

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

PCSI - Travaux dirigés

Lycée Victor Hugo - 2024

Cinématique du contact ponctuel	2
Exercice 1 : Gyropode à usage professionnel Hublex	2
Exercice 2 : Roulement à billes	9
Analyse fréquentielle des SLCI	10
Exercice 3 : Tracés de diagrammes de Bode.....	10
Exercice 4 : Robot MIR (Machine d'Inspection des Réacteurs rapides).....	12
Exercice 5 : Bras collaboratif ZE Solution	27
Exercice 6 : Identification de fonctions de transfert.....	49
Actions mécaniques	56
Exercice 7 : Barrage poids	56
Exercice 8 : Palier lisse	60
Résolution analytique des problèmes de statique	62
Exercice 9 : Suspension de voiture à parallélogramme déformable	62
Exercice 10 : Grue à bateaux	65
Modélisation des frottements secs	70
Exercice 11 : Freins à disques	70
Exercice 12 : Robot de maraîchage à chenilles	73
Exercice 13 : Poussoir du viaduc de Millau	80
Exercice 14 : Dispositif d'entraînement de bobines	90
Transmission de puissance	98
Exercice 15 : Train d'engrenages	98
Exercice 16 : Motoréducteur	98
Exercice 17 : Chariot de manutention	99
Exercice 18 : Réducteur à roue et vis sans fin.....	100
Exercice 19 : Pilotage du lacet du robot Ericc3	100
Exercice 20 : Réducteur à train d'engrenages droits	101
Exercice 21 : Réducteur DEMAG	102
Stabilité et précision des SLCI	106
Exercice 22 : Application graphique du critère du revers	106
Exercice 23 : Plateforme d'exploration RobuRoc6	109
Exercice 24 : Microfraisage par électroérosion	120

Cinématique du contact ponctuel

Exercice 1 : Gyropode à usage professionnel Hublex

1 Présentation du système

Le système étudié dans ce sujet, appelé Hublex, est un gyroscope professionnel destiné à accélérer le déplacement des collaborateurs au sein d'entreprises, administrations, hôpitaux, etc... lorsque ces lieux sont de grande taille. La figure 1 montre un exemple d'utilisation dans l'entrepôt d'une entreprise de logistique.



Figure 1 : Hublex en utilisation dans une entreprise de logistique

La particularité de ce gyropode est d'avoir été spécifiquement créé pour s'intégrer dans un environnement de travail grâce à ses caractéristiques techniques qui le différencient des gyropodes classiques :

- Prise en main en moins de 5 minutes,
- Maniabilité optimisée,
- Faible largeur, inférieure à 40 cm,
- Masse contenue, inférieurs à 12 kg,
- Utilisable 24h/24 grâce à sa batterie interchangeable.

On peut voir en figure n°2 une vue générale du produit. Les principales exigences du système sont présentées en annexe.



Figure 2 : Vue générale du Hublex

Le châssis est constitué de pièces évidées et les roues sont sans moyeu. La liaison pivot entre chaque roue et le châssis est réalisée par l'intermédiaire de liaisons quasi-ponctuelles, ce qui permet de limiter le coût et la quantité de matière nécessaire à sa réalisation.

Chaque roue possède sa propre motorisation constituée d'une machine synchrone avec autopilotage permettant de s'affranchir de l'utilisation d'un réducteur. La transmission se résume à un galet directement lié à l'arbre moteur entraînant la roue (voir figure n°4).

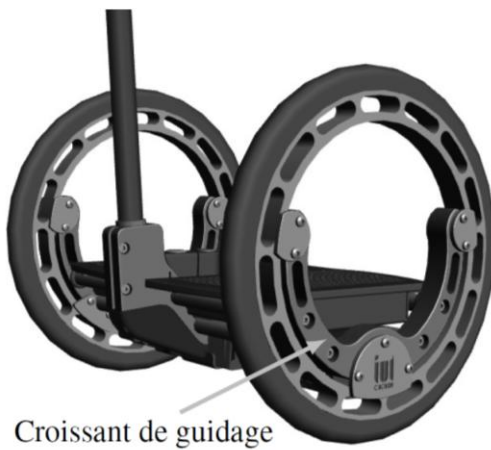


Figure 3 : Vue extérieure de la structure

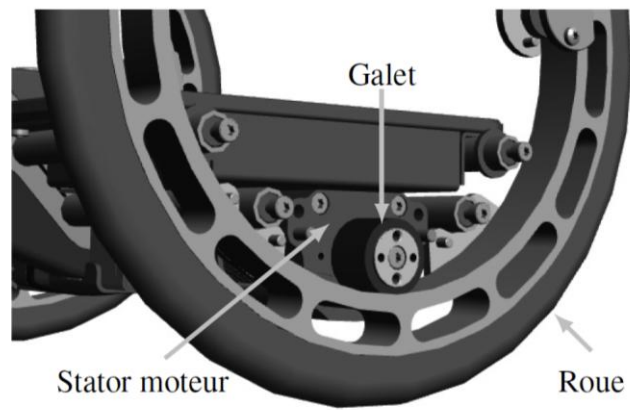


Figure 4 : Détail de la transmission par galet (sans croissant de guidage)

2 Principe de fonctionnement général

Les principaux composants constituant un Hublex sont rassemblés dans le diagramme de bloc illustré en figure n°5.

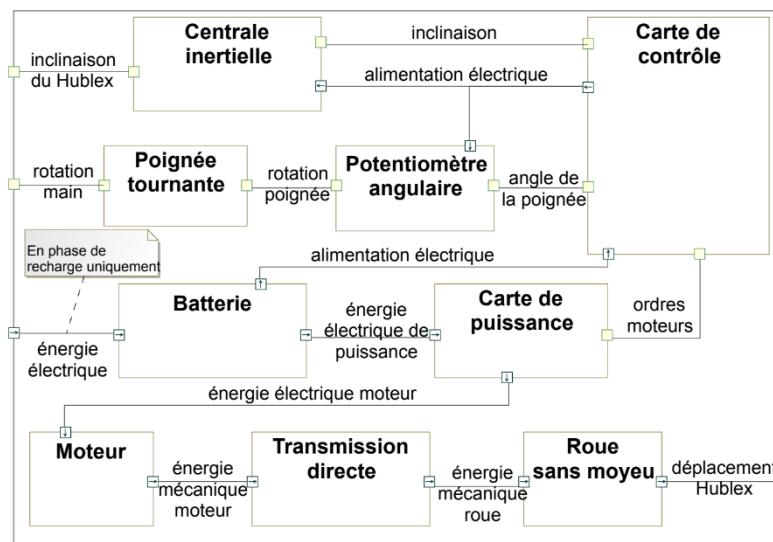


Figure 5 : Diagramme de bloc interne

Le pilote commande la direction et la vitesse. Pour avancer ou reculer, il influe sur l'inclinaison du châssis du Hublex en se penchant en avant ou en arrière. Cette inclinaison, mesurée grâce à une centrale inertielle, correspond à une consigne d'accélération imposée par le pilote. Lorsqu'il se penche, l'équilibre de l'ensemble {Hublex + pilote} est assuré par le Hublex lui-même grâce à un asservissement visant à le redresser.

La trajectoire du Hublex est, quant à elle, imposée par le pilote à l'aide d'une poignée située au bout du manche qu'il tourne en fonction de la direction souhaitée. Ainsi, la vitesse de chaque moteur est construite à partir de ces deux commandes. C'est la carte de contrôle qui génère la consigne d'intensité électrique imposée au moteur par l'intermédiaire d'un onduleur situé dans la carte de puissance.

Question 1 : Compléter le schéma fonctionnel du document réponse n°1 en précisant le nom des composants associés aux fonctions, ainsi que le type de chaque flux. On y reportera uniquement les composants présents dans le diagramme de bloc interne illustré en figure n°5.

3 Génération de la consigne des vitesses moteur

Objectif : Analyser le comportement cinématique du Hublex en virage et sur sol plat, afin d'obtenir la consigne de vitesse à imposer aux moteurs permettant de répondre notamment aux exigences 1.1.1 et 1.4.3

3.1 Paramétrage du Hublex en trajectoire circulaire

Le Hublex dispose de deux moteurs permettant d'entraîner chaque roue indépendamment l'une de l'autre. Le mode de transmission utilisé est un mode direct par adhérence, de rapport $k = 0.092$ entre un galet solidaire de l'arbre moteur gauche 4 et la jante de la roue gauche 2. La transmission côté droit est identique. Les arbres moteurs gauche 4 et droit 5 ne sont pas représentés.

On note $\overrightarrow{V_{M \in S/R}}$ la vitesse du point M dans le mouvement du solide S par rapport à la référence R.

Le paramétrage est donné sur les figures 6, 7 et 8. On définit :

- Le repère $\mathcal{R}_0(O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ lié au sol 0.
- Le repère $\mathcal{R}_1(O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ lié au châssis 1 du Hublex, avec O_1 le point situé au centre du châssis 1 et sur l'axe de rotation des roues tel que $\overrightarrow{V_{M \in S/R}} = V \cdot \overrightarrow{y_1}$.
- Le repère $\mathcal{R}_2(A, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ lié à la roue gauche 2, avec A le centre de la roue gauche.
- Le repère $\mathcal{R}_3(B, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$ lié à la roue droite 3, avec B le centre de la roue gauche.

On note le vecteur constant $\overrightarrow{AB} = L \cdot \overrightarrow{x_1}$ et R le rayon d'une roue.

On s'intéresse à une trajectoire du Hublex (châssis 1) par rapport au sol de type circulaire, de centre O_0 et de rayon de courbure r_c , telle que définie figure 8. Les roues sont en contact avec le sol au point I (pour la roue gauche 2) et au point J (pour la roue droite 3). On fera l'hypothèse de roulement sans glissement des roues sur le sol en ces points. Le graphe des liaisons associé est donné en figure 9.

On définit :

- La position angulaire du châssis 1 par rapport au sol 0 par l'angle θ_{10} autour de $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_1}$ tel que $\theta_{10} = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$.
- La position angulaire de la roue gauche 2 par rapport au châssis 1 par l'angle θ_{21} autour de $\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_2}$ tel que $\theta_{21} = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}) = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_2})$.
- La position angulaire de la roue droite 3 par rapport au châssis 1 par l'angle θ_{31} autour de $\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_3}$ tel que $\theta_{31} = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_3}) = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_3})$.
- Les vitesses angulaires associées : $\omega_{ij} = \frac{d\theta_{ij}}{dt}$.
- La vitesse de rotation de l'arbre moteur gauche 4 (respectivement arbre moteur 5), non représenté sur les figures, par rapport au châssis 1 par ω_{41} (respectivement ω_{51}).

3.2 Etude de la cinématique pour une trajectoire circulaire

Question 2 : Donner les figures planes représentant le paramétrage angulaire.

Question 3 : Exprimer la vitesse $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}$ en fonction de V , r_c et ω_{10} en dérivant le vecteur position du centre du Hublex par rapport au sol.

Question 4 : Etablir la relation entre V , ω_{10} , ω_{21} et les dimensions L et R. Pour cela :

- Exprimer les conditions de roulement sans glissement aux points de contact roues/sol.
- Pour chacune des roues, utiliser les champs des vecteurs vitesse pour passer du point de contact roue/sol au centre de la roue. Ecrire ensuite une composition des vecteurs vitesses, puis utiliser de nouveau les champs des vecteurs vitesse pour exprimer $\overrightarrow{V_{O_1 \in 1/0}}$ de deux façons différentes.

Question 5 : En déduire l'expression de la vitesse de rotation du moteur gauche ω_{41} en fonction de V , ω_{10} , du rapport de transmission k et d'autres paramètres géométriques.

Question 6 : En déduire la relation entre V , ω_{10} et la vitesse de rotation du moteur droit ω_{51} .

