Problème n°1 : e3a PSI 2019 (extrait)

Utilisation de l'énergie marémotrice

La récupération de l'énergie de la marée se fait par un principe analogue à celui d'une éolienne. On construit une digue par laquelle l'écoulement dû à la marée va entraîner une hélice, laquelle est reliée à un alternateur.

On s'intéresse d'abord à l'usine maréemotrice de la Rance, située en Bretagne. Les données issues de Wikipedia sont les suivantes :

— Puissance totale : $P_{tot} = 240$ MW.
— Surface totale de l'installation : $S_{tot} = 22$ km^2.
— Débit moyen par turbine : $D_m = 260$ m^3/s.

Afin de quantifier l'intérêt industriel d'une installation, il est intéressant de considérer, en plus de son rendement, une quantité comme la puissance par unité de surface : il s'agit de la puissance délivrée par l'installation ramenée à la surface *totale* occupée par cette installation.

1.
Donner la valeur de la puissance par unité de surface produite par la centrale de la Rance.

On s'intéresse à une approche théorique de la puissance par unité de surface produite par de telles fermes maréemotrices. Dans l'ouvrage “Sustainable energy - without the hot air”, David MacKay parle de celles-ci en ces termes :

> Imagine sticking underwater windmills on the sea-bed. The flow of water will turn the windmills. Because the density of water is roughly 1000 times that of air, the power of water flow is 1000 times greater than the power of wind at the same speed.
> What power could tidal stream farms extract ? It depends crucially on whether or not we can add up the power contributions of tidefarms on adjacent pieces of sea-floor. For wind, this additivity assumption is believed to work fine : as long as the wind turbines are spaced a standard distance apart from each other, the total power delivered by 10 adjacent wind farms is the sum of the powers that each would deliver if it were alone.

windmills : éolienne ; sea-bed, sea-floor : fond marin ; tidal stream farm, tidefarms : usine maréemotrice.

2. Selon ce texte, peut-on supposer que la puissance d'un ensemble d'éoliennes (aériennes) est la somme de la puissance des éoliennes ?

Supposant (abusivement) que l'espacement des turbines peut être le même que celui des éoliennes, MacKay arrive au tableau ci-contre pour la puissance par unité de surface d'une ferme sous-marine, en fonction de la vitesse du flux de marée. La légende tableau est en anglais ci-contre.

Table G.6. Tide farm power density (in watts per square metre of sea-floor) as a function of flow speed U. (1 knot = 1 nautical mile per hour = 0.514 m/s.) The power density is computed using $(\pi/200)\frac{1}{2}\rho U^3$ (equation (G.10)).

U (m/s)	U (knots)	tide farm power (W/m^2)
0.5	1	1
1	2	8
2	4	60
3	6	200
4	8	500
5	10	1000

Les turbines sont de type Kaplan, Wikipedia nous indiquant que “leur diamètre peut varier de 2 à 11 mètres”.

3. Pour une turbine (de profil supposé circulaire) de diamètre 11 m, calculer la surface normale au flux de marée, et en déduire la vitesse moyenne de celui-ci. À quel encadrement de la puissance surfacique produite cela correspond-il ? Comparer avec le résultat précédent et commenter.

La puissance surfacique telle que donnée par le tableau précédente est donc optimiste face à la réalité. Pour rendre compte partiellement de cette constatation, on se propose de calculer le rendement maximal que peut atteindre une hélice (aérienne ou sous-marine).

La situation est schématisée ci-dessous. On appelle v_1 la vitesse en amont de l'hélice, v_2 la vitesse en aval de l'hélice, et v_0 la valeur moyenne de la vitesse au voisinage de l'hélice. On note S_1, S_2, S_0 les surfaces associées.

