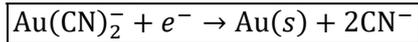


Problème n°1 : extrait de CCINP PSI 2022 épreuve de physique-chimie

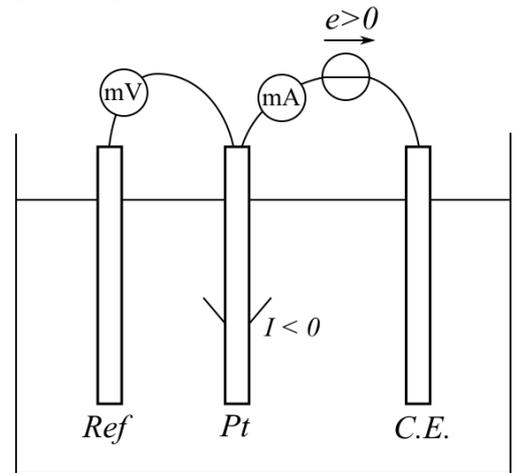
Q7. Le schéma du dispositif expérimental permettant de relever la courbe intensité-potentielle du couple $\text{Au}(\text{CN})_2^-/\text{Au}(s)$ sur électrode de platine est ci-contre.

Q8. Pour le millivoltmètre, il faut un appareil de très grande impédance d'entrée, car une électrode de référence ne joue bien son rôle que si le courant qui la traverse est négligeable.

Q9. Dans $\text{Au}(\text{CN})_2^-$, le nombre d'oxydation de Au est +I. En effet, l'ion $\text{Au}(\text{CN})_2^-$ est le complexe formé du cation Au^+ et de deux anions CN^- . La demi-équation de réduction est donc



Q10. Quand il s'agit d'une réduction, ce courant I est négatif, comme le montre la figure.



Q11. La figure 3 de l'énoncé montre que la courbe intensité-potentielle quitte l'axe des abscisses dès son point de départ (il n'y a pas de surpotentiel au démarrage), elle témoigne donc d'un couple rapide.

Oui, d'un point de vue cinétique, plus le potentiel est faible (plus il est inférieur à -0,6 V), plus la densité de courant J est élevée, donc plus la vitesse de demi-réaction est grande.

Mais si le potentiel devient trop faible, il y a le risque de faire apparaître une autre demi-réaction de réduction, non souhaitée, comme par exemple la réduction de l'eau en dihydrogène.

Q12. On lit sur la courbe de la figure 3, pour un potentiel de -1,4 V, $J = -7,6 \text{ mA} \cdot \text{cm}^{-2} = \boxed{-76 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}}$.

Si S est bien la section de l'électrode, pour une durée de fonctionnement dt, la charge qui circule dans l'électrolyseur est $\delta q = |JS|dt$.

D'après la demi-réaction écrite en Q9, il circule 1 mole électrons pour chaque mole d'or déposée, donc pour dn moles d'or, $\delta q = dn F$. Il vient $dn F = |JS|dt$, d'où, en intégrant, $\frac{m_{\text{Au}}}{M_{\text{Au}}} F = |JS|\Delta t$, puis $\boxed{m_{\text{Au}} = \frac{|JS|\Delta t M_{\text{Au}}}{F}}$.

Q13. On a vu à la question Q11 qu'il ne faut pas trop augmenter |J|, sous peine de voir le rendement faradique baisser. Il vaut mieux augmenter S.

Problème n°2 : Capteur de niveau d'après e3a PSI 2016

A/ Champ électrostatique

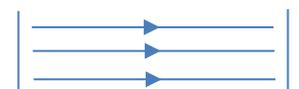
A1. Equation de Poisson : $\Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$, qui s'obtient à partir de la définition du potentiel $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$ et de Maxwell-Gauss $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$. En utilisant le formulaire de l'énoncé, on obtient bien l'équation de Poisson.

A2. Puisque $\rho=0$ entre les plaques, on obtient l'équation de Laplace : $\Delta V = 0$.

A3. Puisque l'on est en coordonnées cartésiennes et que V ne dépend que de x, $\Delta V = \frac{d^2V}{dx^2}$ d'où : $\boxed{\frac{d^2V}{dx^2} = 0}$

A4. On utilise les conditions aux limites en $x = 0$ et $x = e$, ce qui donne : $\boxed{V(x) = \frac{V_2 - V_1}{e} x + V_1}$.