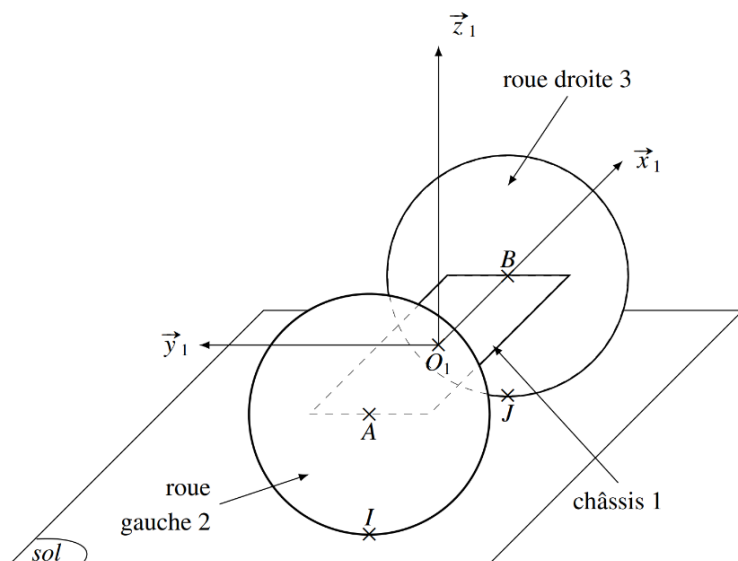


Figure 6 - Paramétrage du Hublex en perspective

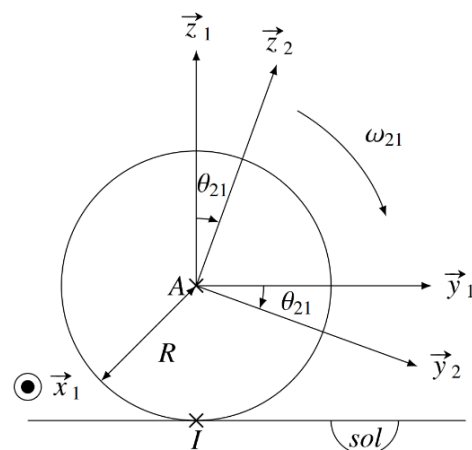


Figure 7 - Paramétrage de la roue gauche 2

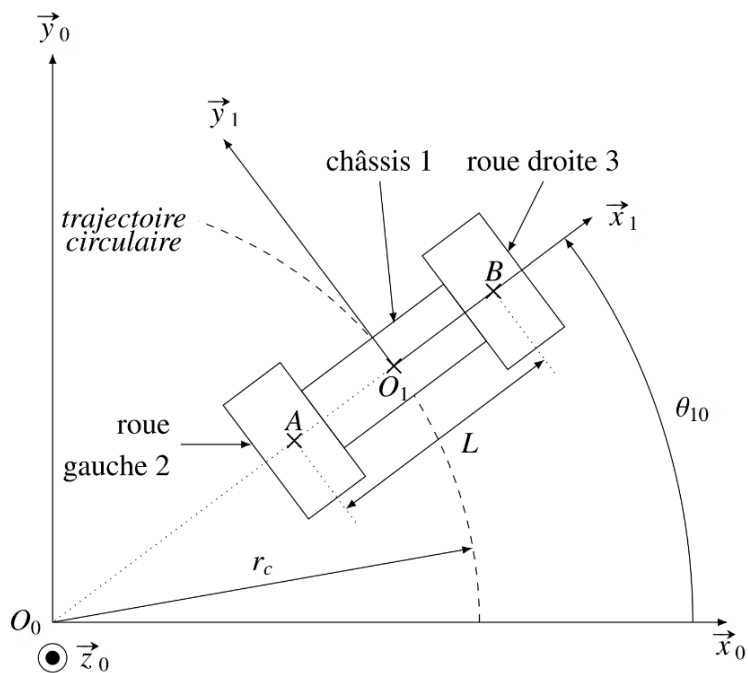
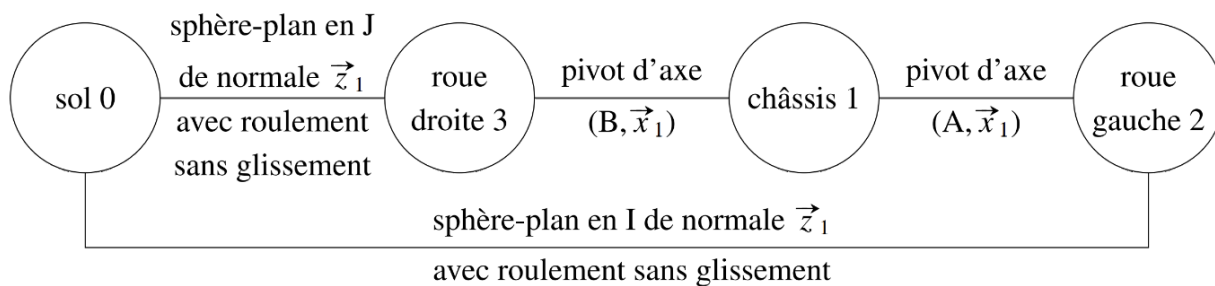


Figure 8 - Hublex dans une trajectoire circulaire



3.3 Génération de la consigne de taux de rotation

La vitesse angulaire à imposer aux moteurs dépend donc de deux consignes fournies par le pilote : une consigne de vitesse V_c générée à partir de l'inclinaison du gyropode et une consigne de taux de rotation ω_{10c} obtenue en tournant la poignée d'un angle δ au niveau du manche et mesurée par un potentiomètre angulaire numérique.

Pour recueillir la consigne de virage imposée par le pilote, on utilise un potentiomètre numérique ayant 360° d'amplitude et fournissant une image de la position angulaire de la poignée sous forme d'un mot binaire de 10 bits. La rotation de la poignée est mécaniquement bloquée entre les angles -45° et $+45^\circ$. L'absence de rotation de la poignée (i.e. $\delta = 0^\circ$) correspond au mot binaire valant 0 qui représente une consigne de trajectoire rectiligne.

Question 7 : Donner la résolution de ce capteur, c'est-à-dire sa précision angulaire.

Question 8 : Donner le nombre de positions effectivement mesurables avec la poignée du Hublex, ainsi que la plage des valeurs centrée autour de 0.

Pour des raisons de sécurité et de confort, l'exigence 1.4.3 impose que l'accélération centrifuge dans un virage soit limitée à $a_{fmax} = 0.5g$ avec $g = 9.81m.s^{-2}$ l'accélération de la pesanteur en France métropolitaine. Cette accélération centrifuge est définie par le rapport $a_f = \frac{v^2}{r_c}$.

Question 9 : Etablir la relation entre a_f , V et ω_{10} . En déduire la valeur maximale ω_{10max} du taux de rotation admissible satisfaisant l'exigence 1.4 et ses sous-exigences.

On considère que la valeur ω_{10max} est associée à un rayon de courbure minimal atteint lorsque $\delta = 45^\circ$ (poignée tournée au maximum) et que le rayon de courbure maximal est obtenu pour $\delta = 0^\circ$ (poignée au centre). En choisissant un modèle de proportionnalité inverse, on obtient les deux relations suivantes reliant les consignes de vitesse des deux moteurs à la consigne fournie par le pilote en se penchant (liée à V) et à la consigne issue de la poignée (liée à δ) :

$$V - L \cdot \frac{g \cdot \delta}{V \cdot \pi} = -R \cdot k \cdot \omega_{41}$$

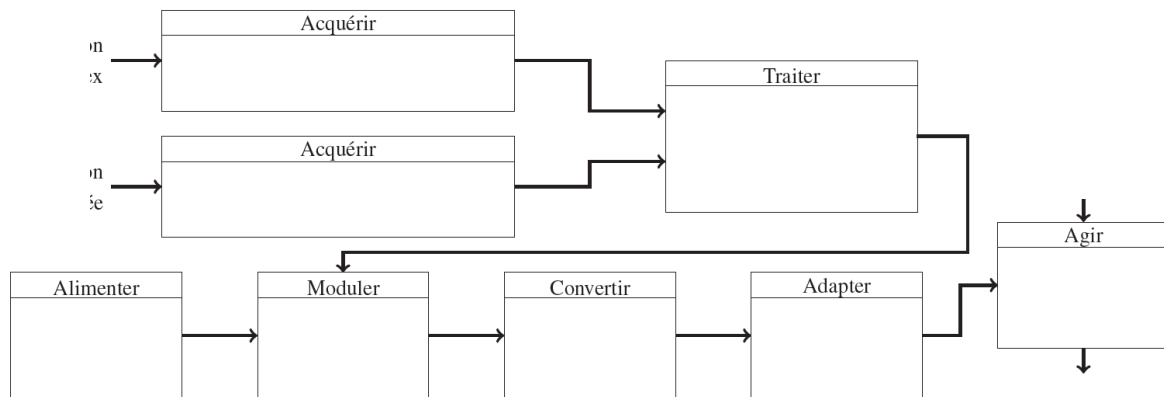
$$V + L \cdot \frac{g \cdot \delta}{V \cdot \pi} = -R \cdot k \cdot \omega_{51}$$

Question 10 : Compléter le schéma-bloc du document réponse n°2 représentant la génération des commandes des deux moteurs à partir des consignes données par le pilote permettant de respecter l'exigence 1.1.1 notamment.

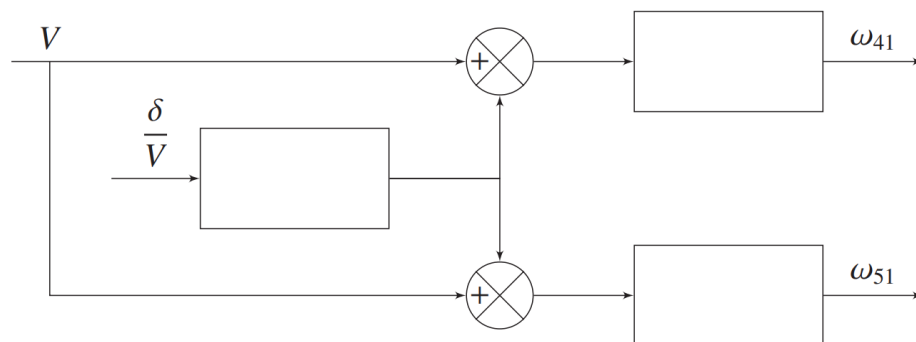
5 Document réponse

Exercice 1 :

Question n°1 :



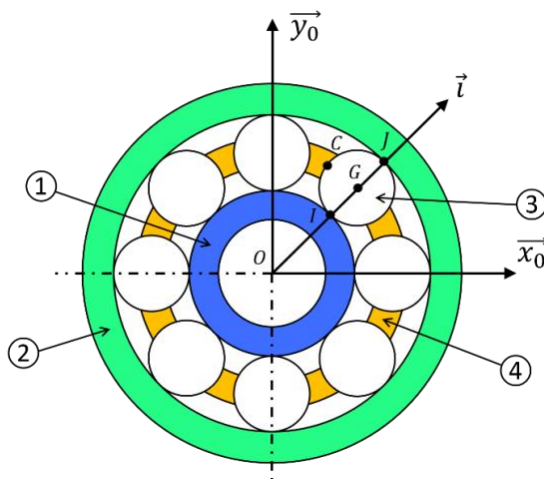
Question n°9 :



Exercice 2 : Roulement à billes



On s'intéresse dans cette étude à un composant mécanique très utilisé pour la réalisation de guidages en rotation : le roulement à billes. Son principe de fonctionnement permet de réduire les pertes énergétiques lorsqu'on souhaite réaliser une liaison pivot. Un roulement est composé de 4 éléments principaux : La bague intérieure, la bague extérieure, la cage et les billes.



- $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est associé au bâti 0.
- $\mathcal{R}_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1 = \vec{z}_0)$ est associé à la bague intérieure 1 en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti 0 tel que $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$.
- $\mathcal{R}_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2 = \vec{z}_0)$ est le repère associé à la bague extérieure en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti 0 tel que $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$.
- $\mathcal{R}_3(O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3 = \vec{z}_0)$ est le repère associé à la bille 3 qui roule sans glisser sur 1 en I et sur 2 en J et dont on peut considérer qu'elle est en liaison pivot d'axe $(G, \vec{z}_0)$ avec la cage 4 tel que $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3)$.
- $\mathcal{R}_4(O, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4 = \vec{z}_0)$ est le repère associé à la cage 4 en mouvement de rotation autour de $(O, \vec{z}_0)$ tel que $\theta_4 = (\vec{x}_0, \vec{x}_4)$.

On définit le repère $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{z}_0)$ tel qu'à tout instant le vecteur $\vec{i}$ possède la même direction et le même sens que le vecteur $\vec{OG}$. Il définit donc la position de la bille. On définit de plus les termes suivants :

$$\omega_k = \dot{\theta}_k \quad (k = 1, 2, 3, 4),$$

$$\vec{OI} = r_1 \cdot \vec{i},$$

$$\vec{OJ} = r_2 \cdot \vec{i},$$

$$\vec{GC} = \frac{1}{2} \cdot (r_2 - r_1) \cdot \vec{j}$$

Question 1 : Etablir les figures planes de changement de base.

Question 2 : Déterminer le torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{1/0}\}$ au point de réduction O puis au point I. Déterminer ensuite le torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{2/0}\}$ au point O puis au point J.

Question 3 : Exprimer les conditions de roulement sans glissement en I et en J. Etablir les expressions des vecteurs $\vec{V}_{I \in 3/0}$ et $\vec{V}_{J \in 3/0}$.

Question 4 : En déduite l'expression de ω_3 en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 et ω_2 en utilisant les résultats précédents ainsi que les champs de vecteur vitesse.

Question 5 : Déterminer $\vec{V}_{G \in 3/0}$ en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 et ω_2 .

Question 6 : A l'aide d'une composition des vitesses au point G, déterminer l'expression de ω_4 en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 et ω_2 . En déduire alors l'expression de ω_4 puis de $\vec{\Omega}_{3/4}$.

Question 7 : Déterminer enfin l'expression de la vitesse de glissement de la bille 3 par rapport à la cage 4 au point C en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 et ω_2 . Ce terme de la vitesse est à l'origine de la majeure partie des pertes d'énergie dans le roulement.

