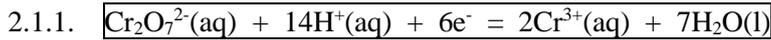
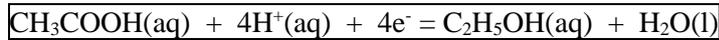
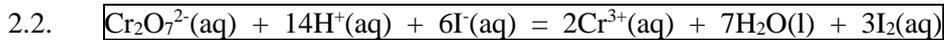
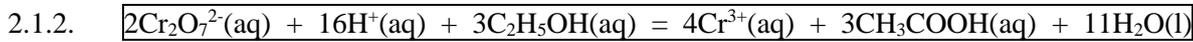


Pb n°1 : Dosage en retour de l'éthanol

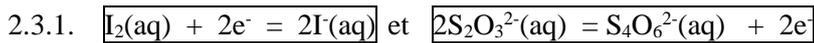
En effet, le nombre d'oxydation de Cr est +VI dans $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ et +III dans Cr^{3+} .



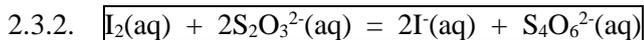
En effet, les nombres d'oxydation de C sont -III et -I dans $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ et ils sont -III et +III dans CH_3COOH .



En effet, $\text{I}_2(\text{aq}) + 2\text{e}^- = 2\text{I}^-(\text{aq})$ et $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}(\text{aq}) + 14\text{H}^+(\text{aq}) + 6\text{e}^- = 2\text{Cr}^{3+}(\text{aq}) + 7\text{H}_2\text{O}(\text{l})$



En effet, le nombre d'oxydation de S est +II dans $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$ et +5/2 dans $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}$.



$$2.4.1. \quad (n_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}})_0 = V_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}} \cdot C_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}} \quad \text{AN : } (n_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}})_0 = \underline{2,38 \cdot 10^{-4} \text{ mol}}$$

$$2.4.2. \quad n_{\text{I}_2} = \frac{n_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}}}{2} = \frac{C_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}} \cdot V_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}}}{2} \quad \text{AN : } n_{\text{I}_2} = \underline{3,75 \cdot 10^{-4} \text{ mol}}$$

$$2.4.3. \quad (n_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}})_{\text{excès}} = \frac{n_{\text{I}_2}}{3} = \frac{C_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}} \cdot V_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}}}{6}$$

$$\text{donc } (n_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}})_{\text{réagi}} = (n_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}})_0 - (n_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}})_{\text{excès}} = V_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}} \cdot C_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}} - \frac{C_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}} \cdot V_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}}}{6}$$

$$\text{Or } n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = \frac{3}{2} \cdot (n_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}})_{\text{réagi}} \Rightarrow n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = \frac{3}{2} \cdot \left(V_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}} \cdot C_{\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}} - \frac{C_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}} \cdot V_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}}}{6} \right)$$

$$\text{AN : } n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = \underline{1,70 \cdot 10^{-4} \text{ mol}}$$

$$\Rightarrow [n_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}] = \underline{1,70 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}}$$

$$2.4.4. \quad \tau_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = [\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}] \cdot M_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}$$

$$\text{AN : } \tau_{\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}} = \underline{780 \text{ mg.L}^{-1}}$$

\Rightarrow L'automobiliste est **en infraction**.

Problème n°2 : ÉTUDE DE LA RÉDUCTION DE L'OXYDE DE ZINC

$$1-1. \quad [4] = \frac{1}{2} ([2] - [3]) \text{ donc :}$$

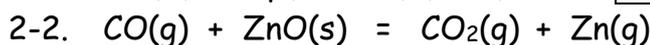
$$\Delta_{r,4}G^\circ(1000^\circ\text{C}) = \frac{1}{2} (\Delta_{r,2}G^\circ(1000^\circ\text{C}) - \Delta_{r,3}G^\circ(1000^\circ\text{C})) = \underline{-52,265 \text{ kJ.mol}^{-1}}$$