A5. $\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V(x)) = -\frac{V_2 - V_1}{e} \vec{e}_x}$ Il est uniforme



A6. On a vu que $\vec{E} = E\vec{e}_x$. On applique le théorème de Gauss sur un cylindre d'axe (Ox), de surface de base S, l'un des deux disques contenant le point M d'abscisse $x \in]0, e[$, l'autre étant à une abscisse négative (champ nul sur ce disque, extérieur au condensateur). On obtient : $E \cdot S = \frac{Q_1}{\epsilon_0}$, d'où

$$\boxed{\vec{E} = \frac{Q_1}{\epsilon_0 S} \vec{e}_x}$$

A7. La capacité du condensateur vérifie $Q_1 = C (V_1 - V_2)$ donc $C_0 = \frac{S\epsilon_0}{e}$

B/ Capacité du capteur

B1. Pour deux condensateurs en parallèle, la tension est commune donc $Q_1 = C_1 (V_1 - V_2)$ et $Q_2 = C_2 (V_1 - V_2)$. Le condensateur équivalent a donc une charge $Q_1 + Q_2$

donc $Q_{eq} = Q_1 + Q_2 = C_{eq} (V_1 - V_2) = C_1 (V_1 - V_2) + C_2 (V_1 - V_2)$ donc $C_{eq} = C_1 + C_2$

B2. Le condensateur complet est l'association en parallèle de deux condensateurs : l'un ayant la permittivité du vide, l'autre du gazole. $C(h) = \frac{h.L\epsilon_0\epsilon_r}{e} + \frac{(H-h)L\epsilon_0}{e} = \frac{L\epsilon_0(h\epsilon_r + (H-h))}{e}$

B3. Les valeurs numériques (fin énoncé) donnent effectivement $C(h) = 118 \times (1,00 + 4,00.h)$. Quand la cuve est vide, on a $h = 0$ donc $C_{min} = 118 \text{ pF}$ et pour le cas plein, on a $h = H$ donc $C_{max} = 118 \times 5 \text{ pF} = 590 \text{ pF}$

Problème n°3 : Ligne coaxiale

1- Cf cours : $\frac{\partial i}{\partial z} = -C_1 \frac{\partial v}{\partial t}$

2- Cf cours $\frac{\partial v}{\partial z} = -L_1 \frac{\partial i}{\partial t}$

3- Cf cours : on redérive par rapport à t ou à z et $v(z,t)$ et $i(z,t)$ vérifient une équation de d'Alembert : $\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$.

$c = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$. A.N. $c = 2,15.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

4- $L_1 \omega$ pourrait s'exprimer en $\Omega. \text{m}^{-1}$ et $\frac{1}{C_1 \omega}$ pourrait s'exprimer en $\Omega. \text{m}$; L_1 est donc en $\Omega. \text{s. m}^{-1}$ et C_1 en $\Omega^{-1}. \text{s. m}^{-1}$, ce qui confirme que c est en m/s.

5- Les termes indicés a correspondent à une onde plane progressive se propageant selon z croissant ; ceux indicés b à une onde plane progressive se propageant selon z décroissant.

6- $\frac{\partial v}{\partial z} = -L_1 \frac{\partial i}{\partial t}$ conduit ici à $-\frac{1}{c} v'_a \left(t - \frac{z}{c} \right) = -L_1 i'_a \left(t - \frac{z}{c} \right)$, d'où $v'_a \left(t - \frac{z}{c} \right) = c L_1 i'_a \left(t - \frac{z}{c} \right)$
 puis $v_a \left(t - \frac{z}{c} \right) = c L_1 i_a \left(t - \frac{z}{c} \right) + V_{a0}$, ce qui est bien la forme demandée en posant $R_c = c L_1$.

7- De même, $+\frac{1}{c} v'_b \left(t + \frac{z}{c} \right) = -L_1 i'_b \left(t + \frac{z}{c} \right)$, d'où $v'_b \left(t + \frac{z}{c} \right) = -c L_1 i'_b \left(t + \frac{z}{c} \right)$
 puis $v_b \left(t + \frac{z}{c} \right) = -c L_1 i_b \left(t + \frac{z}{c} \right) + V_{b0}$, ce qui est bien la forme demandée en posant toujours $R_c = c L_1$.

8- $R_c = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ Numériquement, $R_c = 49,7 \Omega$.

II.2. Raccordement de 2 lignes

9- On remplace dans l'équation de propagation, qui est ici celle de d'Alembert : $(-jk_1)^2 - \frac{1}{c_1^2} (j\omega)^2 = 0$, d'où

$k_1^2 = \frac{\omega^2}{c_1^2}$.

10- Puisque l'onde se propage dans le sens z croissant, $k_1 > 0$ et $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$. Et k_1 s'exprime en m^{-1} .