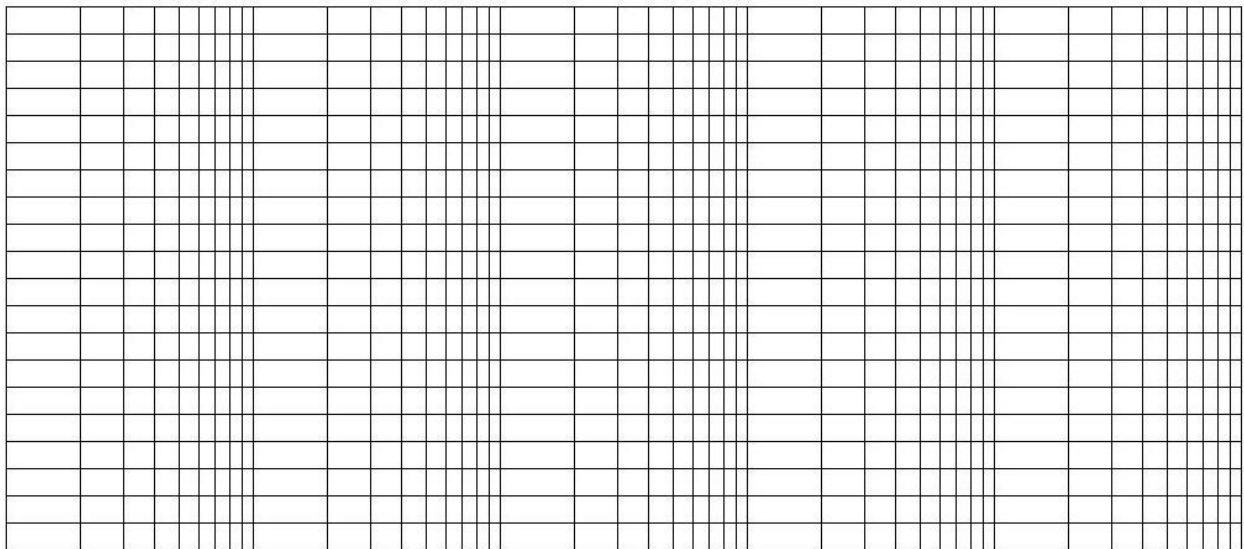
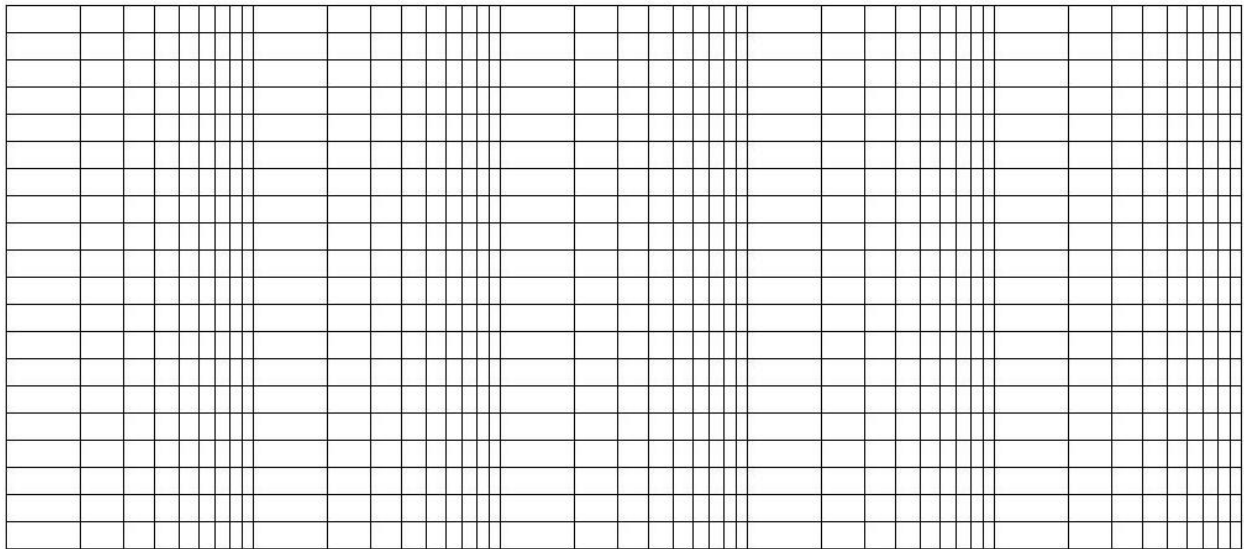
Analyse fréquentielle des SLCI

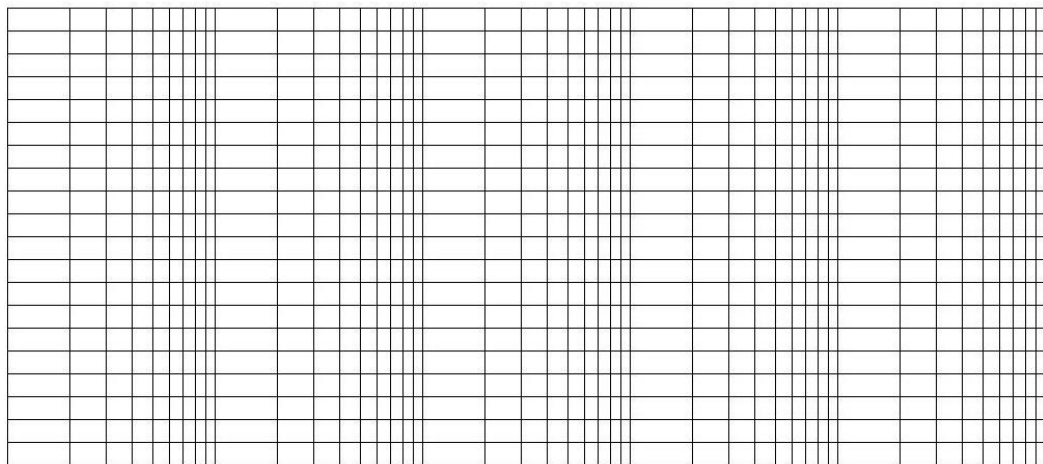
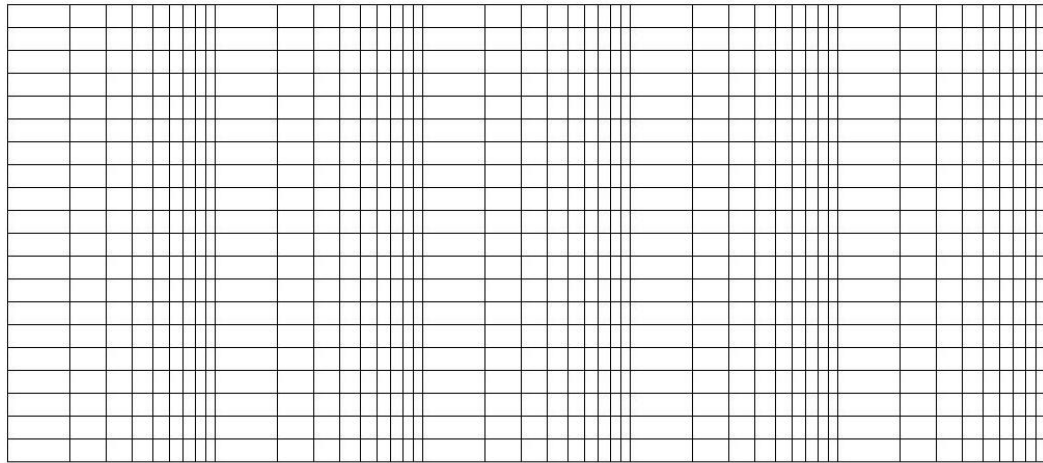
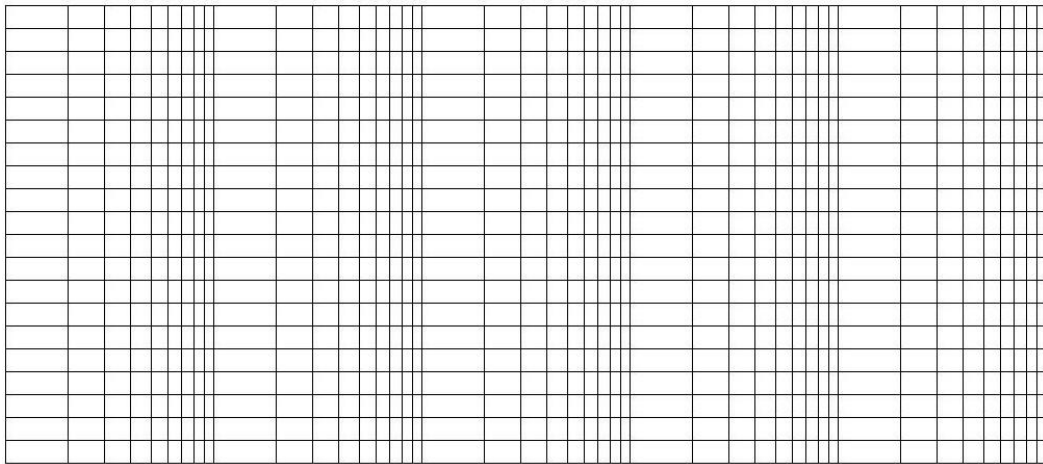
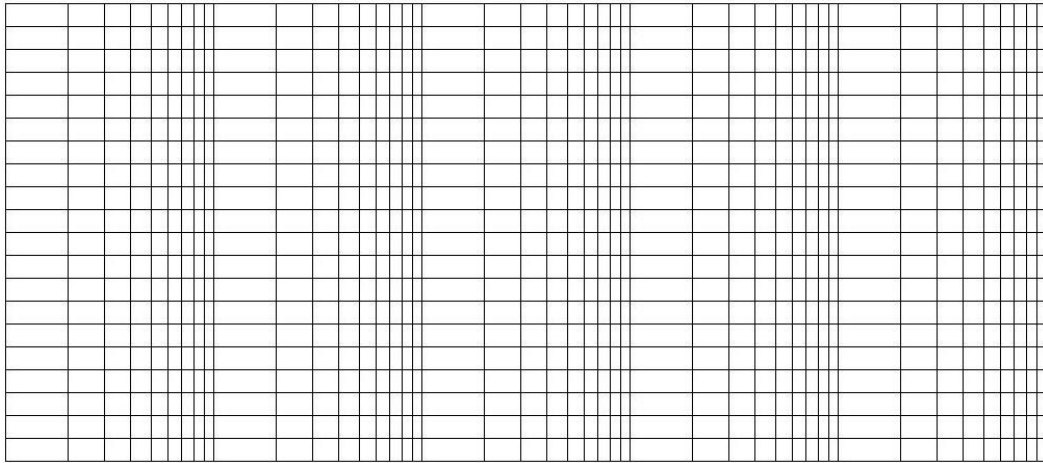
Exercice 3 : Tracés de diagrammes de Bode

Question 8 : Pour chacune de fonctions de transfert ci-dessous, donner les diagrammes asymptotiques de Bode en gain et en phase, et représenter l'allure du tracé réel.

$$H_1(p) = \frac{50(1 + 10^{-3} \cdot p)}{1 + 10^{-1} \cdot p} \quad ; \quad H_2(p) = \frac{27}{p \cdot (1 + 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot p + 7 \cdot 10^{-5} \cdot p^2)} \quad ;$$

$$H_3(p) = \frac{225}{5 \cdot (1 + 10^{-3} \cdot p + 10^{-8} \cdot p^2)} \quad ; \quad H_4(p) = \frac{1}{p} \cdot (1 + 10^{-2} \cdot p) \cdot (1 + 10^{-4} \cdot p)$$





Exercice 4 : Robot MIR (Machine d'Inspection des Réacteurs rapides)



1 Présentation

Le robot MIR a été développé pour la vérification des cuves des réacteurs à neutrons rapides. L'objectif du robot MIR est de :

- assurer le contrôle surfacique télévisuel des soudures des deux cuves et des zones adjacentes ;
- assurer le contrôle volumique par ultrasons des soudures de la cuve principale et des zones adjacentes. Une possibilité était offerte d'effectuer ce contrôle sur la cuve de sécurité ;
- mesurer en permanence la distance entre les deux cuves.

Pour cela, le robot se déplace entre la cuve principale et la cuve de sécurité. Compte-tenu de l'environnement complexe (gaz neutre, température élevée, exigüité), le robot est accompagné de plusieurs sous-ensembles nécessaires à son installation et à son fonctionnement. Le robot est en permanence relié à un filin de traction et à un ombilical par lequel transitent la puissance électrique, les signaux d'information et différents gaz dont celui nécessaire au refroidissement. Pour garantir un bon enroulement de l'ombilical, un système de treuil est installé au-dessus de la dalle du réacteur.

On négligera pour la suite, les actions du filin de traction et de l'ombilical sur le robot.

Pour assurer le refroidissement des composants du robot, il est aussi nécessaire de disposer d'un compresseur et d'un groupe frigorifique. Ces deux sous-ensembles sont alimentés par le réseau central.

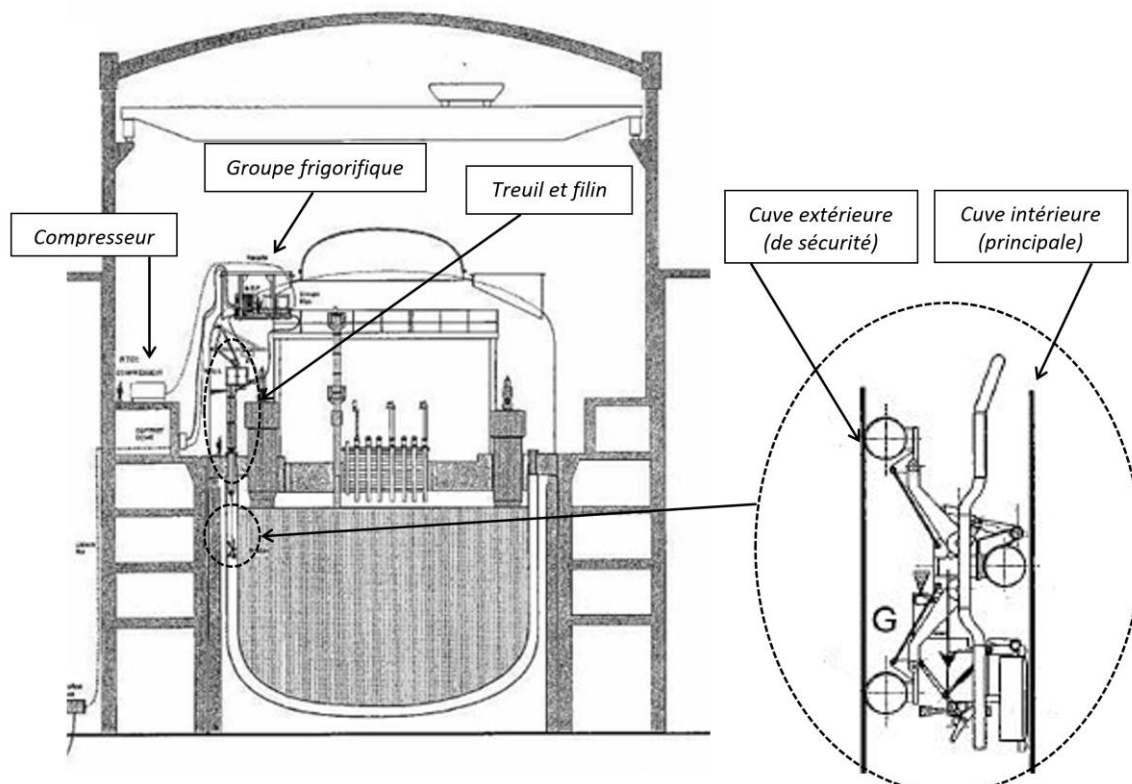


Figure 1 : Implantation du robot MIR lors d'une intervention

Description structurelle :

Le robot MIR est un véhicule motorisé composé d'un châssis tubulaire, de quatre bras articulés et des composants nécessaires à la mise en œuvre des contrôles et mesure. La structure est en acier inoxydable. La masse est d'environ 180 kg.