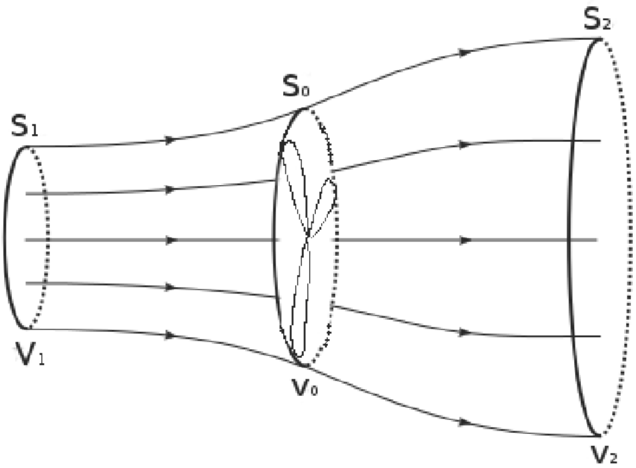

FIGURE 10 – Schématisation du champ de vitesse du vent avant et après le passage de l'éolienne

On suppose que le champ de vitesse ne dépend que de la coordonnée x dans le sens de l'écoulement. La section à l'abscisse x est notée $S(x)$, ou S en absence d'ambiguïté.

4. Rappeler l'équation locale de conservation de la masse. Si le fluide est incompressible, quelle équation vérifie la masse volumique ρ ? Montrer alors que

$$\mathrm{div}(\overrightarrow{v}(M,t)) = 0 \qquad (14)$$

et en déduire que la quantité Sv (et donc la quantité ρSv) est conservée le long de l'écoulement. Donner le nom de la quantité ρSv.

5. On définit la puissance cinétique comme $\dot{E}_c(x) = \frac{1}{2}\dot{m}(x)v^2(x)$, où $\dot{m}(x)$ est la masse traversant la cote x par unité de temps. En utilisant la question précédente, démontrer que la puissance cinétique s'écrit

$$\dot{E}_c = \frac{1}{2}\rho S v^3 \qquad (15)$$

6. Exprimer la différence $\Delta\dot{E}_c$ entre la puissance cinétique à la sortie et celle à l'entrée. La mettre sous la forme :

$$\Delta\dot{E}_c = \frac{1}{2}\rho S_0 v_0 (v_2^2 - v_1^2) \qquad (16)$$

7. Effectuer ensuite un bilan de quantité de mouvement. En utilisant le principe fondamental de la dynamique ainsi que la troisième loi de Newton, exprimer la force s'exerçant sur l'hélice sous la forme

$$\overrightarrow{F} = \rho S_0 v_0 (\overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{v_2}) \tag{17}$$

On admet par ailleurs que la puissance cédée à l'hélice peut s'écrire $\mathcal{P}_{\text{hélice}} = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{v_0}$. Donner l'expression de $\mathcal{P}_{\text{hélice}}$.

8. On considère le volume de contrôle délimité par le tube de courant situé entre les surfaces S_1 et S_2. En supposant que la variation de puissance cinétique est due à la puissance cédée à l'hélice, montrer que :

$$v_0 = \frac{v_1 + v_2}{2} \tag{18}$$

Donner alors l'expression de la puissance reçue par l'hélice en fonction de ρ, S_0, v_1 et v_2.

9. On cherche une borne supérieure sur cette puissance reçue en fonction de la puissance incidente. Pour quelle vitesse v_2 la puissance reçue est-elle maximale ? Que vaut alors v_0 ? En déduire que

$$\mathcal{P}_{\max} = \frac{8}{27} \rho S_0 v_1^3 \tag{19}$$

10. Calculer la puissance incidente $\mathcal{P}_{\text{inc}}$. En supposant $S_0 = S_1$, en déduire que le rendement η vérifie

$$\eta \leq \eta_B = \frac{16}{27} \tag{20}$$

η_B est appelé rendement limite de Betz.

11. Lister les raisons potentielles menant à un rendement bien inférieur à η_B lors de la récupération de l'énergie marémotrice.

