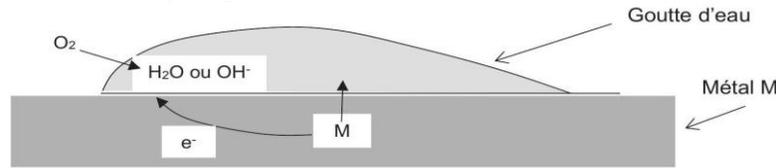


Calculatrices interdites**Partie I – Corrosion (d'après CCINP PSI 2024 et un ancien pb CCINP)**

Q1. Les porteurs de charge qui assurent le rebouclage du courant électrique dans la goutte sont : les ions M^{n+} et les ions OH^- .

Le phénomène de corrosion est plus prononcé en milieu marin que dans les terres à cause des ions Na^+ et Cl^- , qui rendent la solution plus conductrice.

Q2. Sur la droite d'apparition de $Zn(OH)_2(s)$, $[Zn^{2+}] = 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1} = c_{tra}$ et $[Zn^{2+}][OH^-]^2 = K_s(c^0)^3$. On en

déduit : $[OH^-] = c^0 \sqrt{\frac{K_s(c^0)^3}{c_{tra}}} = 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$ donc $pH_1 = 9$.

La demi-réaction est $Zn^{2+} + 2e^- = Zn(s)$.

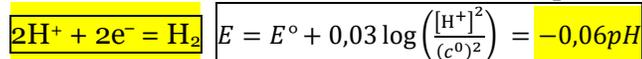
D'après la formule de Nernst : $E_1 = E^0 + 0,03 \log\left(\frac{[Zn^{2+}]}{c^0}\right)$ avec $[Zn^{2+}] = c_{tra}$. $E_1 = -0,94 \text{ V}$

Q3. **Zone d'immunité :** domaine d'existence de $Zn(s)$.

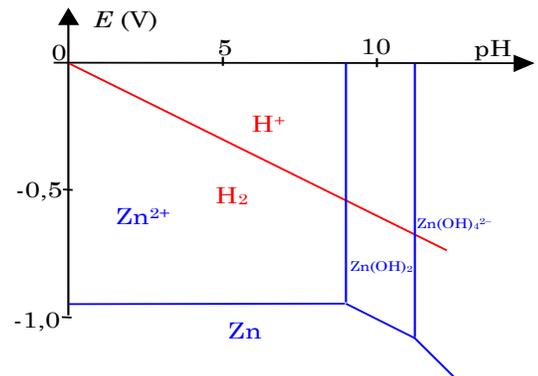
Zone de corrosion : domaine de prédominance des espèces dissoutes Zn^{2+} et $Zn(OH)_4^{2-}$.

Zone de passivité : domaine d'existence de $Zn(OH)_2(s)$.

Q4. La demi-réaction rédox relative au couple H^+/H_2 s'écrit :



Dessin ci-contre



Q5. a) A $pH = 6$, le zinc s'oxyde en Zn^{2+} : $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$.

L'eau est réduite et, à $pH=6$, $2H_2O + 2e^- \rightarrow H_{2(g)} + 2HO^-$

b) A $pH = 6$: $E_{Zn^{2+}/Zn} = -0,94 \text{ V}$ et $E_{H^+/H_2} = -0,36 \text{ V}$

c) Aucun dégagement gazeux n'est observé car le potentiel du couple H^+/H_2 pour lequel on observe réellement le dégagement gazeux sur le zinc est : $E_{H_2 \uparrow} = E_{H^+/H_2} + \eta_c = -0,36 - 0,75 = -1,11 \text{ V} < -0,94 \text{ V}$

Q6. a) Pour ce couple, $Fe^{2+} + 2e^- = Fe(s)$.

D'après la formule de Nernst : $E_{Fe^{2+}/Fe} = E_{Fe^{2+}/Fe}^0 + 0,03 \log\left(\frac{[Fe^{2+}]}{c^0}\right) = -0,44 - 0,18 = -0,62 \text{ V}$

b) Ce potentiel est plus élevé que celui du couple Zn^{2+}/Zn ($-0,94 \text{ V}$). Le zinc est plus réducteur que le fer.