Les dimensions hors tout dépendent de la position des bras articulés. Elles sont de :

- 2000 x 700 x 450 mm en position repliée
- 2000 x 800 x 700 +/- 50 mm en position déployée

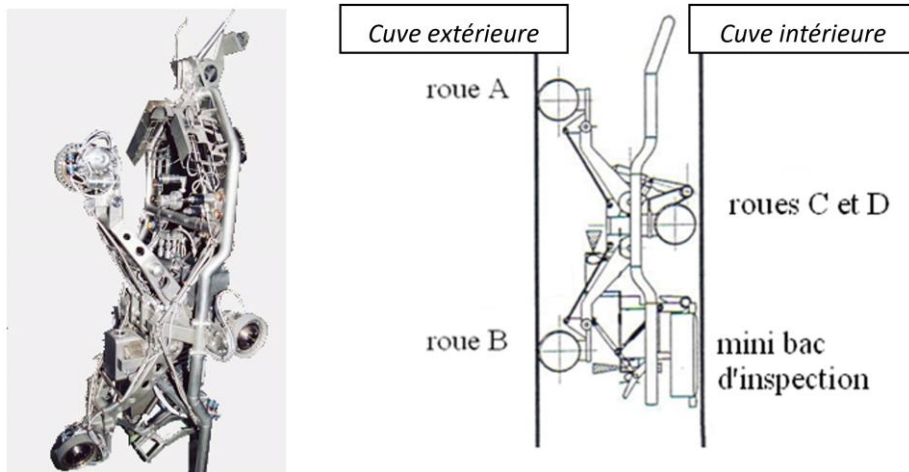


Figure 2 : Robot MIR en position déployée

A l'extrémité de chaque bras, se trouve une roue motorisée en rotation et en direction. Il y a donc au total 4 roues qui servent d'appui contre les parois de cuve (principale et de sécurité).

Sur la partie inférieure, sont situés le mini bac d'inspection et son système de plaquage. Ce sous-ensemble constitue le dispositif d'inspection proprement dit. Le rôle dévolu au reste du robot étant de positionner le mini bac d'inspection au droit de la soudure à contrôler.



Figure 3 : Vue générale d'un module de roue

Chaque roue utilise un module de déplacement. Il y a quatre modules de déplacement sur le robot MIR, pilotant le déplacement.

Chaque module est composé d'un corps, d'une roue, du motoréducteur de traction, du motoréducteur d'orientation et du potentiomètre d'orientation.

La roue est la pièce tournante en contact avec les parois de la cuve. La surface extérieure torique est revêtue d'une couche mince de carbure de tungstène déposé par projection plasma. Ce revêtement est très tenace et présente l'avantage d'avoir un coefficient de frottement sur l'acier inoxydable élevé.

Le **motoréducteur de traction** permet la rotation de la roue pour faire avancer le robot. Le motoréducteur est composé :

- d'un moteur à courant continu (puissance = 48 W ; tension = 60 V ; intensité maximale = 0,7 A) ;
- d'une génératrice tachymétrique : cet instrument permet de mesurer la vitesse de la roue en générant une tension proportionnelle à la vitesse de rotation ;
- d'un réducteur Harmonic Drive extra-plat dont le rapport de réduction est de 1/160.

Ces composants sont montés dans un carter spécifique dont la conception permet un débrayage éventuel après action sur un boulon fusible. Cette action permet, exceptionnellement, de rendre la roue folle en cas de grippage d'un composant.

La durée de vie des modules de déplacement est estimée à 1000 mètres de déplacement du robot, soit environ le contrôle complet d'une moitié de cuve principale.

D'autres éléments construits autour d'actionneurs permettent entre autres de plaquer les roues sur la cuve, d'imposer un déplacement du transducteur (dispositif convertissant une information sur l'état des soudures à inspecter en un signal électrique) du mini bac d'inspection.

On donne ci-dessous un extrait du cahier des charges pour le robot MIR :

Fonction	Nom	Critères	Niveaux
F1	Avancer entre les cuves à vitesse déterminée	Vitesse de déplacement 6 mm/s.	± 1 mm/s
F2	Limiter la vitesse d'impact du mini bac d'inspection sur la paroi	Vitesse de contact	0,2 m/s
F3	Maintenir un effort presseur suffisant sur le mini bac	Effort normal	400 N
F4	Déplacer le transducteur à vitesse constante	Vitesse d'inspection 5 mm/s	± 0.5 mm/s
F5	Exercer un couple suffisant sur les roues	Moteur courant continu avec réducteur	Couple moteur maxi 0,35 N.m Réduction 1/160

2 Etude de la fonction : Avancer entre les cuves à vitesse fixée.

Problématique : Déterminer la vitesse de rotation des roues.

Pour que l'engin puisse se déplacer entre les cuves, chaque roue dispose d'un motoréducteur indépendant. Le robot se déplace dans la partie inférieure de la cuve qui localement peut être modélisée par une sphère.

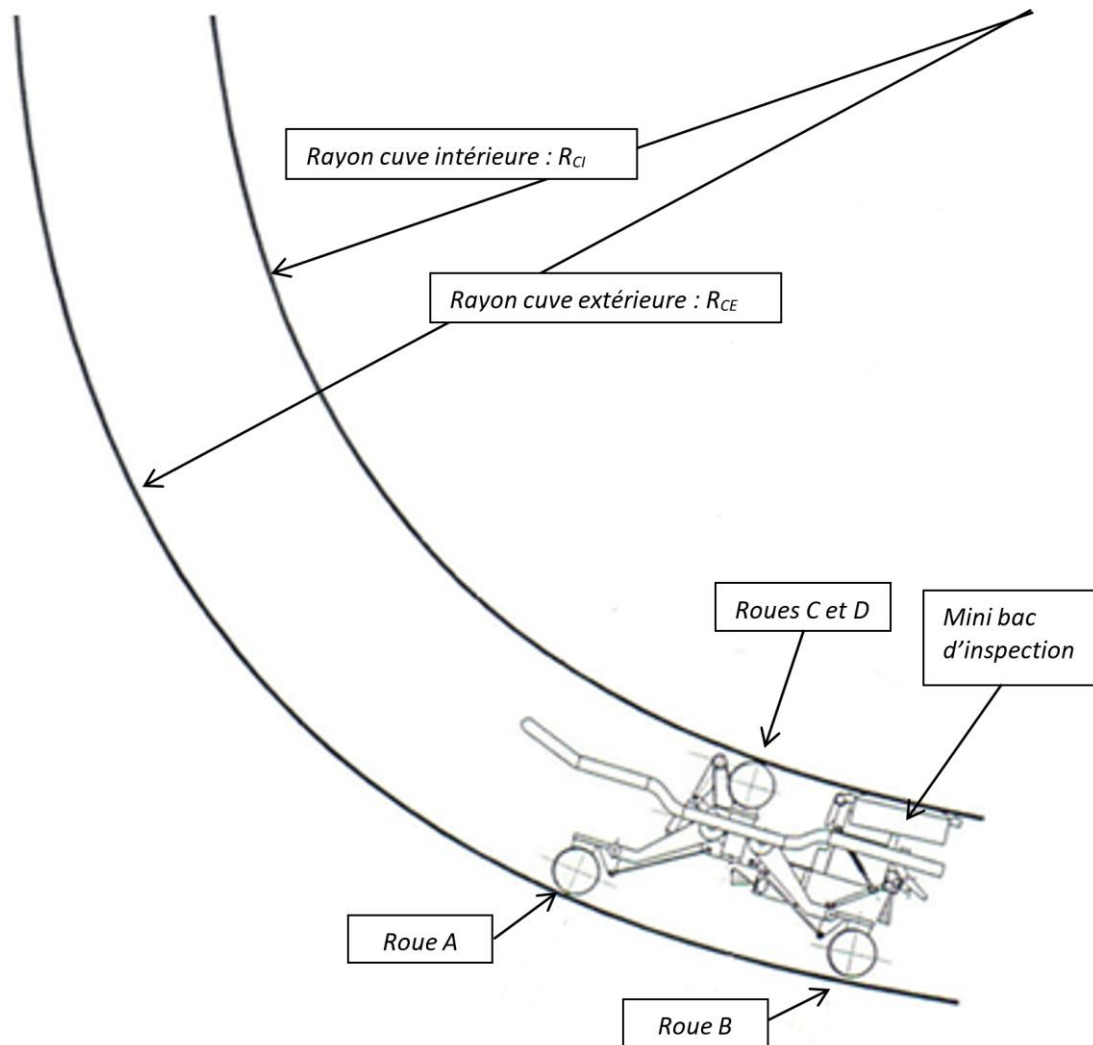


Figure 4 : Robot dans la zone sphérique

Les dimensions des composants mécaniques sont les suivantes :

Rayon des roues : $r = 90 \text{ mm}$

Rayon de la cuve intérieure : $R_{CI} = 9 \text{ m}$

Rayon de la cuve extérieure : $R_{CE} = 9.7 \text{ m}$

Le mini-bac d'inspection se déplace à la vitesse de glissement V_g de $6 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ par rapport à la cuve intérieure vers le fond de la cuve.

Hypothèse de modélisation : Les solides sont supposés indéformables. On note S_A , S_B , S_C et S_D les quatre roues. On suppose (par symétrie) que le problème est plan. Ainsi, les roues S_C et S_D sont confondues et contenues dans le même plan radial que les roues S_A et S_B . On distingue ainsi 3 points de contact entre les roues et les parois des cuves. Ces points sont notés I_A , I_B et I_{CD} . Le point I_{mb} est le centre de la surface de plaquage du mini-bac sur la paroi.

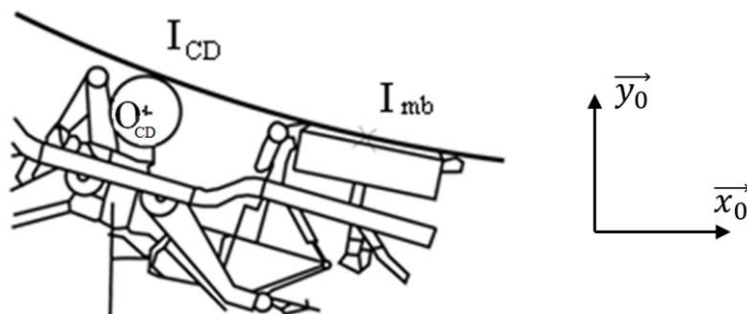


Figure 5 : Détail des points de contact du robot sur les parois

Question 1 : Déterminer sous forme littérale l'expression de $\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \omega_{1/0} \cdot \vec{z}_0$, vitesse angulaire du robot 1 par rapport au repère des cuves 0, en fonction de R_{CI} et V_g . Faire ensuite l'application numérique.

Question 2 : Déterminer l'expression de $\overrightarrow{V_{O_{CD} \in 1/0}}$ sous forme littérale en fonction de $\omega_{1/0}$, r et R puis effectuer l'application numérique.

Question 3 : Combien de temps faut-il au robot pour faire le trajet en demi-cercle qui correspond au passage dans la partie sphérique des cuves (en considérant le problème plan) ?

On suppose qu'il y a roulement sans glissement des roues sur les parois.

Question 4 : Déterminer sous forme littérale l'expression de $\overrightarrow{\Omega_{CD/1}}$: vitesse angulaire des roues par rapport au corps du robot. Faire l'application numérique.

3 Etude de la fonction : Synchroniser les vitesses des roues

Problématique : Synchroniser les vitesses de rotations des quatre roues.

La synchronisation automatique de la vitesse des quatre roues est basée sur la parfaite réversibilité de la transmission des efforts roue $\rightarrow$ réducteur $\rightarrow$ moteur. Ceci se concrétise par le fait que, pour une consigne de vitesse donnée, le contrôle-commande envoie la même tension aux bornes des quatre moteurs. La synchronisation s'effectue alors par les variations imposées au courant moteur.

Par exemple si un motoréducteur a tendance à induire une vitesse supérieure à celle imposée par le déplacement de l'engin, cette tendance se traduit par un couple moteur plus grand, donc par une augmentation de l'intensité qui induit elle-même une diminution de la vitesse jusqu'à la valeur permise.