11- D'après la question 6., on a $i_j(z, t) = \frac{v_j(z, t)}{R_{c1}} = \frac{A_t e^{j(\omega t - k_1 z)}}{R_{c1}}$

12- Si cette onde se propageait dans l'autre tronçon, la relation de dispersion y donnerait $k_1 = \frac{\omega}{c_2}$, impossible si $c_1 \neq c_2$.

13- Les équations de couplage entre tension et courant sont linéaires, tout comme l'équation de d'Alembert qui en découle, donc si l'onde incidente est harmonique, l'onde transmise, qui en est la conséquence, est également harmonique, de même pulsation.

14- On écrit $v_t(z, t) = A_t e^{j(\omega t - k_2 z)}$ et $i_t(z, t) = \frac{v_t(z, t)}{R_{c2}} = \frac{A_t e^{j(\omega t - k_2 z)}}{R_{c2}}$.

15- Les conditions de raccordement sont la continuité de la tension et du courant : à tout instant,

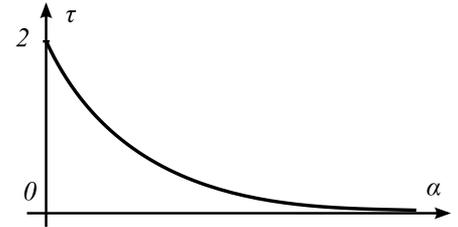
$$\boxed{v_{total}(0^-, t) = v_{total}(0^+, t)} \text{ et } \boxed{i_{total}(0^-, t) = i_{total}(0^+, t)}.$$

16- S'il existe seulement l'onde incidente et l'onde transmise, les deux conditions de raccordement de la question précédente donnent : $\boxed{A_i = A_t}$ et $\boxed{\frac{A_i}{R_{c1}} = \frac{A_t}{R_{c2}}}$. Si les amplitudes complexes ne sont pas nulles toutes les deux et si les impédances caractéristiques sont différentes, c'est impossible.

17- Pour l'onde réfléchie, $\boxed{v_r(z, t) = A_r e^{j(\omega t + k_1 z)}}$ et $\boxed{i_r(z, t) = -\frac{v_r(z, t)}{R_{c1}} = -\frac{A_r e^{j(\omega t + k_1 z)}}{R_{c1}}}$.

18- Les deux conditions de raccordement en $z = 0$ donnent $\boxed{A_i + A_r = A_t}$, et $\boxed{A_i - A_r = \frac{R_{c1}}{R_{c2}} A_t}$, d'où $1 + r = \tau$ et $1 - r = \frac{R_{c1}}{R_{c2}} \tau$. En sommant et en réarrangeant, on obtient $\boxed{\tau = \frac{2R_{c2}}{R_{c1} + R_{c2}}}$ et $\boxed{r = \frac{R_{c2} - R_{c1}}{R_{c1} + R_{c2}}}$.

19- Le coefficient de transmission est réel et toujours positif, donc en $z = 0$, l'onde de **tension transmise est en phase** avec l'onde incidente. Le coefficient de réflexion est réel mais de **signe positif ou négatif**. Donc en $z = 0$, l'onde de tension réfléchie est en **phase avec l'onde incidente si $R_{c2} > R_{c1}$, en opposition de phase dans le cas contraire**.



20- Une onde plane progressive peut s'écrire à l'aide d'ondes planes progressives harmoniques. Puisque les coefficients trouvés précédemment sont réels et indépendants de la fréquence, le coefficient de transmission est le même pour toute composante harmonique d'une onde quelconque, et finalement il est aussi le même pour l'onde globale : $\boxed{\tau = \frac{2R_{c2}}{R_{c1} + R_{c2}} = \frac{2}{\alpha + 1}}$, avec $\alpha = \frac{R_{c1}}{R_{c2}}$. Tracé ci-contre.

II.3. Ligne en régime impulsionnel

On note $v_+(z, t) = v_a(t - \ell/c)$, et $v_-(z, t) = v_b(t + \ell/c)$.

21- Signification physique du coefficient Γ : **coefficient de réflexion en amplitude de tension en bout de ligne**.

22- La petite maille de l'entrée permet d'écrire l'équation de la maille : $\boxed{v_g(t) = R_G i(0, t) + v(0, t)}$.

23- L'instant t_1 correspond à la durée de l'aller-retour pour l'onde, donc $\boxed{t_1 = \frac{2\ell}{c}}$.

