

Lundi 4/11 : cours de S2I de 8 à 10

Lundi 4/11 : rappels sur les diagrammes potentiel-pH en H2O1 de 15 à 17

Mardi 5/11 : TP de chimie (conductimétrie)

Pour mercredi 6/11/24 : fin du n°4 feuille 9, n°2 ou 3 feuille 9, n°6 feuille 9

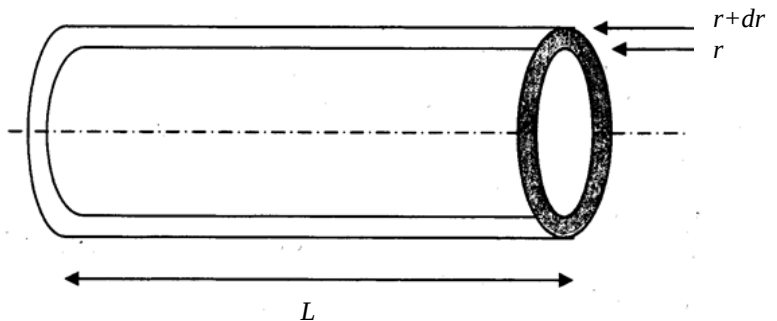
Pb n°1 : Diffusion thermique Le fusible

On considère un conducteur métallique de grande longueur L , de section circulaire de rayon R , de masse volumique ρ , de capacité calorifique massique c . On notera γ sa conductivité électrique et λ sa conductivité thermique. Toutes ces grandeurs sont uniformes dans le conducteur et considérées indépendantes de la température.

Ce conducteur est parcouru par un courant électrique d'intensité I , dont la densité de courant $\vec{j}_e$ est supposée uniforme. On se place en régime permanent et on néglige les effets de bords. On admettra qu'entre le fil et l'air ambiant, dont la température vaut T_0 , il s'établit des échanges thermiques superficiels définis par la loi de Newton : $d\phi = h[T(R) - T_0]dS$. La puissance thermique récupérée par le milieu extérieur est proportionnelle à la surface du conducteur et à la différence de température entre l'air et la périphérie du conducteur.

- 1) Les phénomènes de conduction thermique sont décrits par une loi phénoménologique : laquelle ? Préciser les unités des grandeurs qui interviennent.
- 2) Du fait des symétries, de quelle(s) variable(s) dépend la température et que peut-on dire de la direction du vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_Q$?
- 3) Donner l'expression du flux thermique $\phi_{th}(r)$ traversant le cylindre de rayon $r < R$ et de longueur L .

Dans les questions 4 et 5, on se propose de déterminer l'équation différentielle qui régit la variation radiale de température en régime permanent. On considère comme système la portion de conducteur comprise entre r et $r + dr$ et de longueur L .



- 4) La conduction électrique est responsable d'une dissipation d'énergie par effet Joule dans le conducteur. On rappelle l'expression de la puissance volumique dissipée : $P_{Jv} = \frac{1}{\gamma} j_e^2$,

où j_e est la densité de courant, reliée au courant électrique I par $I = j_e \pi R^2$.

On note δP_{th} la puissance thermique élémentaire dissipée par effet Joule dans notre système (portion de conducteur comprise entre r et $r + dr$ et de longueur L). Exprimer δP_{th} , en fonction, de j_e et des caractéristiques géométriques du système.

- 5) Relier $\phi_{th}(r)$, $\phi_{th}(r + dr)$ et δP_{th} . Puis en déduire l'équation différentielle qui régit la variation de température.
- 6) Déterminer l'expression de $T(r)$ en fonction de la condition aux limites $T(R)$ encore inconnue. On remarquera que $r \frac{dT}{dr}$ est nul en $r = 0$ ou que $T(0)$ reste finie.

- 7) En écrivant la conservation de la puissance en R , déterminer $T(R)$ en fonction de I , γ , h et des caractéristiques géométriques du conducteur. On rappelle que $I = j_e \pi R^2$.