Le zinc joue donc le rôle d'anode et s'oxyde en Zn^{2+} : $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$

Le fer joue le rôle de cathode où l'eau est réduite en H_2 : $2H_2O + 2e^- \rightarrow H_{2(g)} + 2HO^-$.

c) Le zinc empêche l'oxydation du fer car il est plus réducteur. Il joue le rôle d'anode et cède les électrons nécessaires à la réduction de l'eau au niveau du fer. Le fer « prend appui » sur le zinc pour abaisser son potentiel, ce qui lui permet de se trouver dans sa zone d'immunité.

Q7. A la surface de la tôle, le zinc est oxydé selon : $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$

Le dioxygène est réduit selon : $O_2 + 2H_2O + 4e^- \rightarrow 4HO^-$

Q8. On considère le phénomène d'oxydation par une goutte d'eau d'un ensemble constitué d'une pièce de ferronnerie (assimilable à du fer) reliée électriquement à une autre pièce en zinc. Ce type de protection se nomme **protection par anode sacrificielle**.

Q9. Pour δn_{Zn} moles de zinc qui s'oxydent, la charge qui circule pour assurer le passage du courant est $2F\delta n_{Zn}$, et l'intensité du courant : $I = \frac{2F\delta n_{Zn}}{dt}$.

Ainsi, pendant dt , la masse de zinc qui disparaît est $\delta m_{Zn} = \frac{I M_{Zn} dt}{2F}$. Donc si l'intensité du courant est constante, la durée Δt nécessaire pour faire disparaître la couche protectrice est $\Delta t = \frac{2F m_{Zn}}{I M_{Zn}}$.

Partie II - L'épreuve de la caserne (Fort-Boyard, CCINP PSI 2024)

II. 1 - Présentation de la machine asynchrone ; II. 2 - Étude du stator

Q10. Chaque marche d'escalier correspond à une spire, on a donc $n = 6$.

Q11. Le champ magnétique \vec{B}_S créé par l'ensemble des deux enroulements S_1 et S_2 du stator dans l'entrefer est la somme de \vec{B}_{S_1} et de \vec{B}_{S_2} , d'où $\vec{B}_S = K_S I_{S_{\max}} (\cos(\omega_s t) \cos(\theta) + \sin(\omega_s t) \sin(\theta)) \vec{e}_r$, qui se simplifie en $\vec{B}_S = K_S I_{S_{\max}} \cos(\omega_s t - \theta) \vec{e}_r$, et en posant $B_{S0} = K_S I_{S_{\max}}$, $\vec{B}_S = B_{S0} \cos(\omega_s t - \theta) \vec{e}_r$.

La direction dans laquelle ce champ magnétique est maximal et selon $+\vec{e}_r$ est donnée, à l'instant t par $\theta = \omega_s t$, donc cette direction tourne au fil du temps à vitesse angulaire $\omega_1 = \omega_s$.

Q12. L'inductance mutuelle $M_{S_1 S_2}$ entre les enroulements S_1 et S_2 du stator vaut $M_{S_1 S_2} = 0$ puisque ces deux enroulements sont orthogonaux.

La mutuelle $M_{R_1 R_2}$ entre les enroulements R_1 et R_2 du rotor vaut $M_{R_1 R_2} = 0$ pour les mêmes raisons.

Q13. L'inductance mutuelle $M_{S_1 R_2}$ entre les enroulements S_1 du stator et R_2 du rotor vaut

$$M_{S_1 R_2} = M_{SR} \cos\left(\theta_R + \frac{\pi}{2}\right) = -M_{SR} \sin(\theta_R)$$

Et la mutuelle $M_{S_2 R_2}$ entre les enroulements S_2 du stator et R_2 du rotor vaut $M_{S_2 R_2} = M_{S_1 R_1} = M_{SR} \cos(\theta_R)$.

Q14. Bien que l'enroulement R_1 ne soit relié à aucune alimentation, un courant $i_{R_1}(t)$ circule dedans en raison du phénomène d'induction : il est soumis à un champ magnétique dont le flux à travers la surface qu'il délimite, varie au cours du temps.