Pb n°2 : d'après Centrale TSI 2021 et Mines PSI et e3a PSI 2016

1°) Diagramme potentiel-pH du fer

On a représenté sur la figure 4 le diagramme potentiel-pH du fer (la convention de tracé étant que la somme des concentrations des espèces dissoutes en solution est égale à $1{,}0 \cdot 10^{-6}$ mol. L^{-1}). On donne le potentiel standard : $E^0_{Fe^{2+}(aq)/Fe(s)} = -0{,}44\ V$.

Les espèces chimiques considérées sont Fe(s), Fe^{2+}(aq), Fe^{3+}(aq), $Fe(OH)_2$(s) et $Fe(OH)_3$(s).

Q 1. Déterminer le nombre d'oxydation du fer dans chacune de ces cinq espèces.

Q 2. En précisant le raisonnement, affecter aux domaines notés A, B, C, D et E l'espèce chimique adéquate, et préciser pour chacune s'il s'agit d'un domaine de prédominance ou d'existence.

Q 3. Etablir l'équation de la droite séparant les domaines des espèces A et C. En déduire la valeur du potentiel standard $E^0_{Fe^{3+}/Fe^{2+}}$.

Q 4. Déduire du diagramme la valeur du produit de solubilité de $Fe(OH)_2$(s), c'est-à-dire de la constante de la réaction : $\mathrm{Fe(OH)_2}(s) = \mathrm{Fe^{2+}}(aq) + 2\ \mathrm{HO^-}(aq)$.

Q 5. Déterminer la pente de la droite séparant B de C.