- 8) On donne les températures de fusion du plomb et du cuivre : $T_{fus}(Pb) = 327^\circ C$ et $T_{fus}(Cu) = 1085^\circ C$, ainsi que les conductivités électriques $\gamma(Pb) = 4,8 \cdot 10^6 \text{ S.I.}$ et $\gamma(Cu) = 59,6 \cdot 10^6 \text{ S.I.}$. On supposera que $T_0 = 300 \text{ K}$ (ou $27^\circ C$) et $h = 1,3 \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. Que pensez-vous d'un conducteur de plomb de rayon $R = 0,25 \text{ mm}$, parcouru par un courant de 1 A ? Les anciens fusibles étaient des fils de plomb non gainés. Sur quel(s) paramètre(s) jouait-on pour qu'ils servent de limiteur de courant à usage unique ?

COMPLEMENTS MATHÉMATIQUES

Formulaire : On donne en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\text{grad}}(U) = \frac{\partial U}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{e}_z \quad \text{div}(\vec{a}) = \frac{1}{r} \frac{\partial(r a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(a_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(a_z)}{\partial z}$$

$$\vec{\text{rot}}(\vec{a}) = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(a_z)}{\partial \theta} - \frac{\partial(a_\theta)}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial(a_r)}{\partial z} - \frac{\partial(a_z)}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r a_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial(a_r)}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$

$$\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

Pb n°2 : Filtre numérique, exercice 5 de la feuille 8

M'envoyer le pgm python par mail : thierry.guillot@ac-besancon.fr

Pb n°3 : Thermochimie, exercice 4 de la feuille 7**Pb n°4 : Extrait de CCINP PSI 2022 Décantation dans le traitement des eaux**

La clarification par décantation est une des étapes réalisées dans le traitement des eaux des stations d'épuration. Elle consiste à éliminer les particules polluantes en suspension dans l'eau polluée.

L'eau polluée, c'est-à-dire chargée en particules non désirées, circule en continu dans le bassin de décantation (**figure 4**), à faible vitesse horizontale $\vec{u}$. Les particules ont le temps de se déposer au fond du bassin et l'eau de sortie est ainsi clarifiée.

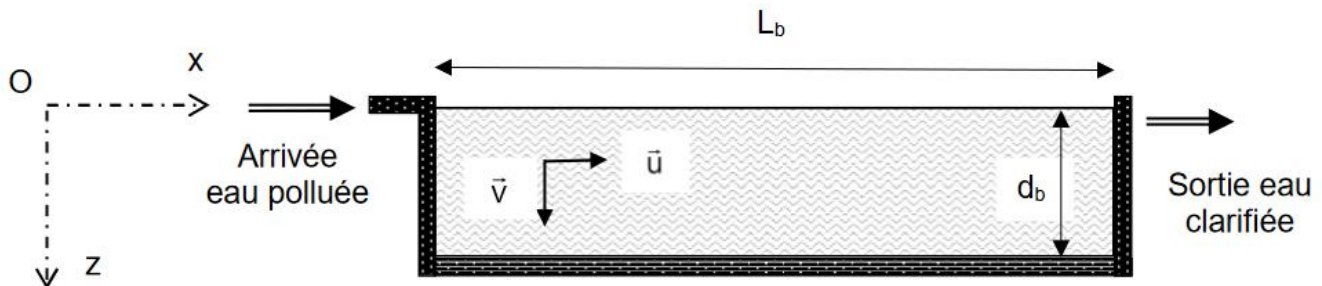


Figure 4 - Bassin de décantation

Le bassin de décantation est de longueur L_b et de profondeur d_b , sa largeur est indifférente. On note respectivement η et ρ_e la viscosité dynamique et la masse volumique de l'eau polluée. η et ρ_e sont supposées constantes.