Ce principe qui permet un contrôle-commande relativement simple exige en contrepartie une réversibilité parfaite de fonctionnement du réducteur, toute dégradation de cette réversibilité entraînant rapidement un fonctionnement chaotique de l'engin.

Dans l'étude, on ne s'intéresse qu'aux roues inférieures S_A et S_B .

Les roues S_A et S_B sont munies des mêmes motoréducteurs. Ils sont commandés en tension.

On s'intéresse tout d'abord au moteur de la roue S_A , et on adoptera les notations suivantes :

- $\omega_{mA}(t)$: vitesse angulaire de rotation à la sortie du moteur, avant l'étage de réduction en rd.s^{-1}
- $C_{mA}(t)$: Couple exercé par le moteur sur l'arbre de la roue S_A en N.m .
- $C_{mB}(t)$: Couple exercé par le moteur sur l'arbre de la roue S_B en N.m .
- J : Moment d'inertie équivalent. en kg.m^2 .

On donne ci-dessous les équations régissant le fonctionnement du moteur :

$$\begin{aligned} u(t) &= R \cdot i_A(t) + e_A(t) \\ C_{mA}(t) + C_{mB}(t) &= J \cdot \frac{d\omega_{mA}(t)}{dt} \\ e_A(t) &= K_A \cdot \omega_{mA}(t) \\ C_{mA}(t) &= K_A \cdot i_A(t) \end{aligned}$$

La grandeur physique d'entrée est la tension de commande appliquée aux bornes du moteur, la sortie est la vitesse de rotation de la roue S_A . On peut modéliser le système par le schéma bloc fonctionnel suivant :

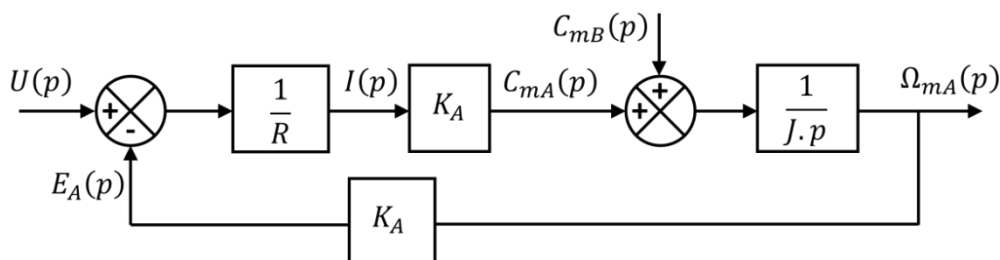


Figure 6 : Schéma bloc d'un actionneur

Question 5 : Exprimer $H_{A1}(p) = \left(\frac{\Omega_{mA}(p)}{U(p)} \right)_{C_{mB}(p)=0}$ sous forme canonique.

On suppose que $C_{mB}(p) = 0$. On soumet le motoréducteur à un échelon de tension d'amplitude u_0 .

Question 6 : Donner alors (sans calculs) la vitesse de rotation finale atteinte par la roue S_A .

Question 7 : Exprimer $H_{A2}(p) = \left(\frac{\Omega_{mA}(p)}{C_{mB}(p)} \right)_{U(p)=0}$ sous forme canonique

Lorsque les roues tournent à la même vitesse, on a la structure du schéma-bloc de la figure 6 pour chacune des roues. Mais si les moteurs ont une légère différence de comportement (par exemple dans le cas où K_A est légèrement différent de K_B) alors ils sont supposés atteindre des vitesses différentes. Cependant, les roues sont contraintes par le châssis et l'adhérence aux parois à tourner à la même vitesse. Elles exercent alors l'une sur l'autre un effort qu'on peut ramener à l'arbre moteur sous la forme d'un couple supplémentaire C_{mB} sur la roue S_A et C_{mA} sur la roue S_B . On est alors ramené au schéma bloc fonctionnel suivant :

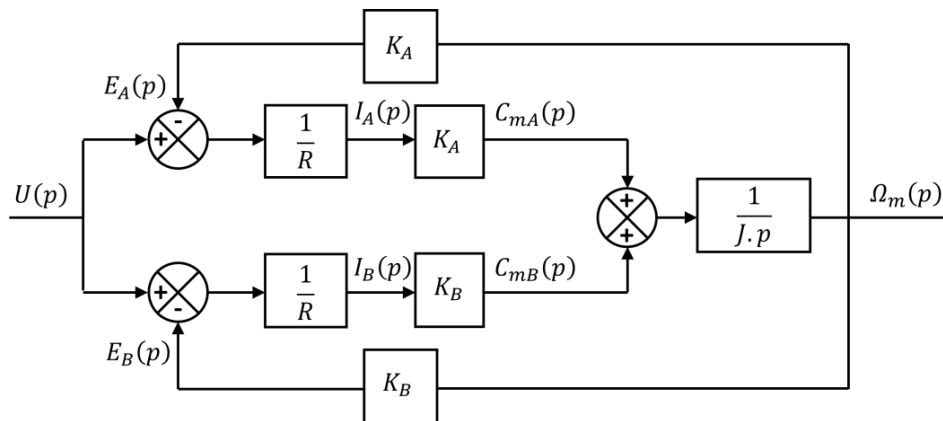


Figure 7 : Schéma bloc fonctionnel de deux actionneurs

Question 8 : Exprimer la fonction de transfert globale sous forme canonique : $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$. Pour cela, exprimer en premier lieu $\Omega_m(p)$ en fonction de $C_{mA}(p)$ et $C_{mB}(p)$ puis remplacer ces deux termes par leurs expressions en fonction de $U(p)$, $E_A(p)$ et $E_B(p)$.

Question 9 : Pour une entrée échelon d'amplitude u_0 , calculer la valeur asymptotique atteinte par chacun des moteurs. On la notera ω_{finale} . Conclure alors quant à la possibilité d'avoir roulement sans glissement entre les roues et la cuve.

4 Etude de la fonction : Déplacer le transducteur à vitesse constante

Le robot MIR étant à l'arrêt entre les deux cuves, le mini bac est plaqué contre la paroi de la cuve à contrôler. Pour l'inspection des soudures, le transducteur 13 (capteur de l'état des soudures) doit se déplacer à l'intérieur du mini bac d'inspection à vitesse constante. Le mini bac est rempli d'un fluide visqueux. L'inspection peut avoir lieu pour n'importe quelle position du robot MIR, donc l'angle α qui caractérise la direction du déplacement du transducteur par rapport à l'horizontale, est susceptible de prendre toute valeur comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ (robot tête en bas) et $+\frac{\pi}{2}$ (robot tête en haut). Afin de garantir la qualité des résultats de mesure, le transducteur doit donc se déplacer à une vitesse V_0 constante par rapport à la paroi, et ceci pour toute valeur de l'angle α .

Problématique : Qualifier la précision statique du système.

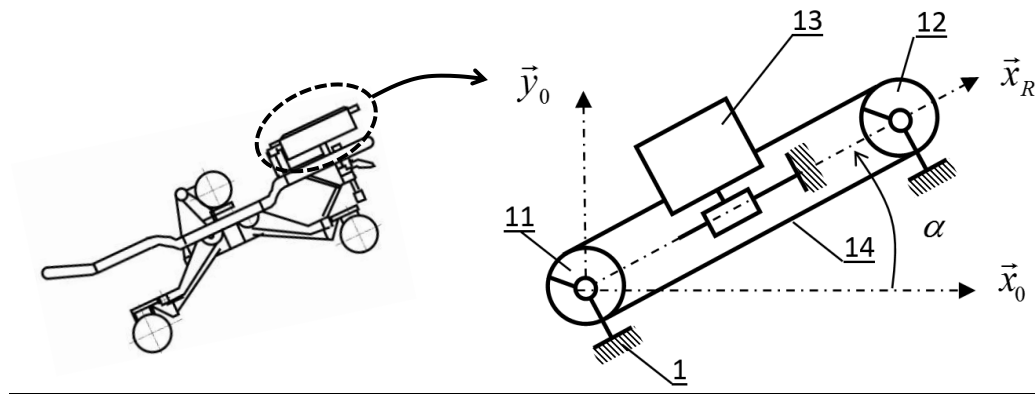


Figure 8 : Schématisation de l'intérieur du mini bac

Le transducteur est en liaison glissière de direction $\vec{x}_R$, avec le corps **1** du robot MIR. La chaîne d'énergie est composée entre autre, d'un actionneur rotatif qui exerce un couple $c(t)$ sur le pignon **11** qui est en liaison pivot, supposée parfaite, avec le robot MIR. Un système poulies (**11** et **12**) et courroie crantée **14** impose le mouvement de translation au transducteur **13** (cf. schéma de la figure 8).

Le fluide du mini bac exerce un effort visqueux directement proportionnel à la vitesse de déplacement et caractérisé par le coefficient de frottement visqueux μ en $N/(m \cdot s^{-1})$ uniquement sur le transducteur **13**.

Données :

- Masse du transducteur : m_t
- Rayon de chaque pignon : r_p
- Champ de pesanteur : $-g \cdot \vec{y}_0$

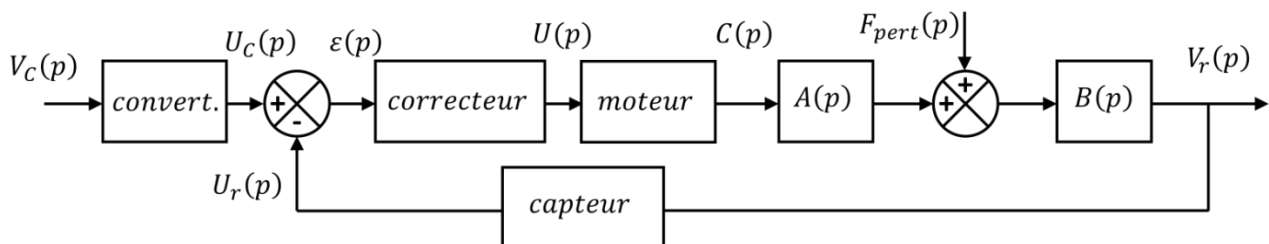
Notation :

- $c(t)$: Couple moteur exercé sur le pignon **11**.
- $v_r(t)$: Vitesse de translation du transducteur **13**.

Le comportement dynamique du système est régi par l'équation suivante :

$$M \cdot \frac{dv_r(t)}{dt} = \left(-\frac{1}{r_p} \right) \cdot c(t) - \mu \cdot v_r(t) - m_t \cdot \sin \alpha \cdot g \quad (1)$$

On cherche à garantir une vitesse de translation du transducteur **13** égale à la valeur de consigne. Pour cela, on réalise le système bouclé suivant :



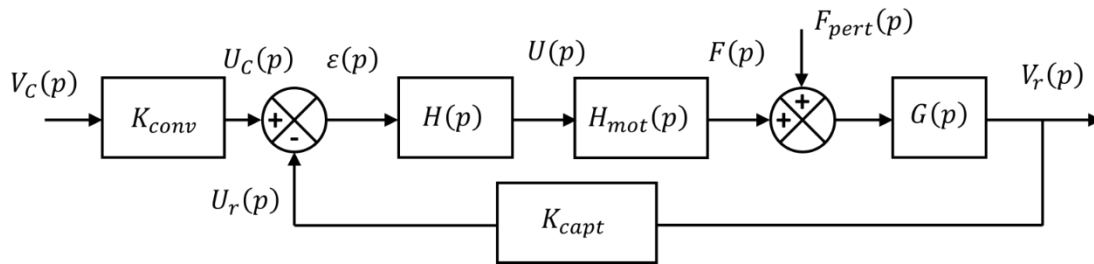
$F_{pert}(p)$ est la transformée de Laplace de $f_{pert}(t) = -m_t \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot u(t)$ avec $u(t)$ l'échelon de Heaviside.

Question 10 : En supposant des conditions initiales nulles, exprimer les fonctions $A(p)$ et $B(p)$ en fonction des données.

On suppose que le capteur est modélisé par un gain pur K_{capt} .

Question 11 : En supposant une perturbation nulle, quelle doit être la valeur du convertisseur (notée K_{conv}) afin que le système soit correctement asservi ?

On adopte désormais la modélisation suivante :



Avec : $H_{mot}(p) = \frac{K_m}{1+\tau_m p}$, $G(p) = \frac{K}{1+\tau p}$ et $H(p) = K_{cor}$ fonction de transfert du correcteur.

Question 12 : En supposant $K_{cor} = 1$, tracer les diagrammes asymptotiques de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p) = \frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)}$. La perturbation est supposée nulle. On utilisera les valeurs numériques suivantes pour les tracés :

$K_m = 0.1 \text{ N.V}^{-1}$, $\tau_m = 0.01 \text{ s}$, $K_{capt} = 50 \text{ V.(m.s}^{-1}\text{)}^{-1}$, $K = 200 \text{ m.s}^{-1}.\text{N}^{-1}$, $\tau = 1 \text{ s}$

Question 13 : D'après les tracés, déterminer approximativement le gain en décibels de la fonction de transfert en boucle ouverte pour la pulsation particulière de 100 rd.s^{-1} . On fera pour cela l'hypothèse que le gain réel d'un système du premier ordre est sensiblement égal au gain asymptotique lorsqu'on choisit une pulsation décalée d'au moins une décade par rapport à la pulsation de cassure.

Question 14 : Déterminer l'expression des fonctions de transfert $H_1(p) = \left(\frac{V_r(p)}{V_c(p)} \right)_{F_{pert}(p)=0}$ et $H_2(p) = \left(\frac{V_r(p)}{F_{pert}(p)} \right)_{V_c(p)=0}$.

Question 15 : En supposant K_{cor} un réel strictement positif, déterminer l'écart statique (sous forme littérale) en prenant en compte la perturbation lorsque le système est soumis à une entrée échelon d'amplitude v_0 .

