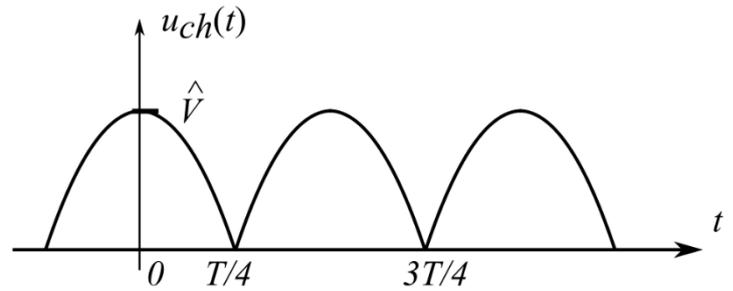


MODÉLISATION CCINP – PSI 2024 Corrigé
Étude d'un correcteur de facteur de puissance

Partie I : Redresseur à capacité en tête

I.1. Présentation du montage

Q1. Avec la seule résistance R , lorsque D_1 et D_4 sont passantes $u_{ch}(t) = +v(t)$ et lorsque D_2 et D_3 sont passantes, $u_{ch}(t) = -v(t)$. Voir figure ci-contre



Q2. Avec le circuit RC parallèle comme charge, il y a des intervalles de temps où toutes les diodes sont bloquées et où le condensateur se décharge dans la résistance avec une constante de temps $\tau = RC$. Il faut donc que $RC \gg T$.

I.2. Spectre en courant de ligne

Q3. Code complété pour calculer la FFT et afficher la figure 3.

```

Programme Python
1 # Fréquence d'échantillonnage
2 Fe = 50e3 # ou Fe=50.0e3
3 # Nombre d'échantillons
4 N = len(courant) # ou N=2500 puisque Ta = 50 ms et Te = 0,02 ms et N = Ta/Te
5 # Calcul de la transformée de Fourier discrète
6 fft_courant = 2/N*np.fft.rfft(courant)
7 # Module de la transformée de Fourier discrète
8 mod_fft_courant = np.abs(fft_courant)
9 # Vecteur fréquence
10 freq = np.linspace(0,N//2*Fe/N,N//2+1) # ou bien np.array([n*Fe/N for n in range(N//2+1)]) "
11 d'après la documentation de la dernière page à propos de np.fft.rfft mais on aurait pu utiliser
    freq=np.fft.rfftfreq(Ne,1/Fe), comme vu en séance python

12 # Tracé du spectre
13 plt.figure(1,figsize=(8,6))
14 plt.plot(freq , mod_fft_courant , color='gray', linewidth=2)
15 plt.xlim(0 , 700) # valeurs de la figure 3
16 plt.xlabel('Fréquence (Hz)', fontsize=16)
17 plt.ylim(0.0 , 3.5)
18 plt.ylabel('Courant (A)', fontsize=16)
19 plt.tick_params(axis='both',labelsize=16)
20 plt.grid()
21 plt.show()
    
```

Q4. On relève sur la figure 3 les amplitudes des harmoniques impairs :

Fréquence (Hz)	n	Amplitude \hat{I}_n (A)
50	1	3,0
150	3	1,3
250	5	0,55
350	7	0,45
450	9	0,4
550	11	0,15
650	13	0,16

Les harmoniques pairs sont nuls.

Q5. Il s'agit ici de considérations mathématiques.

La décomposition en série de Fourier est unique, et doit vérifier $i(t - T/2) = -i(t)$

Or $2\pi n f T/2 = \pi n$, donc $\cos(2\pi n f (t - T/2) + \phi_n) = \cos(2\pi n f t - n\pi + \phi_n)$, et par conséquent,

$\cos(2\pi n f (t - T/2) + \phi_n) = -\cos(2\pi n f t + \phi_n)$ pour n impair,

alors que $\cos(2\pi n f (t - T/2) + \phi_n) = +\cos(2\pi n f t + \phi_n)$ pour n pair.

Ainsi, la propriété $i(t - T/2) = -i(t)$ est vérifiée pour n impair, mais pas pour n pair, d'où l'absence des harmoniques pairs dans la décomposition en série de Fourier.