Q15. On note respectivement $\phi_{S_1 R_1}$ et $\phi_{S_2 R_1}$ les flux créés dans l'enroulement R_1 du rotor par les enroulements S_1 et S_2 du stator.

$$\phi_{S_1 R_1} = M_{S_1 R_1} i_{S_1}(t) = M_{SR} \cos(\theta_R) i_{S_1}(t)$$

$$\phi_{S_2 R_1} = M_{S_2 R_1} i_{S_2}(t) = M_{SR} \sin(\theta_R) i_{S_2}(t)$$

Q16. La force électromotrice (fem) $e_{S_1 R_1}$ induite par S_1 dans R_1 s'écrit, d'après la loi de Faraday :

$$e_{S_1 R_1} = -\frac{d\phi_{S_1 R_1}}{dt} = -M_{SR} \frac{d}{dt} (\cos(\Omega t) i_{S_1}(t)) = M_{SR} \left(\Omega i_{S_1}(t) \sin(\Omega t) - \cos(\Omega t) \frac{di_{S_1}(t)}{dt} \right)$$

$$\text{De même, } e_{S_2 R_1} = -\frac{d\phi_{S_2 R_1}}{dt} = -M_{SR} \frac{d}{dt} (\sin(\Omega t) i_{S_2}(t)) = -M_{SR} \left(\Omega i_{S_2}(t) \cos(\Omega t) + \sin(\Omega t) \frac{di_{S_2}(t)}{dt} \right)$$

Q17. Le schéma équivalent au bobinage 1 du rotor comprend ces deux fem, orientées dans le même sens, et la résistance R_R , ainsi que l'autoinductance L_R . Le courant i_{R_1} étant a priori choisi orienté dans le même sens que les fem (pas fcém) (mais l'énoncé aurait dû le préciser), on obtient : $e_{S_1 R_1}(t) + e_{S_2 R_1}(t) = R_R i_{R_1}(t) + L_R \frac{di_{R_1}(t)}{dt}$.

$$D'où $L_R \frac{di_{R1}}{dt}(t) + R_R i_{R1}(t) = M_{SR} \left(\Omega i_{S1}(t) \sin(\Omega t) - \cos(\Omega t) \frac{di_{S1}}{dt}(t) - \Omega i_{S2}(t) \cos(\Omega t) - \sin(\Omega t) \frac{di_{S2}}{dt}(t) \right).$$$

On remplace les courants statoriques par leur expression, et le second membre devient :

$$M_{SR} (\Omega I_{S\max} \cos(\omega_s t) \sin(\Omega t) + \cos(\Omega t) I_{S\max} \omega_s \sin(\omega_s t) - \Omega I_{S\max} \sin(\omega_s t) \cos(\Omega t) - \sin(\Omega t) I_{S\max} \omega_s \cos(\omega_s t)).$$

$$\text{Ou : } M_{SR} I_{S\max} [(\Omega (\cos(\omega_s t) \sin(\Omega t) - \sin(\omega_s t) \cos(\Omega t)) + \omega_s (\cos(\Omega t) \omega_s \sin(\omega_s t) - \sin(\Omega t) \omega_s \cos(\omega_s t))].$$

$$\text{Qui s'écrit aussi } M_{SR} I_{S\max} [(\Omega \sin((\Omega - \omega_s)t) + \omega_s \sin((\omega_s - \Omega)t)].$$

$$D'où $L_R \frac{di_{R1}}{dt}(t) + R_R i_{R1}(t) = M_{SR} I_{S\max} (\omega_s - \Omega) \sin((\omega_s - \Omega)t).$$$

C'est bien de la forme $L_R \frac{di_{R1}}{dt} + R_R i_{R1} = A \sin(\omega t)$

$$\text{Avec } A = M_{SR} I_{S\max} (\omega_s - \Omega) \text{ et } \omega = \omega_s - \Omega.$$

Q18. La question précédente donne $\omega_R = \omega_s - \Omega$ (on se répète un peu ...).