On définit le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ lié au bassin. L'axe Oz est vertical descendant. Le niveau d'entrée de l'eau dans le bassin correspond à la cote $z = 0$.

On suppose que les particules polluantes sont sphériques, de rayon r , et qu'elles sont soumises à la force de frottement fluide : $\vec{F} = -6\pi\eta r \vec{v}$, où $\vec{v}$ est la vitesse des particules.

On note ρ_0 la masse volumique des particules polluantes, supposée constante. On a : $\rho_0 > \rho_e$.

On considère que l'eau arrive en amont du bassin avec une densité en particules polluantes notée N_0 .

II.1 - Décantation statique

Dans un premier temps, l'eau ne circule pas horizontalement, $\vec{u} = \vec{0}$, et les particules polluantes qu'elle contient chutent verticalement.

Compte tenu des phénomènes de transport des particules polluantes dans le bassin, la densité en particules polluantes n'est pas uniforme sur la hauteur du bassin. Elle dépend de la profondeur z . Dans le bassin, on note $n(z)$ la densité en particules polluantes à l'altitude z et n_0 la valeur associée à l'altitude $z = 0$, soit $n_0 = n(z = 0)$.

Q14. À partir de l'équation différentielle du mouvement, issue de la seconde loi de Newton, établir, en fonction de ρ_0 , ρ_e , r , η et de l'accélération g de la pesanteur, la vitesse limite $\vec{v}_l = v_l \vec{e}_z$ atteinte par ces particules. Quel est le signe de v_l ? Exprimer en fonction de ρ_0 , r et de η , le temps caractéristique τ_c d'établissement de cette vitesse limite.

On rappelle que, d'après le théorème d'Archimède, dans un référentiel galiléen, quand un objet de volume V est immergé dans un fluide au repos, il subit de la part du fluide une force, appelée poussée d'Archimède, égale à l'opposé du poids du « fluide déplacé », c'est-à-dire à l'opposé du poids d'un volume V de ce fluide. Cette force est à prendre en compte ici, même si les particules bougent.

On supposera par la suite que la constante de temps τ_c est très faible devant le temps de sédimentation (*i.e.* le temps de chute dans le bassin) de sorte que le mouvement des particules est considéré comme uniforme à la vitesse $\vec{v}_l$.

Q15. Cette chute des particules est à l'origine d'un courant convectif vertical des particules. On note : $\vec{j} = j(z)\vec{e}_z$, le vecteur densité de courant de particules associé. Préciser l'unité de $\vec{j}$. Puis exprimer le vecteur $\vec{j}$ en fonction de $n(z)$ et de $\vec{v}_l$.

Réponse (parce que pas encore vu en méca flu : $\vec{j} = n(z) \vec{v}_l$).

En plus du courant précédent, on observe l'existence d'un second courant qui résulte d'un phénomène de diffusion. On note D le coefficient de diffusivité des particules dans l'eau et $\vec{j}_D = j_D(z)\vec{e}_z$ le vecteur densité de courant de particules associé à ce second courant.

Q16. Rappeler la loi de Fick et préciser les unités des grandeurs qui interviennent. Justifier qualitativement l'existence de ce courant de diffusion. Préciser s'il est ascendant ou descendant.

Q17. En régime permanent, ces deux courants se compensent. En déduire, en fonction de n_0 , D et de v_l l'expression de la densité de particules $n(z)$. Représenter graphiquement la fonction $n(z)$ en fonction de z .

Q18. Par conservation du nombre de particules sur une tranche verticale du bassin, exprimer n_0 en fonction de N_0 , D , d_b et de v_l .

Q19. Définir en fonction de d_b , D et de v_l , un temps caractéristique τ_s de sédimentation, ainsi qu'un temps caractéristique τ_D de diffusion des particules sur la hauteur du bassin.

Q20. Exprimer n_0 en fonction de N_0 , τ_s et de τ_D . À quelle condition portant sur τ_s et τ_D , la décantation statique permet-elle une clarification de l'eau ?