I.3. Puissance moyenne fournie par le réseau

Q6. Par définition, et en remplaçant l'expression de la tension et de l'intensité

$$P = \langle v(t) \cdot i(t) \rangle = \left\langle \hat{V} \cos(2\pi f t) \sum_{n=1}^{\infty} \hat{I}_n \cos(2\pi n f t + \phi_n) \right\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{V} \hat{I}_n \langle \cos(2\pi f t) \cos(2\pi n f t + \phi_n) \rangle$$

Or $\langle \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 t + \phi_n) \rangle = 0$ si $f_1 \neq f_2$.

Donc $\langle \cos(2\pi f t) \cos(2\pi n f t + \phi_n) \rangle = 0$ pour $n \neq 1$.

Il reste $P = \hat{V} \hat{I}_1 \langle \cos(2\pi f t) \cos(2\pi f t + \phi_1) \rangle = \frac{1}{2} \hat{V} \hat{I}_1 \cos \phi_1$ après linéarisation.

Q7. En supposant $\phi_1 = 0$, $P = \frac{1}{2} \hat{V} \hat{I}_1$ avec $\hat{V} = 325 \text{ V}$ et $\hat{I}_1 = 3,0 \text{ A}$. A.N. $P = 0,49 \text{ kW}$.

I.3. Modélisation du réseau

Q8. On souhaite enregistrer la fem $e(t)$ qui est la tension à vide du réseau.

On peut donc l'enregistrer en débranchant la charge pour avoir $i(t) = 0$, et en affichant la tension $v(t)$ car dans ce cas $\underline{v}(t) = \underline{e}(t) - (r + j\lambda\omega)\underline{i}(t) = \underline{e}(t)$.

De plus, sur les oscilloscopes usuels, on peut afficher des tensions d'amplitude maximale 20 V (quatre carreaux à 5V/carreau). Il faut donc utiliser un diviseur de tension ou une sonde d'oscilloscope qui permet de diviser la tension par exemple par 20.

Q9. D'après le schéma électrique, $i(t)$ doit vérifier $e(t) - v(t) = ri(t) + \lambda \frac{di}{dt}(t)$.

Or, en première approximation, sur la figure 5, $e(t) - v(t)$ est proportionnel à $i(t)$. Le terme $\lambda \frac{di}{dt}(t)$ est donc négligeable devant $ri(t)$ ce qui conduit à mener les calculs avec $\lambda = 0$.

On estime par lecture du graphique les valeurs maximales : $(e(t) - v(t))_{max} = 23 \text{ V}$ et $i_{max} = 5,8 \text{ A}$

donc $r \approx \frac{(e(t)-v(t))_{max}}{i_{max}} = 4,0 \Omega$.

I.5. Pertes en ligne

Q10. Dans le modèle choisi pour la ligne, seule la résistance r consomme de la puissance en moyenne, d'où

$P_{pertes} = \langle ri^2(t) \rangle = r \langle i^2(t) \rangle = \frac{r}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \hat{I}_n^2$, d'après le théorème de Parseval rappelé dans le formulaire.

Q11. Si l'intensité est sinusoïdale, $P_{pertes} = \frac{r}{2} \hat{I}_1^2$ et sinon $P_{pertes} = \frac{r}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \hat{I}_n^2 = \frac{r}{2} \hat{I}_1^2 + \frac{r}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \hat{I}_n^2$.

Or la puissance moyenne fournie par le réseau électrique $P = \frac{1}{2} \hat{V} \hat{I}_1 \cos \phi_1$ ne dépend que du fondamental du courant.

Si elle reste la même, et que la forme de l'intensité n'est pas sinusoïdale, on ajoute, dans la ligne, des pertes $\frac{r}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \hat{I}_n^2$ due aux harmoniques.

On a donc intérêt à avoir une intensité sinusoïdale, sans harmoniques.

De plus, si le fondamental est en phase avec la tension $v(t)$, cela augmente le facteur de puissance $\cos \phi_1$ et permet de réduire l'amplitude \hat{I}_1 . On réduit alors le terme de pertes $\frac{r}{2} \hat{I}_1^2$ dû au fondamental.

Finalement, on a intérêt à avoir une intensité sinusoïdale et en phase avec la tension $v(t)$.

La réduction de pertes relative est donc $\text{réduc} = \frac{P_{pertes \text{ cas non sinus}} - P_{pertes \text{ cas sinus}}}{P_{pertes \text{ cas non sinus}}} = \frac{P_{pertes \text{ cas non sinus}} - \frac{r}{2} \hat{I}_1^2}{P_{pertes \text{ cas non sinus}}}$.