Q19. On passe en notation complexe, pour répondre plus facilement à la question, mais attention, la pulsation des tensions et courants est ω_R :

$$(R_R + jL_R \omega_R) \underline{i}_{R1}(t) = A e^{j(\omega_R t - \frac{\pi}{2})}, \text{ le } -\frac{\pi}{2} \text{ étant là à cause du sinus dans } A \sin(\omega t).$$

$$\text{On en déduit } \underline{i}_{R1}(t) = \frac{A e^{j(\omega_R t - \frac{\pi}{2})}}{R_R + jL_R \omega_R} = \frac{-jA}{R_R + jL_R \omega_R} e^{j(\omega_R t)}$$

L'amplitude $I_{R\max}$ correspond au module de ce complexe, d'où $I_{R\max} = \frac{A}{\sqrt{R_R^2 + L_R^2 \omega_R^2}}$, c'est-à-dire :

$$I_{R\max} = \frac{M_{SR} I_{S\max} (\omega_s - \Omega)}{\sqrt{R_R^2 + L_R^2 (\omega_s - \Omega)^2}}.$$

On voit que pour $\omega_s = \Omega$, $I_{R\max} = 0$.

On parle de « machine asynchrone » car lorsqu'elle tourne à la vitesse de synchronisme, elle ne fonctionne pas : les courants rotoriques sont nuls, donc il n'y a plus de champ magnétique rotorique.

Q20. Le champ magnétique créé par le rotor est $\vec{B}_R = \vec{B}_{R1} + \vec{B}_{R2} = [K_R i_{R1}(t) \cos(\theta - \theta_R) + K_R i_{R2}(t) \sin(\theta - \theta_R)] \vec{e}_r$, c'est-à-dire $\vec{B}_R = K_R I_{R\max} [\sin(\omega_R t - \varphi) \cos(\theta - \theta_R) - \cos(\omega_R t - \varphi) \sin(\theta - \theta_R)] \vec{e}_r$,

$$\text{Ou encore : } \vec{B}_R = K_R I_{R\max} \sin(\omega_R t - \varphi - \theta + \theta_R) \vec{e}_r = K_R I_{R\max} \sin(\omega_R t - \varphi - \theta + \Omega t) \vec{e}_r$$

$$\text{Donc } \vec{B}_R = K_R I_{R\max} \sin(\omega_s t - \varphi - \theta) \vec{e}_r.$$

On voit qu'il tourne à la vitesse angulaire ω_s par rapport au référentiel lié au stator.

Commentaire : les champs tournants rotorique et statorique tournent à la même vitesse.

Q21. Dans une machine à courant continu, le champ statorique est stationnaire. Les champs statorique et rotorique sont synchrones quelle que soit la vitesse de rotation du rotor, car le champ rotorique ne tourne pas non plus. Cette synchronisation est assurée par le système balais-collecteur.

Q22. On calcule les pertes Joule moyennes au rotor puisqu'il y a deux enroulements et que le courant efficace dans chacun est $\frac{I_{R\max}}{\sqrt{2}}$: $P_{JR} = 2 R_R \left(\frac{I_{R\max}}{\sqrt{2}} \right)^2 = R_R I_{R\max}^2 = R_R \frac{M_{SR}^2 I_{S\max}^2 (\omega_s - \Omega)^2}{R_R^2 + L_R^2 (\omega_s - \Omega)^2}$.

Par ailleurs, la puissance électromagnétique moyenne transmise par le stator au rotor est donnée par :

$$P_S = \Gamma_z \omega_S = \frac{M_{RS}^2 I_{S\max}^2 R_R (\omega_S - \Omega) \omega_S}{R_R^2 + L_R^2 (\omega_S - \Omega)^2}$$

On voit donc que $\frac{P_{JR}}{P_S} = \frac{\omega_S - \Omega}{\omega_S}$, donc $\frac{P_{JR}}{P_S} = g$

Q23. Au démarrage de la machine, $\Omega = 0$, donc $g = 1$.

Le rendement de la machine ne peut pas être calculé car on ne connaît pas les pertes Joule stator, ni les pertes fer, ni les pertes mécaniques internes.

Mais on voit que pour $g = 1$, toute la puissance moyenne reçue par le rotor est dissipée par effet Joule, ce qui n'est pas bon pour le rendement. On peut donc dire, a priori, que le rendement est meilleur lorsque g est proche de 0. Mais pour $g = 0$, la machine ne fonctionne pas ...