$$1-2. \quad K^\circ_4(T) = \exp(-\Delta_{r,4}G^\circ(T)/RT) \text{ d'où : } \underline{K^\circ_4(1000^\circ\text{C}) = 139,4}$$

$$2-1. \quad [5] = \frac{1}{2} ([3] - [1]) \text{ donc :}$$

$$\Delta_{r,5}G^\circ(1000^\circ\text{C}) = \frac{1}{2} (\Delta_{r,3}G^\circ(1000^\circ\text{C}) - \Delta_{r,1}G^\circ(1000^\circ\text{C})) = \underline{33,000 \text{ kJ.mol}^{-1}}$$

$$K^\circ_5(T) = \exp(-\Delta_{r,5}G^\circ(T)/RT) \text{ d'où : } \underline{K^\circ_5(1000^\circ\text{C}) = 4,43 \cdot 10^{-2}}$$



$$n-\xi \quad \text{excès} \quad \xi \quad \xi \quad n_{\text{tot,gaz}} = n+\xi$$

$$\text{A l'équilibre : } P(\text{CO}_2) = P(\text{Zn}) = \frac{\xi}{n+\xi} P_{\text{tot}} = \frac{\xi/n}{1+\xi/n} P_{\text{tot}} \text{ et } P(\text{CO}) = \frac{n-\xi}{n+\xi} P_{\text{tot}} = \frac{1-\xi/n}{1+\xi/n} P_{\text{tot}}$$

$$\text{et puisque } P_{\text{tot}} = P^0, \quad K^\circ_5 = \frac{\xi^2}{n^2 - \xi^2} = \frac{(\frac{\xi}{n})^2}{1 - (\frac{\xi}{n})^2}, \text{ d'où } \frac{\xi}{n} = \sqrt{\frac{K^\circ_5}{1+K^\circ_5}}$$

On en déduit :

$$P(\text{Zn}) = \frac{\xi}{1+\xi/n} P_{\text{tot}} = \underline{0,171 \text{ bar}} = P(\text{CO}_2) \text{ et } P(\text{CO}) = \frac{1-\xi/n}{1+\xi/n} P_{\text{tot}} = \underline{0,659 \text{ bar}}$$

3-1. [6] = ([4]+[5]) donc : $\boxed{K^{\circ}_6(1000^{\circ}C) = K^{\circ}_4(1000^{\circ}C) * K^{\circ}_5(1000^{\circ}C) = 6,17}$

Problème n°3 : Diffusion thermique Centrale PSI 2024 PhCh1 (partiel)

Autour d'une centrale nucléaire

Partie I Étude du circuit primaire

I.A - Évolution de la température entre le cœur du combustible et le fluide caloporteur

Q1) La surface latérale d'un crayon vaut πdH , soit pour l'ensemble des crayons

$$\boxed{S_{\text{tot}} = \pi dNH}$$

$$(\text{=} \pi \times 9,5 \times 10^{-3} \times 41448 \times 3,66 = 4,53 \times 10^3 \text{ m}^2)$$

Q2) On applique le premier principe (donc effectue un bilan thermique) en régime stationnaire (pas de variation de l'énergie interne) au volume de combustible compris entre les cylindres d'axe Oz , de rayons r et $r + dr$ de hauteur NH . En notant $\phi_{\text{cd}}(r)$ le flux conductif orienté selon les r croissants, ce volume :

- reçoit le flux $\phi_{\text{cd}}(r)$ et cède le flux $\phi_{\text{cd}}(r + dr)$ par conduction ;
- reçoit la puissance thermique $P_V dV$ générée par les désintégrations radioactives.