On remplace le correcteur proportionnel de gain pur K_{cor} par un correcteur dit intégral dont la fonction de transfert est de la forme $\frac{K_{cor}}{p}$.

Question 16 : Justifier l'emploi de ce type de correcteur pour ce système en regard de l'erreur statique du système ainsi corrigé.

5 Modélisation fine d'un dispositif de déplacement du transducteur

Une modification du dispositif de déplacement du transducteur est opérée. Les premiers essais en boucle ouverte visant à caractériser la réponse harmonique de ce nouveau système amènent aux diagrammes de gain et de phase présentés sur la figure n°9.

Question 17 : Déterminer par identification fréquentielle la fonction de transfert, notée $H_3(p)$, qui caractérise le nouveau système.

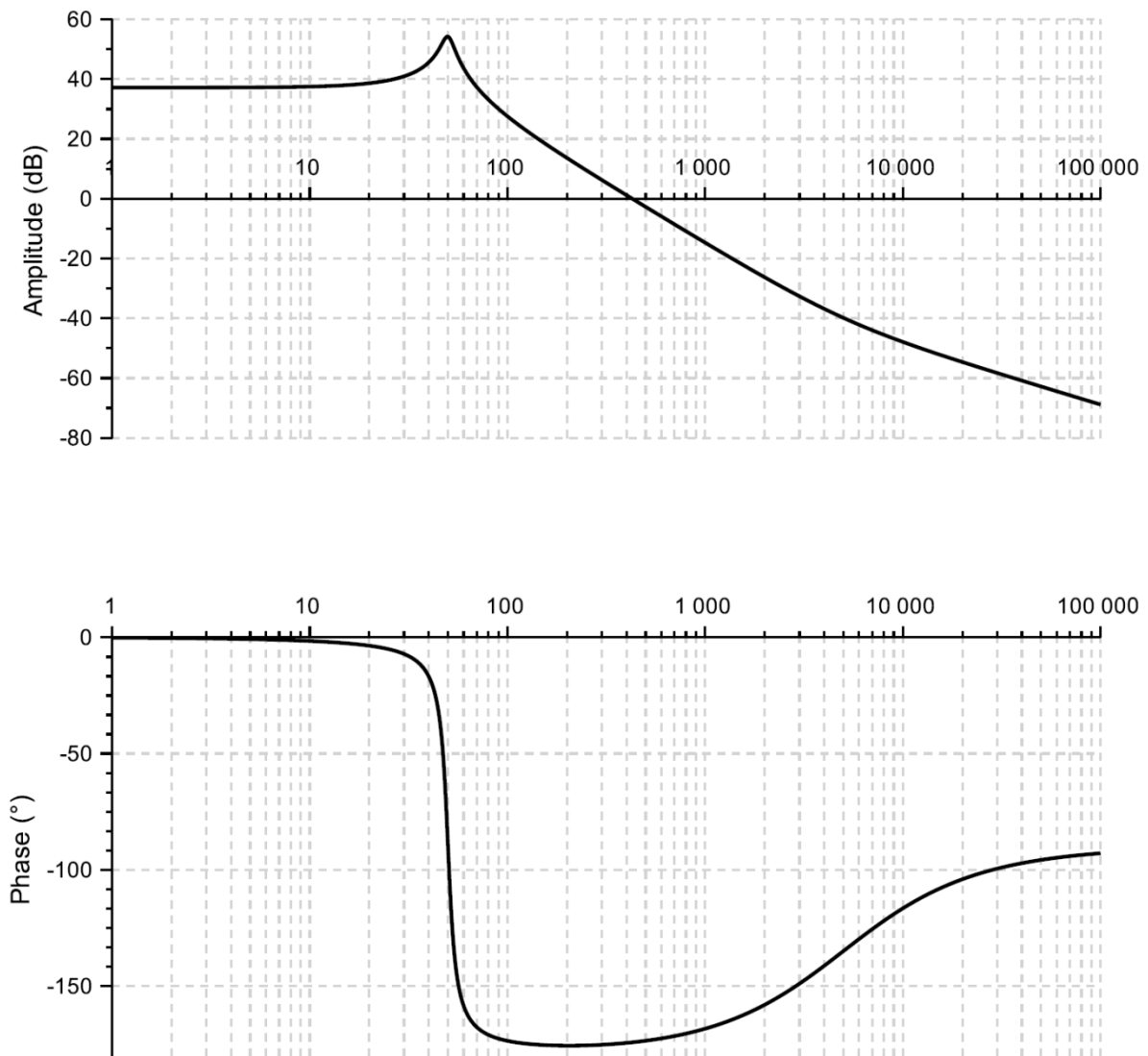
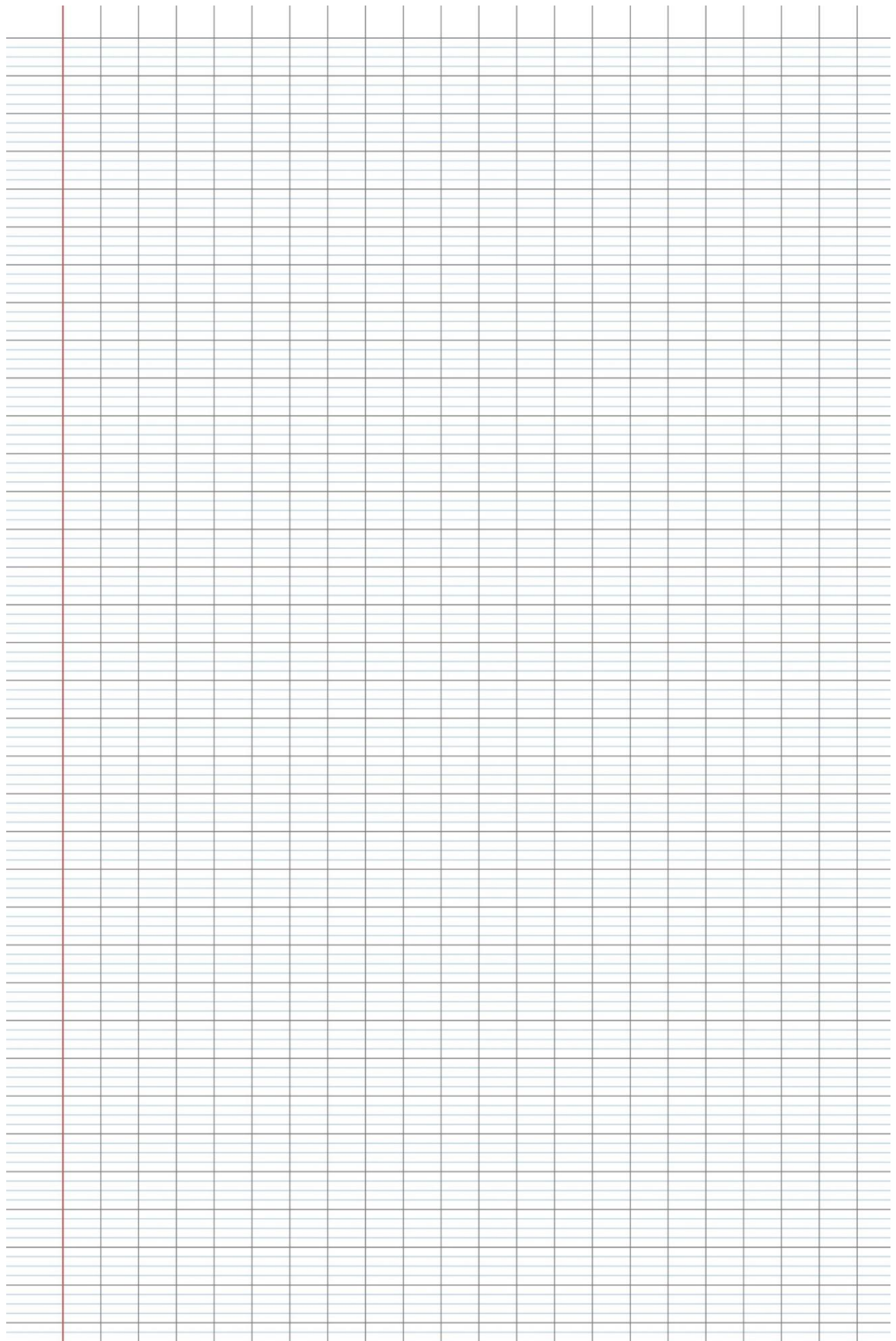
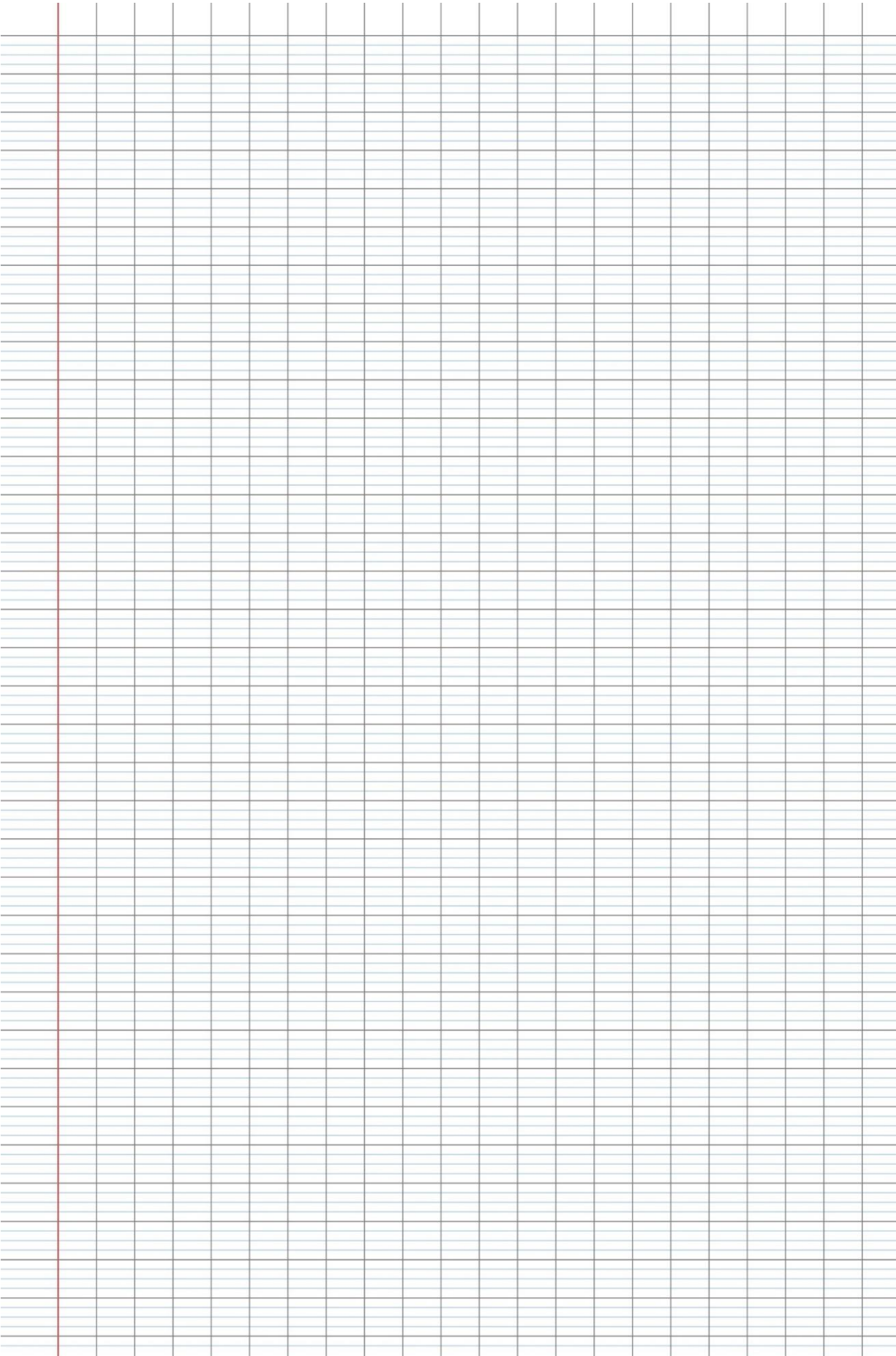
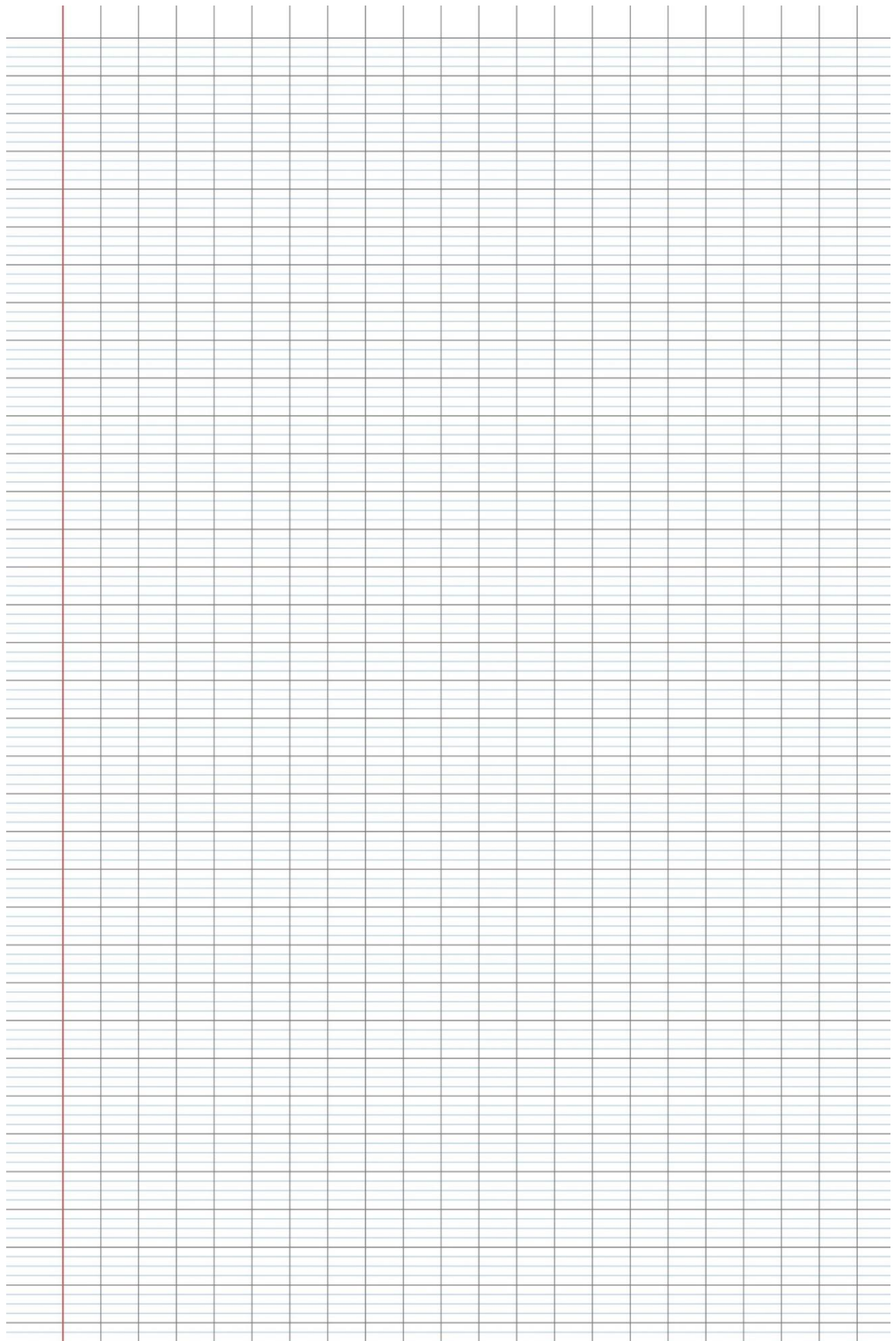
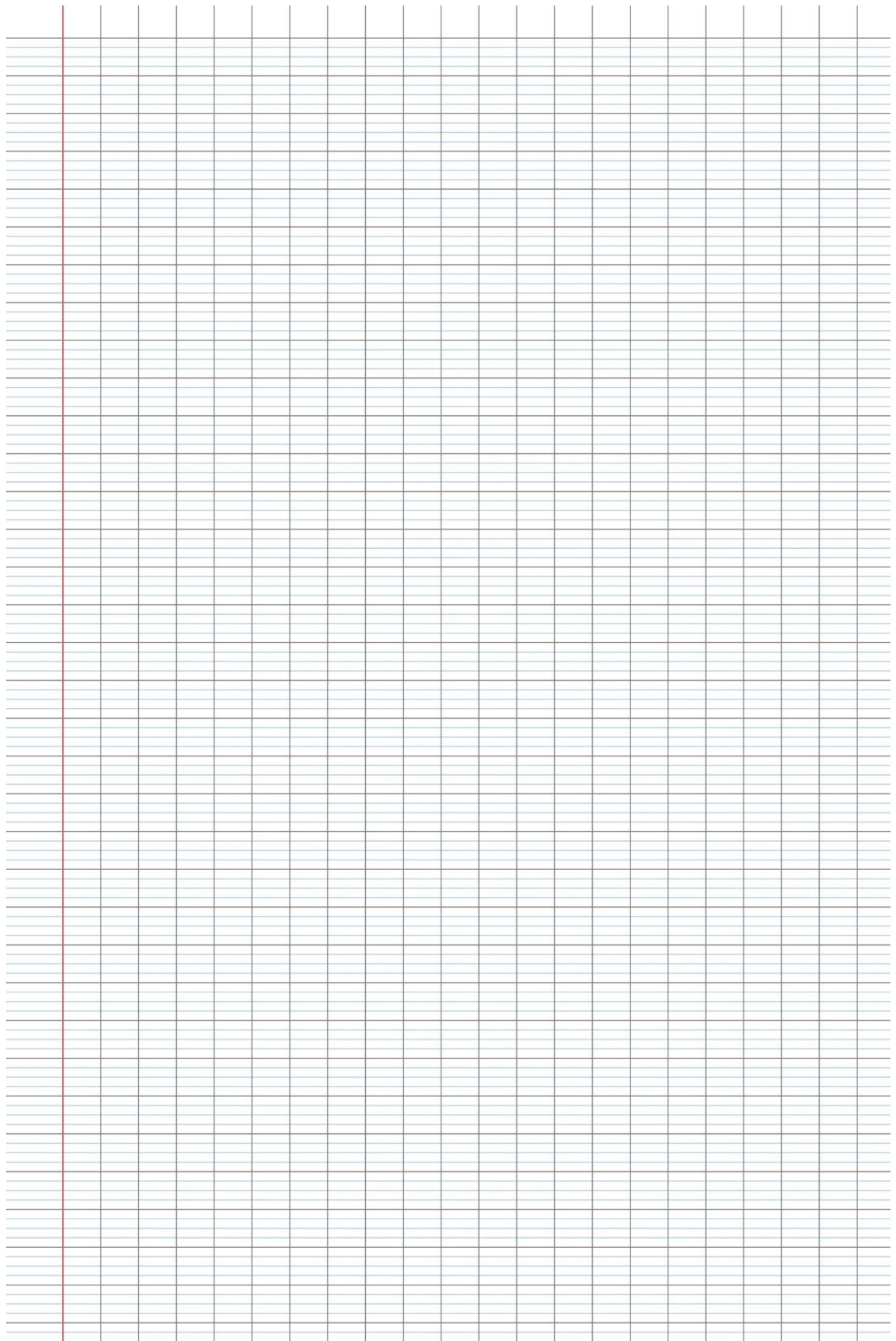