Numériquement, $\text{réduc} = \frac{21 - \frac{4}{2} \times 3^2}{21} = \frac{21 - 18}{21} = \frac{1}{7} = 15\%$.

Partie II : Correcteur de facteur de puissance

II.1. Hacheur survolteur

Q12. Entre 0 et αT_H , le transistor est "fermé" et $u_{Tr}(t) = 0$ comme le rappelle l'énoncé.

La loi des mailles à droite donne donc $u_D(t) = -U_{ch} < 0$: la diode est bloquée.

La loi des mailles à gauche donne $u_L(t) = U_0 = L \frac{di_L}{dt}(t)$ d'où $i_L(t) = \frac{U_0}{L} t + i_L(0) = \frac{U_0}{L} t + I_{min}$.

La diode étant bloquée, $i_D(t) = 0$ et la loi des nœuds donne $i_{Tr}(t) = i_L(t) = \frac{U_0}{L} t + I_{min}$.

Q13. Entre αT_H et T_H , le transistor est "ouvert" et $i_{Tr}(t) = 0$.

La loi des nœuds donne donc $i_D(t) = i_L(t)$. On suppose (cf énoncé) $i_L(t) > 0$ ne s'annulant jamais : la diode est passante, d'où $u_D(t) = 0$ et $u_{Tr}(t) = U_{ch}$.

Il reste une maille pour laquelle, en convention récepteur pour la bobine, $u_L(t) = U_0 - U_{ch} = L \frac{di_L}{dt}(t) < 0$ car le courant dans la bobine ne peut pas croître sans cesse, vu qu'il est continu et périodique,

d'où $i_L(t) = i_D(t) = \frac{U_0 - U_{ch}}{L}(t - \alpha T_H) + i_L(\alpha T_H) = \frac{U_0 - U_{ch}}{L}(t - \alpha T_H) + I_{Max}$ décroissante.

Q14. Chronogrammes

Q15. Méthode 1 : En régime périodique, les deux expressions précédentes de $i_L(t)$ permettent d'écrire

$$i_L(\alpha T_H) = I_{Max} = \frac{U_0}{L} \alpha T_H + I_{min}$$

$$\text{et } i_L(T_H) = I_{min} = \frac{U_0 - U_{ch}}{L} (1 - \alpha) T_H + I_{Max}.$$

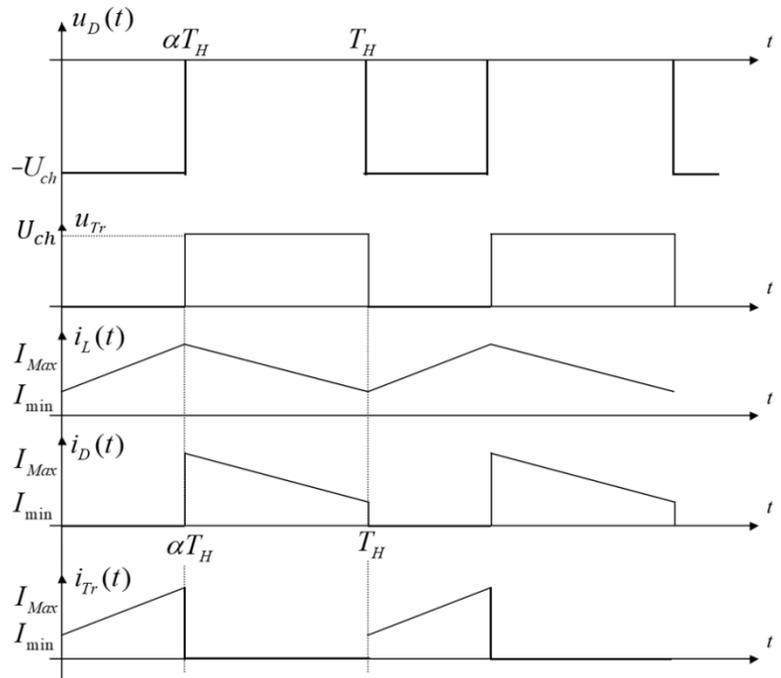
On en déduit $I_{Max} - I_{min} = \frac{U_0}{L} \alpha T_H = \frac{U_{ch} - U_0}{L} (1 - \alpha) T_H$,

d'où $U_{ch} = \frac{U_0}{1 - \alpha} > U_0$, d'où le nom

« survolteur ».