Le bilan s'écrit en régime stationnaire

$$0 = dU = \phi_{\text{cd}}(r)dt - \phi_{\text{cd}}(r + dr)dt + P_V dV dt = -\frac{d\phi_{\text{cd}}}{dr} dr dt + P_V dV dt$$

Le volume élémentaire a pour expression

$$dV = 2\pi r dr NH$$

Les transferts sont supposés uniquement radiaux, donc la température ne dépend que de la variable r , et la loi de Fourier s'écrit

$$\vec{j}_{\text{th}} = -\lambda_2 \overrightarrow{\text{grad}} T = -\lambda_2 \frac{dT}{dr} \vec{e}_r$$

ce qui conduit à l'expression du flux thermique à travers un cylindre d'axe Oz de rayon r

$$\phi_{\text{cd}}(r) = \iint \vec{j}_{\text{cd}} \cdot d\vec{S} = \iint -\lambda_2 \frac{dT}{dr} \vec{e}_r \cdot dS \vec{e}_r = -\lambda_2 \frac{dT}{dr} \iint dS = -2\pi \lambda_2 NH r \frac{dT}{dr}$$

Le bilan devient

$$0 = -\frac{d\phi_{\text{cd}}}{dr} dr + P_V dV = 2\pi \lambda_2 NH \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) dr + P_V 2\pi r dr NH$$

ce qui conduit après simplification (division par $2\pi \lambda_2 NH dr$) à l'équation différentielle

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{P_V}{\lambda_2} r = 0$$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + Ar = 0 ; \quad \boxed{A = \frac{P_V}{\lambda_2}}$$

Q3) On intègre une première fois l'équation précédente

$$r \frac{dT}{dr} = -\frac{Ar^2}{2} + B ; \quad \frac{dT}{dr} = -\frac{Ar}{2} + \frac{B}{r} = -\frac{Ar}{2} = -\frac{P_V}{2\lambda_2} r$$

où $B = 0$ pour éviter la divergence de $\frac{dT}{dr}$, donc du flux conductif en $r = 0$.

Remarque : le bilan sur un cylindre de rayon $r < R_3$, possible car P_V est uniforme, conduit directement à cette forme.

Puis en intégrant une seconde fois entre R_3^- et r

$$T(r) - T(R_3^-) = T(r) - T_2 = \int_{R_3}^r -\frac{P_V}{2\lambda_2} r dr = \frac{P_V}{4\lambda_2} (R_3^2 - r^2)$$

$$\boxed{T(r) = T_2 + \frac{P_V}{4\lambda_2} (R_3^2 - r^2)}$$

Remarque : on vérifie la cohérence du résultat en calculant $\phi_{cd}(R_3)$ égal à la puissance totale P_1 dégagée par le combustible

$$\phi_{cd}(R_3) = -\lambda_2 \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R_3} 2\pi R_3 NH = P_V \pi R_3^2 NH = P_V \mathcal{V}_{\text{combustible}} = P_1$$

Q4) *Remarque* : la notion de transfert conducto-convectif entre deux solides (le combustible et la gaine) semble étonnant. On peut supposer qu'il s'agit de modéliser une résistance de contact pour un contact non parfait.

On utilise la continuité du flux en $r = R_3$ pour l'ensemble des N crayons, égal en régime stationnaire à la puissance totale P_1 dégagée par le combustible. En utilisant la loi de Newton pour la surface latérale totale du combustible, égale à $2\pi R_3 NH$:

$$P_1 = 2\pi R_3 NH h_2 (T_2 - T_3) : T_3 = T_2 - \frac{P_1}{2\pi R_3 NH h_2}$$

puis en exprimant $R_3 = d/2 - e$

$$\boxed{T_3 = T_2 - \frac{P_1}{\pi(d - 2e)NH h_2}}$$

Q5) La gaine ne contient pas de source : en régime stationnaire il y a conservation du flux, égal à P_1 . L'expression générale du flux est analogue à celle utilisé dans le combustible, en modifiant la valeur de la conductivité, ce qui conduit à l'équation

$$\phi_{cd}(R_3 < r < R_4) = -\lambda_3 \frac{dT}{dr} 2\pi r NH = P_1 : \quad \frac{dT}{dr} = \frac{-P_1}{2\pi \lambda_3 NH} \frac{1}{r}$$

On intègre cette relation entre R_4^- et $R_3 < r < R_4$:

$$T(r) - T(R_4^-) = T(r) - T_4 = \int_{R_4}^r \frac{-P_1}{2\pi \lambda_3 NH} \frac{dr}{r} = \frac{P_1}{2\pi \lambda_3 NH} \ln \left(\frac{R_4}{r} \right)$$

On fait apparaître dans cette relation $S_{\text{tot}} = \pi d NH$ pour obtenir

$$\boxed{T(R_3 < r < R_4) = T_4 + \frac{P_1 d}{2\lambda_3 S_{\text{tot}}} \ln \left(\frac{R_4}{r} \right)}$$

NB : puisque $e \ll R_3$, on aurait pu prendre un modèle 1D.