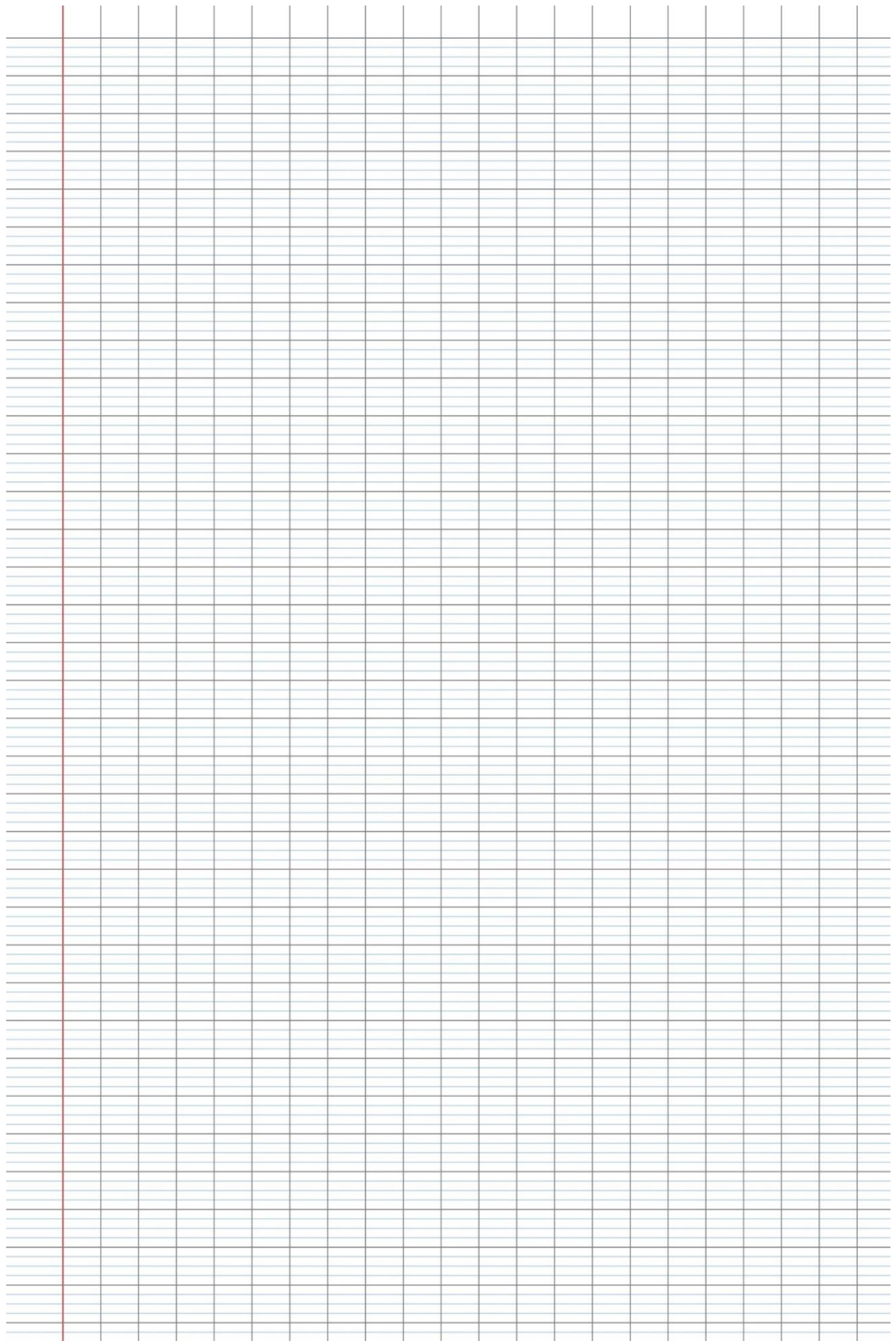
Figure 9 : Réponse harmonique en boucle ouverte du nouveau dispositif

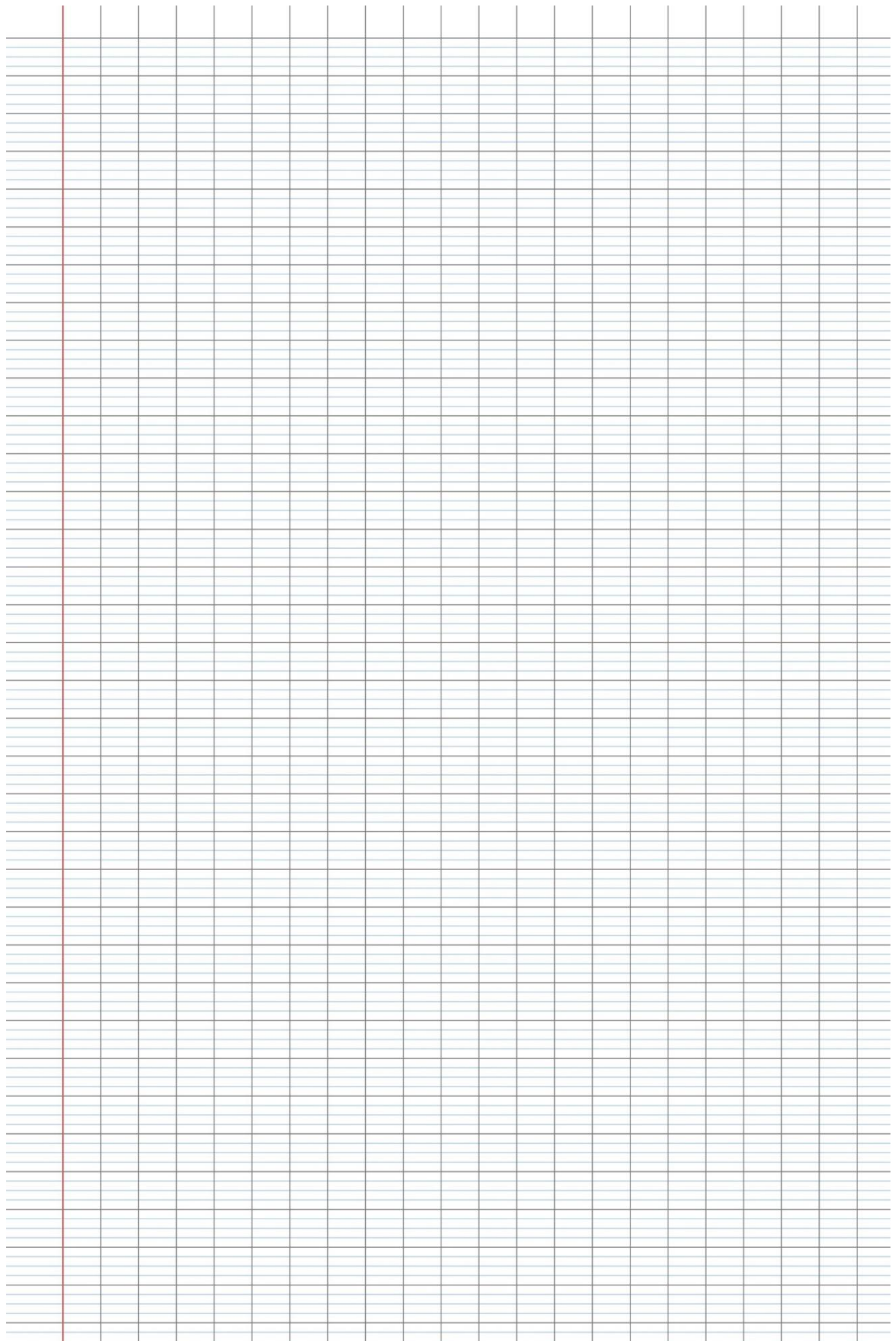












Exercice 5 : Bras collaboratif ZE Solution

1 Présentation :

Dans le contexte industriel actuel, il existe encore un grand nombre de tâches pénibles qui ne peuvent pas être automatisées et où le geste humain reste indispensable. L'introduction d'une assistance robotique peut alors être envisagée pour réduire les efforts que l'opérateur doit fournir et ainsi éviter l'occurrence de troubles musculo-squelettiques. Le bras collaboratif de l'entreprise Sapelem, nommé ZE Solution, permet de manipuler intuitivement différents types de charges allant jusqu'à 200 kg « sans effort ». Afin de respecter la confidentialité de ce système, les données et résultats présentés dans ce sujet sont approchés et limitatifs par rapport à la solution industrielle réelle.