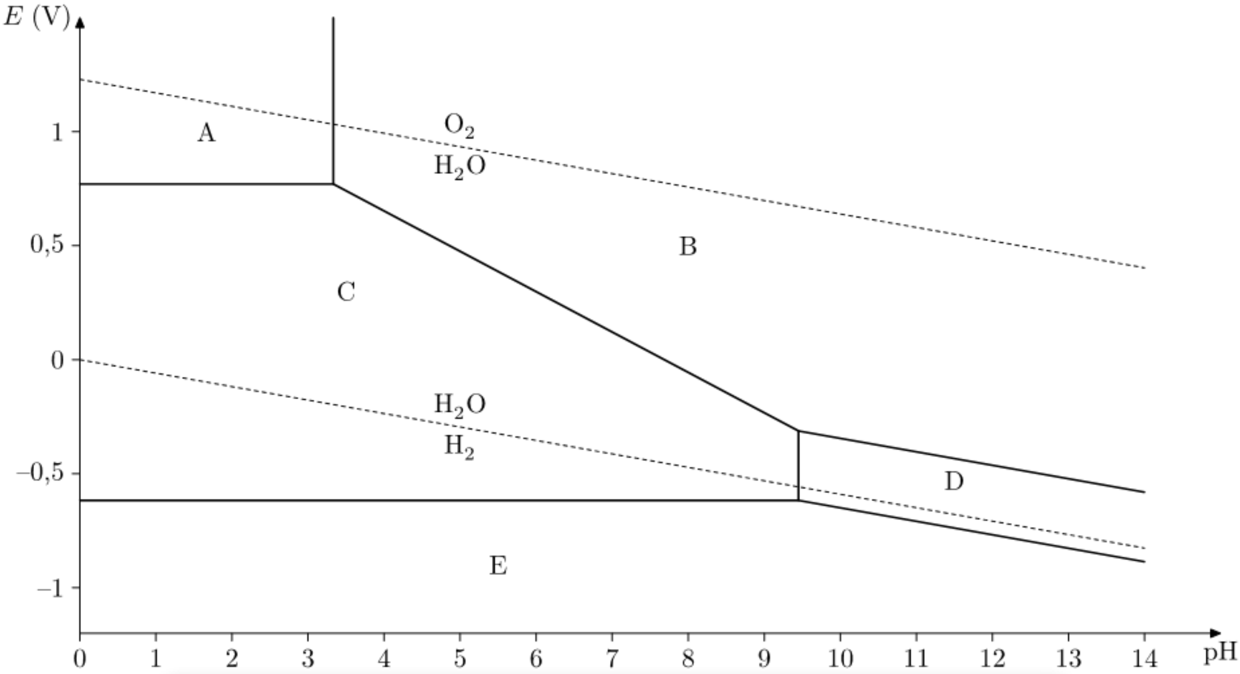

Figure 4 Diagramme potentiel-pH de l'élément fer

Sur le diagramme sont également représentés les domaines de prédominance des couples formés à partir de l'eau, soit O_2(g)/H_2O et H_2O/H_2(g).

Q 6. Le fer est-il thermodynamiquement stable dans l'eau ? Justifier.

Q 7. Écrire l'équation de la réaction d'oxydo-réduction modélisant la transformation chimique entre le fer et le dioxygène dissous dans l'eau, en milieu proche de la neutralité de pH.

2°) Cinétique dans un moteur thermique

La transformation suivante est une des nombreuses transformations se déroulant dans les gaz d'échappement des moteurs à explosion :

$$NO_2 + CO \rightarrow NO + CO_2$$

On souhaite étudier la cinétique de cette transformation. Dans ce but, on réalise plusieurs expériences à différentes concentrations initiales et on mesure la vitesse initiale de la réaction. Les résultats sont reportés dans le tableau ci-dessous.

Expérience	*Concentration initiale en* NO_2 *(mol.L⁻¹)*	*Concentration initiale en CO (mol.L⁻¹)*	*Vitesse initiale (mol.L⁻¹.s⁻¹)*
1	*0,1*	*0,1*	*$0,5.10^{-2}$*
2	*0,1*	*0,4*	*$8,0.10^{-2}$*
3	*0,2*	*0,1*	*$0,5.10^{-2}$*

Q8. Déterminer les ordres partiels par rapport à chacun des réactifs.
Donner une valeur numérique de la constante de vitesse.

Pb 3 :

1°) Cœur artificiel

La figure 1 schématise le fonctionnement d'un cœur artificiel.
Ce dispositif, destiné à remplacer la partie gauche du cœur, fonctionne dans un plan horizontal. On note :

- (P) : la pompe ;
- (DA) : la veine ; (BC) l'aorte ;
- (CD) : les capillaires.

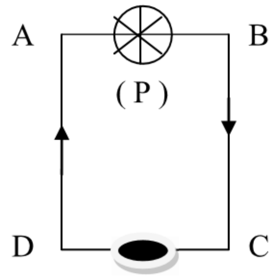

Figure 1

On donne :

- Diamètre de la veine $d_A = 1{,}4\ \mathrm{cm}$
- Diamètre de l'aorte $d_B = 2{,}0\ \mathrm{cm}$
- **Surpressions** $P_A = 79\ \mathrm{mbar}$; $P_B = 171\ \mathrm{mbar}$;
- Masse volumique du sang : $\mu = 1055\ \mathrm{kg.m^{-3}}$;
- Débit volumique du sang : $D_v = 5{,}0\ \mathrm{L.min^{-1}}$
- Pression ambiante : $P_0 = 1{,}00\ \mathrm{bar}$.

Q1 : Exprimer l'énergie mécanique volumique en A (entrée de la pompe), puis en B (sortie de la pompe).

Q2 : Exprimer puis calculer la puissance délivrée au sang par la pompe de ce cœur.

La pompe est utilisée pour irriguer le système vasculaire composé d'un réseau de N capillaires reliant l'aorte à une veine. La viscosité du sang vaut $\eta = 5{,}0\ \mathrm{mPl}$.

Q3 : Sachant que la vitesse débitante dans l'aorte est $U_a = 27\ \mathrm{cm.s^{-1}}$, le régime d'écoulement dans l'aorte est-il laminaire ou turbulent ?