Q6) Il reste à exprimer la conservation du flux à l'interface gaine-eau ($r = R_4$). De manière analogue à l'interface combustible-gaine :

$$P_1 = 2\pi R_4 N H h_4 (T_4 - T_5) = S_{\text{tot}} h_4 (T_4 - T_5)$$

$$T_4 = T_5 + \frac{P_1}{S_{\text{tot}} h_4}$$

On calcule ensuite à partir de $T_5 = 303^\circ\text{C}$:

$$T_4 = 303 + \frac{2776 \times 10^6}{S_{\text{tot}} \times 25 \times 10^3} = 328^\circ\text{C}$$

$$T_3 = T_4 + \frac{P_1 d}{2\lambda_3 S_{\text{tot}}} \ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right) = T_4 + \frac{P_1 d}{2\lambda_3 S_{\text{tot}}} \ln\left(\frac{d}{d - 2e}\right)$$

$$T_3 = T_4 + \frac{2776 \times 10^6 \times 9,5 \times 10^{-3}}{2 \times 16 \times S_{\text{tot}}} \times \ln\left(\frac{9,5}{9,5 - 2 \times 0,6}\right) = 352^\circ\text{C}$$

$$T_2 = T_3 + \frac{P_1}{\pi(d - 2e) N H h_2}$$

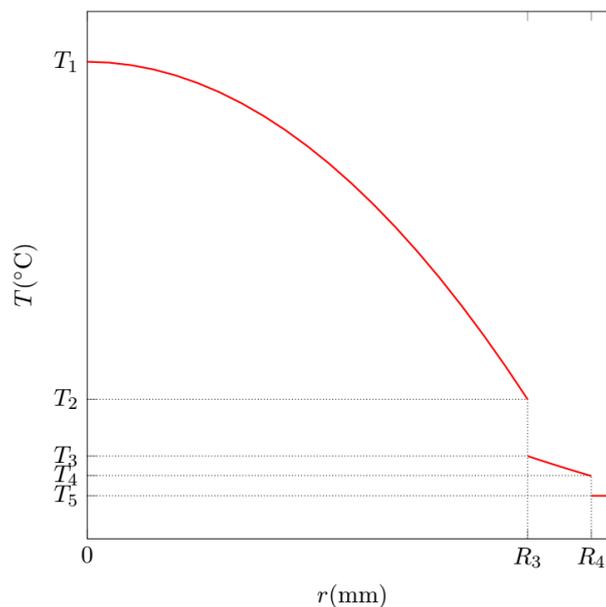
$$T_2 = T_3 + \frac{2776 \times 10^6}{\pi \times (9,5 \times 10^{-3} - 2 \times 0,6 \times 10^{-3}) \times 41448 \times 3,66 \times 10 \times 10^3} = 422^\circ\text{C}$$

et finalement, au centre du combustible ($r = 0$), en utilisant $P_1 = P_V \pi R_3^2 N H$

$$T_1 = T_2 + \frac{P_V R_3^2}{4\lambda_2} = T_2 + \frac{P_1}{4\pi\lambda_2 N H}$$

$$T_1 = T_2 + \frac{2776 \times 10^6}{\pi \times 4 \times 3,5 \times 41448 \times 3,66} = 838^\circ\text{C}$$

Q7) Le profil de température est le suivant



Q8) Une panne de pressurisateur entraîne une baisse de pression dans le circuit primaire, donc une baisse de température de vaporisation de l'eau, d'où un risque de vaporisation de l'eau, qui conduit à une mauvaise évacuation de la puissance dégagée par le combustible (perturbation des pompes de circulation) et à un risque d'accident par fusion du combustible (accident de Three Miles Island).