Pb n°4 : Ondes acoustiques dans un fluide parfait

A / CÉLÉRITÉ DU SON

A1. On applique le principe fondamental de la dynamique à la tranche de fluide de volume $S_0 dx$ subissant la perturbation, en approximant l'accélération de la tranche par la dérivée partielle temporelle du champ des vitesses :

$$\mu_0 S_0 dx \frac{\partial v}{\partial t} \vec{u}_x = [p(x, t)S_0 - p(x + dx, t)S_0 + P_0 S_0 - P_0 S_0] \vec{u}_x, \text{ ce qui donne bien } \frac{\partial p}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial v}{\partial t}$$

A2. La variation du volume de la tranche de fluide $S_0 dx$ entre l'état de repos et l'état perturbé est :

$$(S_0 dx + S_0 u(x + dx, t) - S_0 u(x, t)) - (S_0 dx), \text{ c'est-à-dire } S_0 \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) dx$$

L'accroissement relatif δ du volume de la tranche de fluide est donc : $\boxed{\delta = \frac{S_0 dx + S_0 \frac{\partial u}{\partial x} dx - S_0 dx}{S_0 dx} = \frac{\partial u}{\partial x}}$

En assimilant la variation de pression dP à la surpression p , on en déduit : $\chi_S = -\frac{1}{p} \delta = -\frac{1}{p} \frac{\partial u}{\partial x}$, ce qui donne bien

$$p = -\frac{1}{\chi_S} \frac{\partial u}{\partial x} \text{ et sa dérivée par rapport au temps : } \boxed{\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{\chi_S} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\chi_S} \frac{\partial v}{\partial x}}$$

A3. En combinant $\frac{\partial p}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial v}{\partial t}$ et $\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{\chi_S} \frac{\partial v}{\partial x}$, on retrouve bien (Schwarz) : $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$, avec $\boxed{C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_S}}}$

A4. Démo du cours : $\boxed{\chi_S = \frac{1}{\gamma P_0}}$, d'où $\boxed{C = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}}$

A5. $\boxed{C_{eau} = \frac{1}{\sqrt{10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-10}}} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ m/s}}$. Le son va donc **plus vite dans l'eau** que dans l'air.

B / IMPÉDANCES EN ACOUSTIQUE

B1. On passe par les complexes, comme dans le cours, ou bien on écrit que $u(x, t) = f(t - \frac{x}{c})$,
d'où $v = \frac{\partial u}{\partial t} = f'(t - x/C)$, et aussi $p = -\frac{1}{\chi_S} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{c\chi_S} f'(t - x/C) = \frac{1}{c\chi_S} v$.

On a donc $Z = \frac{p(x,t)}{v(x,t)} = \frac{1}{c\chi_S} = C\mu_0$.

Et elle s'exprime en $N.s.m^{-3}$ ou en $kg.s^{-1}.m^{-2}$. $Z_{air} = 1,3 * 340 = 4,4.10^2 kg.s^{-1}.m^{-2}$

B2. On a, a $(\mu_0)_{liq} > (\mu_0)_{gaz}$ et $(C)_{liq} > (C)_{gaz}$, donc $Z_{liq} > Z_{gaz}$.

B3. Pour l'onde régressive, un calcul similaire à celui du B1 donne : $\frac{p(x,t)}{v(x,t)} = -C\mu_0$.

B4. Analogie électrocinétique : $p \leftrightarrow u$; $q_v \leftrightarrow i$. Donc l'impédance acoustique est le rapport de la surpression sur le débit volumique. On obtient ainsi : $Z_a = \frac{\mu_0 C}{S_0}$.

C / INTENSITÉ SONORE

C1. En reportant la solution proposée dans l'équation de d'Alembert, on obtient : $k = \frac{\omega}{c}$.

k est le « nombre d'onde » ; il est à x ce que ω est à t .

Impédance caractéristique du fluide : $Z = \mu_0 C$. L'amplitude de la vitesse est $V_m = \omega U_m$, et celle de la surpression est

$P_m = \mu_0 C \omega U_m$.

C2. Expression de l'intensité acoustique $I = \langle \pi \rangle$ pour l'OPPH : $I = \langle Z v^2 \rangle = \frac{1}{2} Z |\underline{v}|^2 = \frac{1}{2} Z \omega^2 U_m^2$ $I = \frac{1}{2} \frac{P_m^2}{Z}$

C3. La puissance moyenne transportée à travers une conduite de section S_0 , est $\langle P \rangle = I S_0 = \frac{1}{2} \frac{P_m^2}{Z_a}$.

C4. Pour la surpression, on a $\frac{P_m \max}{P_0} = \frac{30}{10^5} \ll 1$. Pour la vitesse, $\frac{V_m \max}{c} = \frac{0,07}{340} \ll 1$.