Q4 : Rappeler la loi de Hagen-Poiseuille, et ses conditions de validité.

Q5 : Définir ce qu'est une résistance hydraulique puis donner son expression pour une conduite circulaire de longueur L_0 et de diamètre D_0, parcourue par un fluide incompressible, de viscosité η.

Q6 : Montrer que la résistance hydraulique globale d'un ensemble de deux conduites ($(L_1, D_1)\ et\ (L_2, D_2)$) mises bout-à-bout est la somme des deux résistances hydrauliques. Pourquoi dit-on que les deux conduites sont « en série » ?

Q7 : À quelle condition deux conduites sont-elles « en parallèle » ? Comment calcule-t-on alors la résistance hydraulique équivalente ? le démontrer.

Q8 : Entre C et D, le sang circule en parallèle à travers les N capillaires, qui sont des tubes fins, cylindriques circulaires, d'axes horizontaux, de longueur $L = 2{,}0\ \mathrm{cm}$, de rayon $r = 10\ \mathrm{\mu m}$. On considérera que les écarts de pression entre leurs entrées et leurs sorties sont tous égaux à $P_B - P_A$. En supposant l'écoulement laminaire, calculer la vitesse débitante U_c du sang dans un capillaire. L'hypothèse d'écoulement laminaire était-elle justifiée ?

Q9 : Déduire de la question précédente la valeur de N.

2°) Mesure de vitesse dans un canal

Un tube de Pitot schématisé sur la figure 3, est plongé dans l'eau d'un canal à surface libre, dont on veut évaluer la vitesse locale v. Il possède deux ouvertures : l'une située en M et l'autre en N. On négligera la différence d'altitude entre M et N. Ces ouvertures sont reliées par un

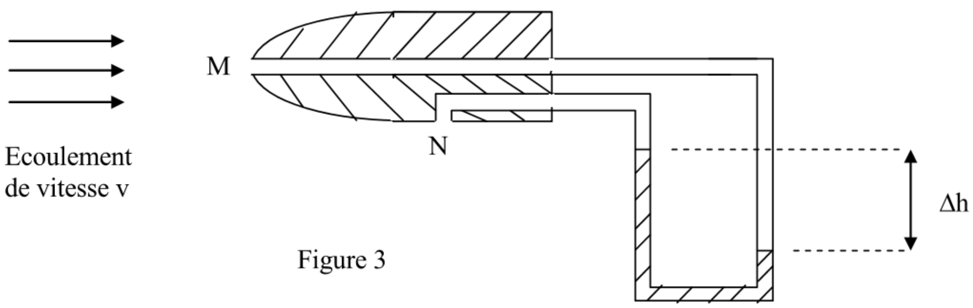

Figure 3

tube vertical en U contenant un liquide plus dense que l'eau, de masse volumique µ'. On prendra en compte la variation de pression due à l'altitude dans l'eau (masse volumique µ) présente dans le U.

Q10 : Que peut-on dire de la vitesse au point M ?
En déduire la vitesse de l'écoulement en fonction de µ et de $\Delta P = P_M - P_N$.

Q11 : Exprimer ΔP en fonction de Δh, g et µ' et µ.

Q12 : En déduire l'expression de la vitesse v en fonction de Δh, g et de la densité $d = \frac{\mu'}{\mu}$.

3°) Décollage d'une fusée

On s'intéresse à une fusée dont la masse est m_{f0} , en prenant en compte sa charge utile (satellite) mais sans prendre en compte le carburant. Ce carburant représente une masse supplémentaire au décollage notée m_{gaz0}. La fusée est dotée de 2 propulseurs, qui éjectent chacun des gaz avec un débit massique q_m constant. Les gaz sortent avec une vitesse verticale par rapport au référentiel terrestre, supposé galiléen. La vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée (donc vitesse relative) est notée $\vec{u}$ et reste constante (voir fig1).
On néglige l'influence de l'atmosphère (frottements négligeables). L'accélération de la pesanteur, $\vec{g}$, est considérée uniforme.