I.B - Prise en compte de dépendances longitudinales pour la puissance thermique volumique et la température (partie facultative)

Q9) On applique le premier principe industriel pour l'écoulement stationnaire de l'eau entre z et $z + dz$, qui reçoit uniquement la puissance thermique générée par les réactions de fission :

$$D_m(h(z + dz) - h(z)) = D_m \frac{dh}{dz} dz = D_m c_5 \frac{dT}{dz} dz = \delta \mathcal{P}_{th}$$

Les transferts thermiques étant uniquement radiaux, la puissance reçue par l'eau entre z et $z + dz$ est la puissance dégagée entre les mêmes cotes par le combustible, égale à $P_V(z)dV = P_V(z)\pi R_4^2 dz$:

$$D_m c_5 \frac{dT}{dz} dz = P_V(z)\pi R_4^2 dz$$

ce qui donne bien, après simplification par dz , la formule de l'énoncé, qu'on peut aussi écrire :

$$D_m c_5 \frac{dT}{dz} = P_V(z)\pi R_4^2$$

Q10) On utilise la forme donnée de la puissance volumique $P_V(z)$ pour obtenir l'équation différentielle en $T(z)$:

$$D_m c_5 \frac{dT}{dz} = \pi R_4^2 P_0 \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) : \frac{dT}{dz} = \frac{\pi R_4^2 P_0}{D_m c_5} \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

qui s'intègre entre les extrémités du crayon ($z = 0, T(0) = T_e$ et $z = H, T(H) = T_s$)

$$T_s - T_e = \frac{\pi R_4^2 P_0}{D_m c_5} \int_0^H \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) dz = \frac{R_4^2 H P_0}{D_m c_5} \left[\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) \right]_H^0$$

$$\boxed{T_s - T_e = \frac{2R_4^2 H P_0}{D_m c_5}}$$

De même en intégrant entre $z = 0$ et z

$$T(z) - T_e = \frac{R_4^2 H P_0}{D_m c_5} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right) = \frac{T_s - T_e}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)$$

$$\boxed{T(z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)}$$

Q11) La continuité du flux radial à l'interface $r = R_4$ entre z et $z + dz$ s'écrit

$$P_V(z)\pi R_4^2 dz = h_{cc} (T_p(z) - T(z)) 2\pi R_4 dz : T_p(z) = T(z) + \frac{P_0 R_4}{2h_{cc}} \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

soit, en exprimant $T(z)$ et P_0 à l'aide de la question précédente, et

$$T_p(z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{\pi z}{H} \right) \right) + \frac{D_m c_5 (T_s - T_e)}{4 h_{cc} R_4 H} \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right)$$

d'où

$$\frac{T_p(z) - T_e}{T_s - T_e} = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi z}{H} \right) + \frac{D_m c_5}{2 h_{cc} R_4 H} \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right) \right] = \frac{1}{2} \left[1 + B \cos \left(\frac{\pi z}{H} \right) + C \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right) \right]$$

où

$$\boxed{B = -1} ; \quad \boxed{C = \frac{D_m c_5}{2 h_{cc} R_4 H}}$$

Q12) La puissance volumique est indépendante de r et les transferts thermiques sont supposés radiaux comme dans la première partie : on peut adapter le profil de température établi à la question Q3 :

$$T(r, z) - T_p(z) = \frac{P_V(z)}{4\lambda_2} (R_4^2 - r^2) = \frac{P_V(z) R_4^2}{4\lambda_2} \left(1 - \frac{r^2}{R_4^2} \right) = \frac{P_0 R_4^2}{4\lambda_2} \left(1 - \frac{r^2}{R_4^2} \right) \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right)$$

On exprime $T_p(z)$ grâce à la question précédente :

$$T(r, z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{2} \left[1 + B \cos \left(\frac{\pi z}{H} \right) + C \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right) \right] + \frac{P_0 R_4^2}{4\lambda_2} \left(1 - \frac{r^2}{R_4^2} \right) \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right)$$