Méthode 2 : On écrit que la tension aux bornes de la bobine doit être nulle en moyenne, or elle vaut U_0 pendant une fraction du temps α , puis $U_0 - U_{ch}$ pendant une fraction du temps $(1 - \alpha)$. D'où $0 = \alpha U_0 + (1 - \alpha)(U_0 - U_{ch})$.

Q16. De la question précédente, on tire $I_{Max} - I_{min} = \frac{U_0}{L} \alpha T_H$ d'où $L = \frac{U_0 \alpha T_H}{I_{Max} - I_{min}} = 80 \text{ mH}$.

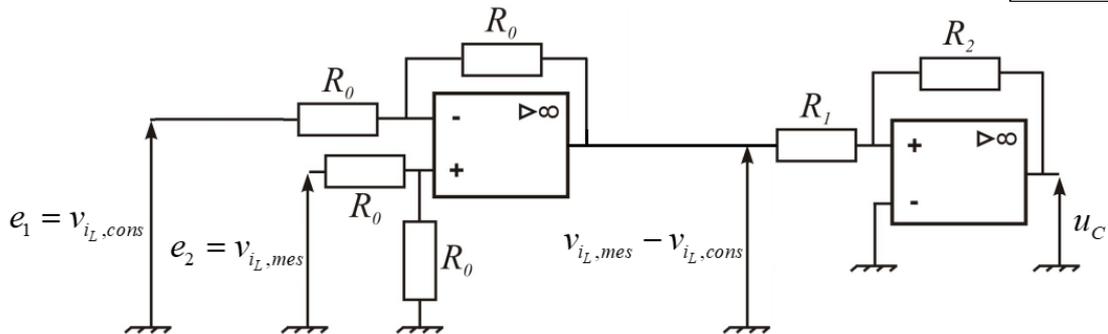


II.2 - Principe du correcteur de facteur de puissance et commande du transistor

Q17. On forme $v_{i_L,mes} - v_{i_L,cons}$ grâce au soustracteur (montage 3) avec $e_2 = v_{i_L,mes}$; $e_1 = v_{i_L,cons}$.

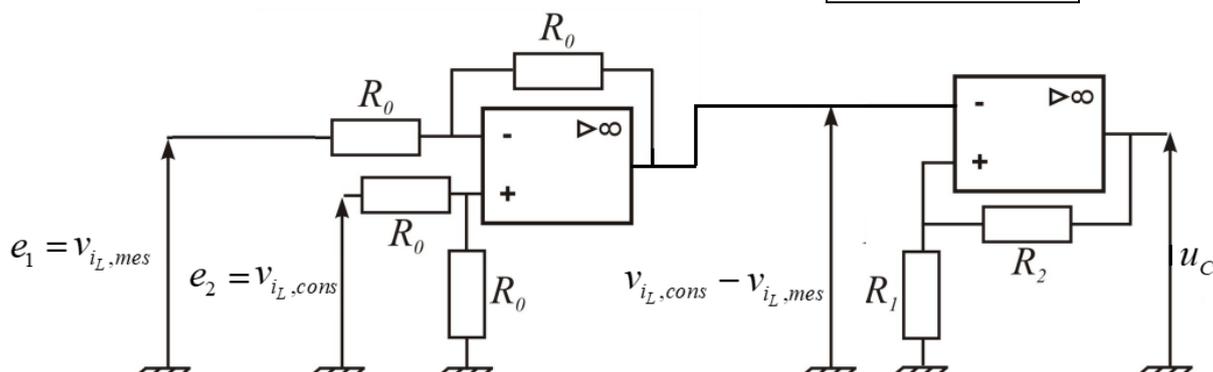
u_c doit passer à $+V_{sat}$ (resp. $-V_{sat}$) quand cette différence devient supérieure à Δ (resp. inférieure à $-\Delta$). On choisit

donc le montage 1 comparateur à hystérésis non inverseur, pour lequel le seuil de basculement est $\Delta = e_{\uparrow} = \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$.



Mais on pourrait aussi former $v_{i_L,cons} - v_{i_L,mes}$ grâce au soustracteur (montage 3) avec $e_1 = v_{i_L,mes}$ et $e_2 = v_{i_L,cons}$. u_c doit passer à $-V_{sat}$ (resp. $+V_{sat}$) quand cette différence devient supérieure à Δ (resp. inférieure à $-\Delta$). On choisirait alors le montage 2 comparateur à hystérésis inverseur avec

$\Delta = e_{\uparrow} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{sat}$.