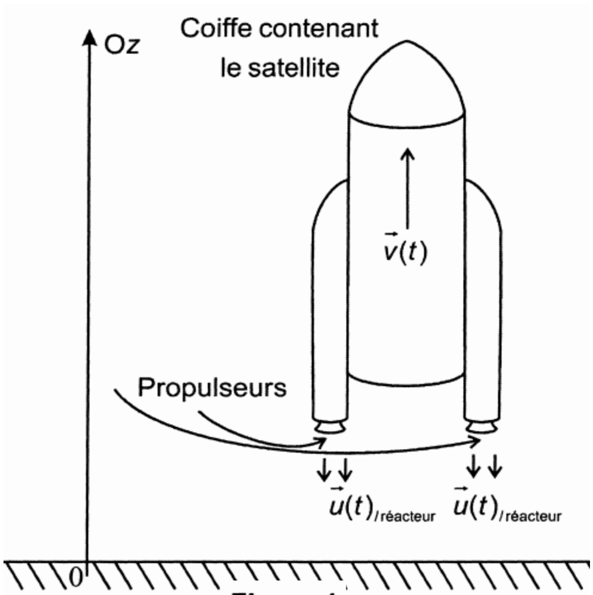

Figure 1

Q13 : Le système est la fusée et tout ce qu'elle contient à l'instant t. En raisonnant sur ce système fermé, effectuer un bilan de quantité de mouvement, et en déduire l'accélération de la fusée à l'instant t (voir figure 2).
Établir l'expression de la force, due à l'éjection des gaz, subie par la fusée.

Q14 : Quelle doit être la valeur minimale de cette force pour que la fusée décolle ? Calculer l'accélération de la fusée à l'instant initial.

Q15 : Établir l'expression de $v(t)$, norme de la vitesse de la fusée au cours du temps, pour un décollage vertical. Calculer la vitesse de la fusée au bout de 10 s.

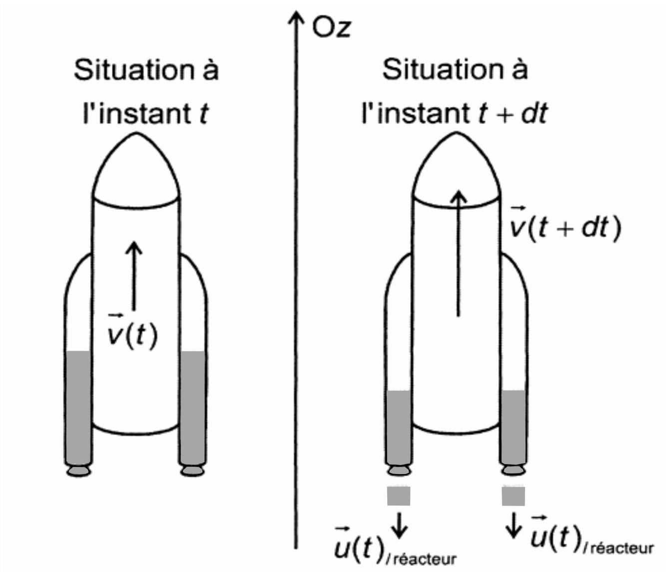

Figure 2

__**Données**__ : la masse totale de la fusée au moment du décollage $m_0 = m_{f0} + m_{gaz0}$ est de 460 tonnes. L'accélération de la pesanteur près du sol est de norme $g = 9{,}8\ \mathrm{m.s^{-2}}$.
Pour chaque propulseur, le débit massique est $q_m = 1{,}8.10^3\ \mathrm{kg.s^{-1}}$ et la norme de la vitesse relative d'éjection est $u = 2{,}1.10^3\ \mathrm{m.s^{-1}}$.