On utilise ici encore la relation de la question Q10 : $T_s - T_e = \frac{2R_4^2 H P_0}{D_m c_5}$ pour obtenir

$$T(r, z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{2} \left[1 + B \cos \left(\frac{\pi z}{H} \right) + C \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right) \right] + \frac{D_m c_5 (T_s - T_e)}{8\lambda_2 H} \left(1 - \frac{r^2}{R_4^2} \right) \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right)$$

soit

$$\frac{T(r, z) - T_e}{T_s - T_e} = \frac{1}{2} \left[1 + B \cos \left(\frac{\pi z}{H} \right) \right] + \left[\frac{C}{2} + \frac{D_m c_5}{8\lambda_2 H} \left(1 - \frac{r^2}{R_4^2} \right) \right] \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right)$$

expression de la forme

$$\frac{T(r, z) - T_e}{T_s - T_e} = \frac{1}{2} \left[1 + D \cos \left(\frac{\pi z}{H} \right) \right] + \left[E + F \left(1 - \frac{r^2}{R_4^2} \right) \right] \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right)$$

avec

$$\boxed{D = -1} ; \quad \boxed{E = \frac{C}{2} = \frac{D_m c_5}{4 h_{cc} R_4 H}} ; \quad \boxed{F = \frac{D_m c_5}{8\lambda_2 H}}$$

Q13) Sur l'axe de la barre de combustible, $r = 0$ d'où

$$\boxed{T_c(0, z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{2} \left[1 + D \cos \left(\frac{\pi z}{H} \right) + 2(E + F) \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right) \right]}$$

Puis en exprimant les constantes D , E et F :

$$\boxed{T_c(0, z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi z}{H} \right) + \frac{D_m c_5}{2H} \left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda_2} \right) \sin \left(\frac{\pi z}{H} \right) \right]}$$

Q14) On dérive l'expression précédente pour déterminer le maximum de température sur l'axe :

$$\frac{\partial T_c}{\partial z} = \frac{T_s - T_e}{2} \frac{H}{\pi} \left[\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) + \frac{D_m c_5}{2H} \left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda_2} \right) \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) \right]$$

La condition d'annulation de cette dérivée s'écrit

$$\tan\left(\frac{\pi z_{\max}}{H}\right) = -\frac{D_m c_5}{2H} \left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda_2} \right)$$

Soit, comme $0 < z_{\max} < H$

$$\frac{\pi z_{\max}}{H} = \pi - \arctan\left(\frac{D_m c_5}{2H} \left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda_2} \right)\right)$$

$$z_{\max} = H - \frac{H}{\pi} \arctan\left(\frac{D_m c_5}{2H} \left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda_2} \right)\right)$$

$$z_{\max} = 3,66 \times \left(1 - \frac{1}{\pi} \arctan\left[\left(\frac{0,3 \times 5750}{2 \times 3,66} \right) \times \left(\frac{2}{33 \times 10^3 \times 9,5 \times 10^{-3}} + \frac{1}{2 \times 3,5} \right) \right] \right) = 1,86 \text{ m}$$

Dans l'expression de la température le terme en sinus est prédominant, donc le maximum est situé pratiquement en $H/2$.

On calcule ensuite

$$T_{c, \max} = 971 \text{ }^\circ\text{C}$$

Cette température est largement inférieure à la température de fusion du combustible, mais la circulation correcte d'eau de refroidissement est nécessaire.

Q15) L'eau de refroidissement s'échauffe au fur et à mesure de son écoulement le long du crayon, ce qui tend à élever la température de la paroi avec z .

D'autre part, la puissance à évacuer est maximale au milieu de la longueur du crayon ($z = H/2$). Si on ne prenait en compte que cela, on aurait une température de l'eau maximale pour $z = H/2$.