II.3 – Mise en œuvre

Q18. On observe sur la figure 9 des fluctuations de l'intensité autour de la forme sinusoïdale désirée. Cela est dû aux basculements du comparateur à hystérésis. Au voisinage du maximum, on observe une fluctuation crête à crête de l'ordre de 1 A, ce qui correspond à une fluctuation de 1 V pour $v_{i,mes}$ car $k = 1,0 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$. Cette fluctuation correspond à $2 \Delta_1$, d'où $\Delta_1 \approx 0,5 \text{ V}$.

Les fluctuations de l'intensité diminuent de la figure 9 à la figure 11, ce qui correspond donc à une diminution de Δ .

Q19. Spectre de $i(t)$ pour la figure 9 :

- Une composante sinusoïdale de fréquence $f=50 \text{ Hz}$ et d'amplitude voisine de 3A, ce qui correspond à l'allure souhaitée.
- Hautes fréquences : une composante de fréquence fondamentale de l'ordre de $f_{fluctu} \approx 13f$ (on compte 6,5 fluctuations sur une demi-période $T/2$), d'amplitude de l'ordre de 1 A, ainsi que harmoniques, c'est-à-dire des fréquences multiples de f_{fluctu} .

Lorsque que Δ diminue (du graphe 9 au graphe 11, donc de Δ_1 à Δ_3), on observe que :

- la composante basse fréquence (50Hz) reste sensiblement la même ;
- les composantes hautes fréquences ont une fréquence fondamentale de plus en plus grande et une amplitude de plus en plus faible, et les harmoniques aussi.

Q20. On vient de relever que diminuer Δ fait basculer le comparateur à fréquence plus élevée, observation confirmée par l'énoncé au début de la partie suivante. Mais à cause de la saturation en vitesse (slew rate) des amplificateurs opérationnels, le comparateur à hystérésis ne peut pas basculer instantanément d'une tension de saturation à l'opposée, ce qui empêche de trop diminuer Δ .

II.4 - Dissipation thermique dans le transistor

Q21. La droite d'ajustement affine coupe toutes les barres d'incertitudes associées aux mesures. On peut donc considérer le modèle affine comme cohérent avec les mesures.

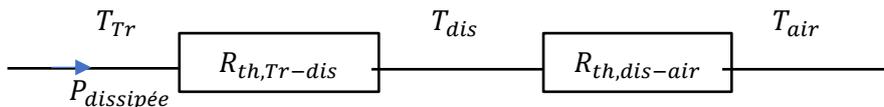
Q22. La puissance thermique à évacuer, analogue à l'intensité en électrocinétique, doit traverser successivement l'interface transistor-dissipateur, le dissipateur lui-même, l'interface dissipateur-air. (On considère le transistor et l'air comme des thermostats, et on néglige le transfert par les faces du transistor qui ne sont pas en contact avec le dissipateur).

Le schéma électrique analogue est donc une association série de résistances.

$$\frac{T_{Tr}-T_{air}}{P_{dissipée}} = R_{th,eq} = R_{th,Tr-dis} + R_{th,dis} + R_{th,dis-air} \approx R_{th,Tr-dis} + R_{th,dis-air}$$

On néglige la résistance du dissipateur (métallique) devant celles des interfaces.

Visiblement, dans l'énoncé, la température T_{dis} à la surface du dissipateur, est celle du dissipateur.



Mais on a dans ce cas simplement $\frac{T_{dis}-T_{air}}{P_{dissipée}} = \frac{T_{dis}-T_{air}}{P_{cond}+P_{com}} = R_{th,dis-air}$,

c'est-à-dire $T_{dis} = R_{th,dis-air}(P_{cond} + P_{com}) + T_{air}$.

Or il y a deux commutations du transistor par période, donc $P_{com} = \frac{2E_{on/off}}{T} = 2E_{on/off} f_{cm}$,

donc $T_{dis} = R_{th,dis-air} \cdot 2E_{on/off} f_{cm} + R_{th,dis-air} P_{cond} + T_{air}$

Par identification, $a = 2R_{th,dis-air}E_{on/off}$ et $b = R_{th,dis-air}P_{cond} + T_{air}$

Q23. On en déduit $P_{cond} = \frac{b-T_{air}}{R_{th,dis-air}} = \frac{20}{4} = 5 \text{ W}$ et $E_{on/off} = \frac{a}{2R_{th,dis-air}} = \frac{5,5 \cdot 10^{-3}}{2 \times 4} = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ J}$