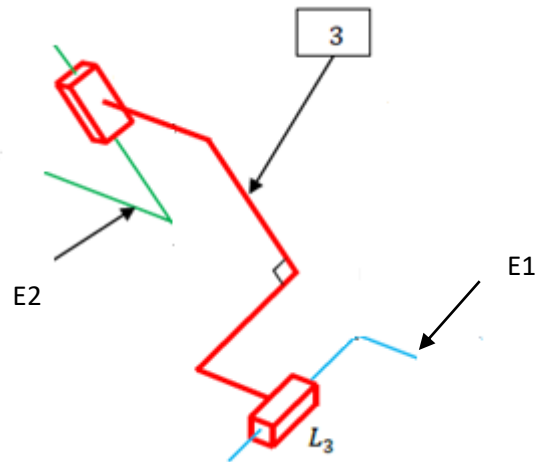


Figure 24 : joints de Oldman entre les éléments E1 et E2

Q35 : A partir des figures 22 et 24, déterminer alors le degré d'hyperstatisme de l'ensemble E1, E2, joint de Oldmann et bâti puis conclure par rapport au résultat de la question 33

Etude cinématique de l'ensemble

Le modèle utilisé pour la suite est représenté sur la figure ci- dessous.

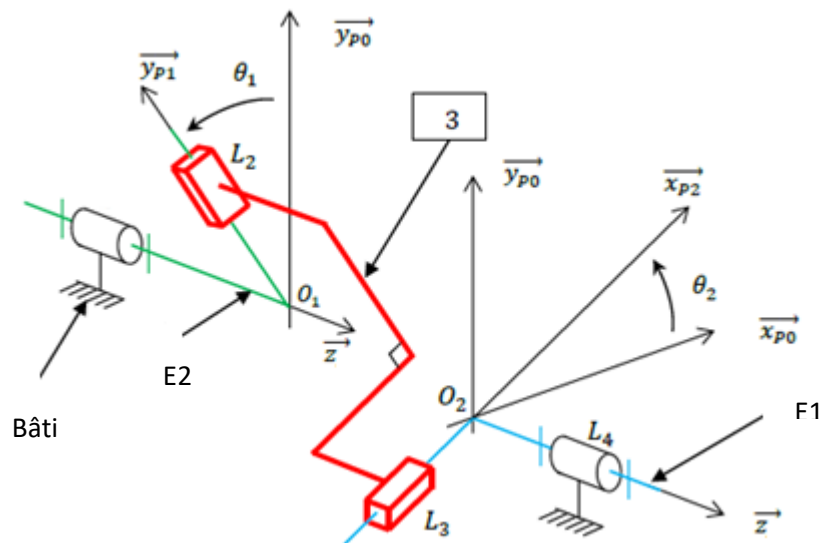


Figure 25 : Schéma cinématique de l'ensemble

Q36 : Justifier par calcul (à partir de la figure 22) que la liaison équivalente entre l'ensemble E2 et le bâti est bien une liaison pivot d'axe $\vec{Az}$

Q37 Représenter la figure plane de calcul reliant la base $B_1(\vec{x}_{p1}, \vec{y}_{p1}, \vec{z})$ à la base B_0 ainsi que celle reliant la base $B_2(\vec{x}_{p2}, \vec{y}_{p2}, \vec{z})$ à la base B_0 .

Q38 Etant donnée l'orthogonalité entre $\vec{y}_{p1}$ et $\vec{x}_{p2}$, montrer que $\sin(\theta_2 - \theta_1) = 0$

Q39 Justifier, à partir du résultat précédent, que l'accouplement en rotation par joint de Oldham soit qualifié de « homocinétique en rotation », c'est-à-dire que le rapport de transmission entre la vitesse de rotation de 1 par rapport à 0, ω_1 , et celle de 2 par rapport à 0, ω_2 , est constant dans le temps.