La combinaison des deux effets conduit à un maximum de température de la paroi pour $z > H/2$. Aux extrémités du crayon, la puissance à évacuer est nulle, donc la température de paroi est égale à la température de l'écoulement ($T_p(0) = 284 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_p(H) = 322 \text{ }^\circ\text{C}$)

La valeur maximale de la température de paroi est inférieure à $345 \text{ }^\circ\text{C}$, température de vaporisation de l'eau sous 155 bar, ce qui respecte un critère de sécurité, puisqu'en conditions normales de fonctionnement (pression, débit d'écoulement, puissance libérée par le combustible), l'eau de risque pas de se vaporiser au contact du crayon.

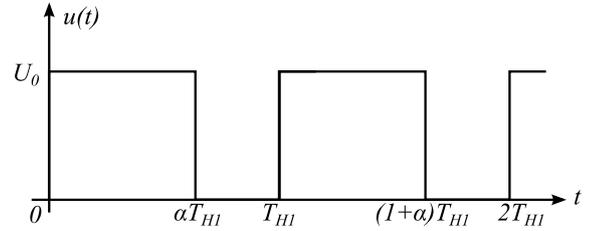
Problème n°4 : Commande d'un moteur à courant continu par un hacheur

B1. Appelons u et i la tension aux borne de l'interrupteur et le courant qui le traverse, en convention récepteur. À tout instant, la puissance qu'il reçoit est ui . Si l'interrupteur est idéal, on a $u = 0$ quand il est fermé et $i = 0$ quand il est ouvert. En conséquence, la puissance qu'il reçoit est bien toujours nulle. Si les interrupteurs H_1 et D_1 étaient fermés en même temps, la source de tension serait en court-circuit, et si, à un moment où du courant circule dans la charge, on rendait brutalement les deux interrupteurs ouverts, le courant dans la bobine serait discontinu.

B2. La diode D_1 dite "de roue libre" permet d'assurer la continuité du courant dans la bobine : quand on rend le transistor bloquant, la diode se débloque pour maintenir le courant dans la bobine, mais il n'y a plus d'apport d'énergie par la source de tension.

B3. Voir ci-contre.

B4. Compte tenu du graphe précédent, on a trivialement $\langle u(t) \rangle = \alpha U_0 = 7,2 \text{ V}$. La différence de potentiel aux bornes de la résistance de l'induit étant négligée, et la valeur moyenne de la tension aux bornes d'une bobine étant toujours nulle en régime périodique,



on a aussi $\langle u(t) \rangle = E$, puis $E = \alpha U_0$, et enfin $\Omega = \frac{\alpha U_0}{\Phi_0}$, d'où $\Omega = 1,9.10^3 \text{ tr. min}^{-1}$ pour $\alpha = 0,60$.

B5. Toujours en négligeant la résistance, on a des équations différentielles simples et classiques pour le courant, avec pour solutions : $i(t) = \frac{U_0 - E}{L} t + I_{min}$ de 0 à αT_{H1} , puis $i(t) = \frac{-E}{L} (t - \alpha T_{H1}) + I_{max}$ de αT_{H1} à T_{H1} . On en déduit l'ondulation de courant : $\Delta I = i(\alpha T_{H1}) - i(0) = \frac{U_0 - E}{L} \alpha T_{H1}$, d'où $\Delta I = \frac{\alpha(1-\alpha)}{L} U_0 T_{H1}$.

Une bobine supplémentaire de lissage placée en série avec le moteur permet d'augmenter le L global et donc de diminuer l'ondulation de courant, d'où le terme « lissage ».

Sur le graphe, on peut estimer $\Delta I = 1,0 \text{ A}$, et $T_{H1} = 0,50 \text{ ms}$ d'où $L = \frac{0,60 \times 0,40 \times 12 \times 0,50 \cdot 10^{-3}}{1,0} = 1,4 \text{ mH}$.

B6. La fonction $i(t)$ étant continue et affine par morceaux, sa valeur moyenne est $\langle i(t) \rangle = \frac{I_{min} + I_{max}}{2} = 2,5 \text{ A}$.

La chute de tension moyenne aux bornes de R est donc $\langle Ri(t) \rangle = 0,10 \times 2,5 = 0,25 \text{ V}$, ce qui représente 3,5% de $\langle u(t) \rangle$. Bon, on va dire que ce n'est pas négligeable mais pas loin.