Figure 1 : Bras manipulateur collaboratif Sapelem et environnement de manutention

2 Mise en évidence de l'objectif de l'étude :

Objectif : S'approprier la problématique du sujet en effectuant une vérification partielle des exigences d'un bras manipulateur collaboratif.

2.1 Exigences du commanditaire :

Voir diagramme figure 2.

2.2 Architecture matérielle de la solution :

Le diagramme de définition de blocs du bras manipulateur collaboratif qui constitue l'objet de cette étude est fourni sur la figure 3.

Dans toute l'étude, seul le mouvement vertical de la charge sera étudié.

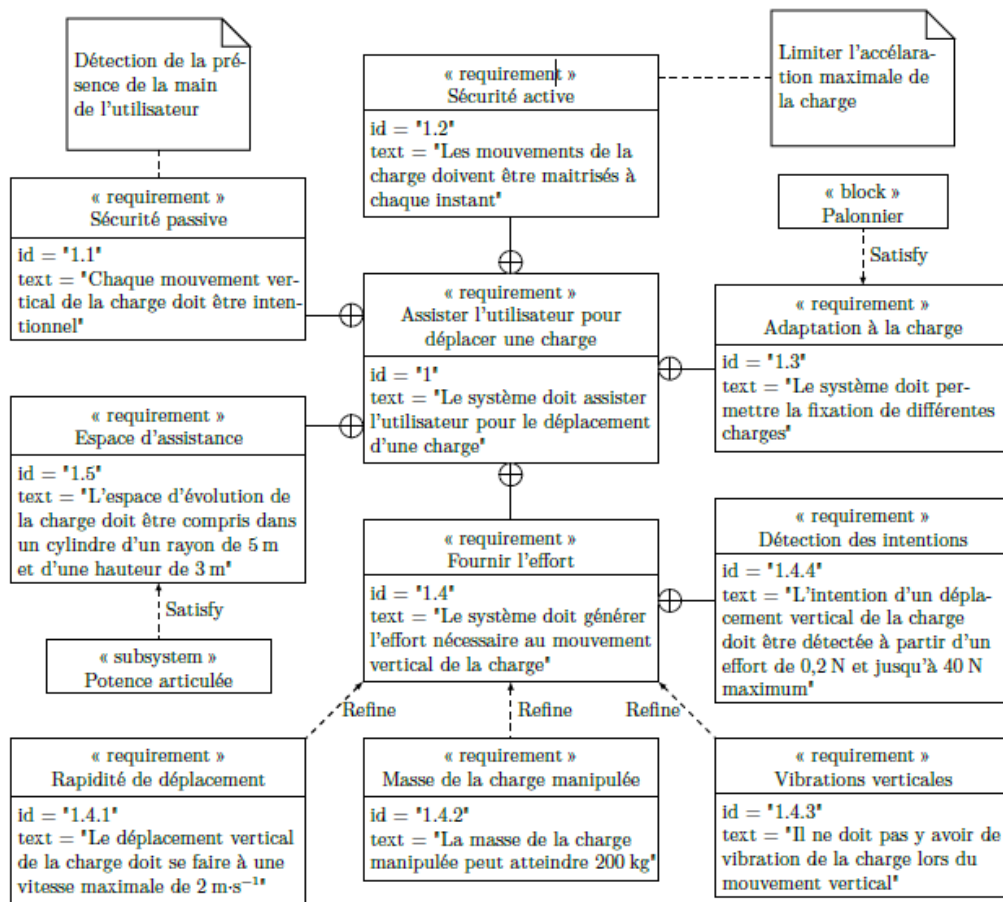


Figure 2 : Diagramme des exigences du bras manipulateur collaboratif

2.3 Vérification partielle des exigences :

2.3.1 Sécurité active :

Afin de satisfaire l'exigence id 1.2, il est nécessaire de s'assurer que le câble de levage est toujours tendu. On désigne l'ensemble {palonnier + charge transportée} sous le terme générique « charge ». Cette charge a pour masse M . Lors d'un déplacement vertical, le câble exerce sur cette charge une force $T \cdot \vec{z}$ où $\vec{z}$ est un vecteur unitaire dirigé vers le haut. On note $a \cdot \vec{z}$ le vecteur accélération vertical de la charge par rapport au référentiel galiléen. L'action de la main de l'utilisateur sur la poignée est négligée par rapport aux autres actions durant cette phase. Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la charge donne :

$$T = M \cdot (a + g)$$

Question 1 : Pour quelle valeur de l'accélération a , la résultante T s'annule-t-elle ? Conclure sur le critère à respecter pour valider l'exigence id 1.2.



Figure 4 Bras manipulateur en situation

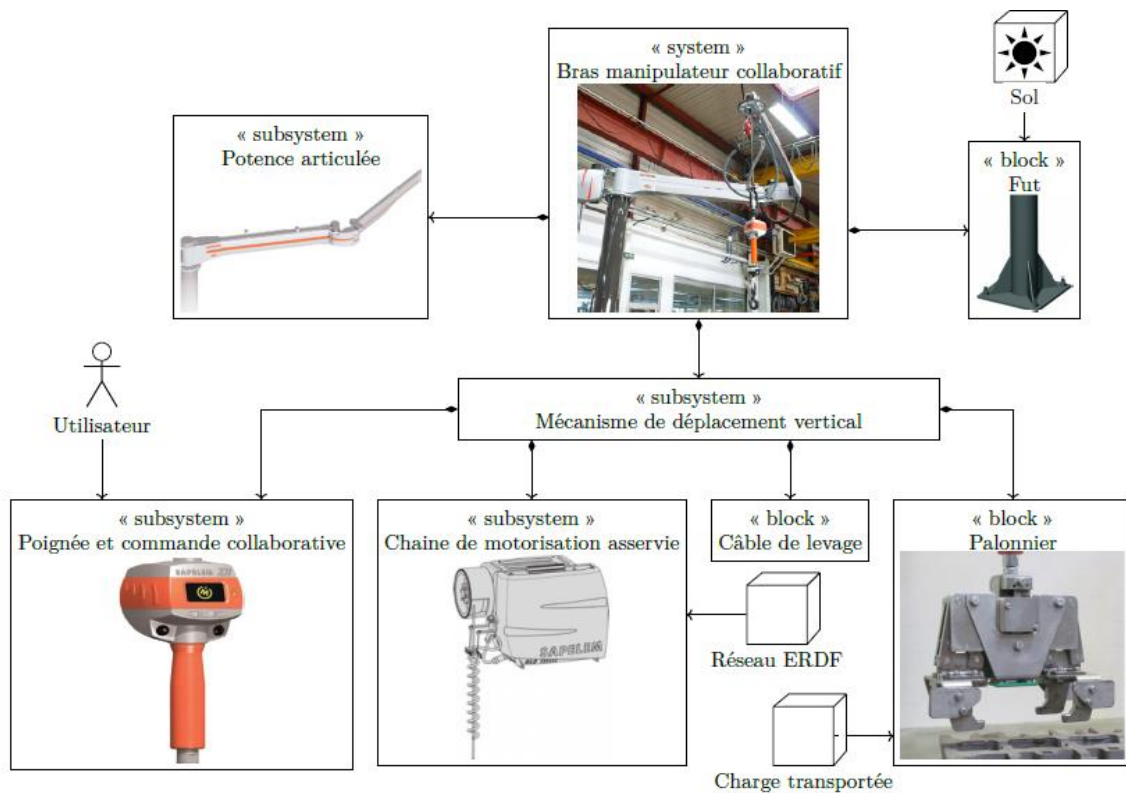


Figure 3 : Diagramme de définition de blocs du bras manipulateur collaboratif

2.3.2 Comportement attendu :

L'intention de l'utilisateur est détectée par la mesure de la force $\vec{F}_{op} = F_{op} \cdot \vec{z}$ qu'il exerce sur la poignée (figure 5), par l'intermédiaire d'un capteur d'effort. La commande collaborative traite cette information et élabore la consigne de mouvement de la charge destinée à la chaîne de motorisation asservie. Cette dernière met en mouvement la charge.

Le comportement attendu du bras manipulateur collaboratif est le suivant :

- si l'utilisateur exerce un effort $F_{op} \geq 0,2 \text{ N}$, la charge doit se déplacer verticalement ;
- si l'utilisateur relâche la poignée, $F_{op} = 0 \text{ N}$, la charge doit s'arrêter dans la position où elle se trouve.

Le schéma de la figure 5 décrit le principe de la boucle collaborative.

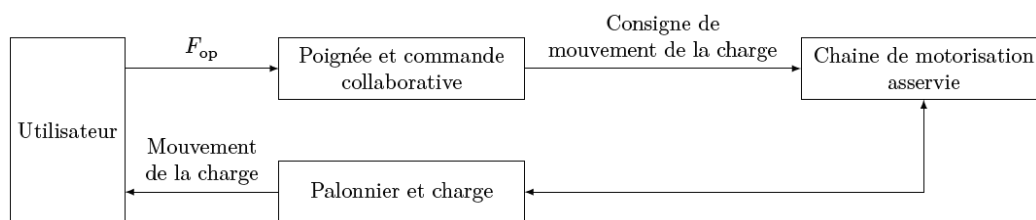


Figure 4 : Architecture de la boucle collaborative

On considère dans un premier temps que l'ensemble poignée et commande collaborative est modélisé par un gain proportionnel. Dans ce cas, la consigne de vitesse de mouvement de la charge envoyée à la chaîne de motorisation asservie est proportionnelle à l'effort exercé par l'utilisateur sur la poignée.

2.3.3 Vibrations et vitesse maximale :

On procède à un essai sur le bras manipulateur collaboratif. Une charge étant suspendue au palonnier, l'utilisateur exerce sur la poignée un échelon d'effort $F_{op} = -20 \text{ N}$ (donc dirigé vers le bas). La figure 6 présente la consigne de vitesse ainsi que l'évolution temporelle de la vitesse de la charge par rapport à la potence articulée en réponse à cette consigne.

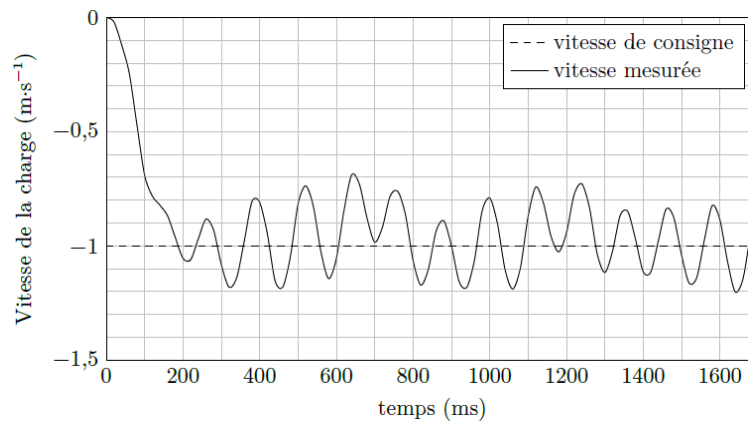


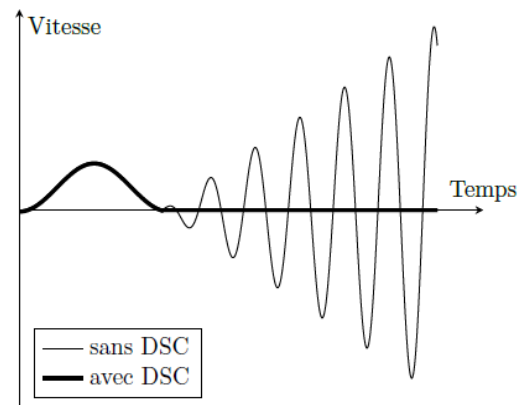
Figure 5 : Courbe de vitesse de la charge par rapport à la potence articulée

Question 2 : À partir de la figure 6, en admettant que l'exigence id 1.4.4 soit satisfaite et dans l'hypothèse d'un modèle de proportionnalité de l'ensemble poignée et commande collaborative, vérifier si les exigences id 1.4.1 et id 1.4.3 sont satisfaites.

Le constructeur fournit les informations de la figure 7 dans sa documentation commerciale du système.

Question 3 : À partir de la figure 7 et du diagramme des exigences, identifier quelle exigence est satisfaite par l'introduction du filtre « DSC » (Dynamic Stability Control).

Figure 6 : Extrait de la documentation commerciale



3 Étude de l'asservissement de vitesse de la chaîne de motorisation asservie :

Objectif : Vérifier que l'asservissement en vitesse du sous-système chaîne de motorisation asservie n'est pas à l'origine des vibrations.

Dans cette partie, on suppose que la potence articulée est indéformable, que le câble de levage est inextensible et que l'exigence id 1.2 est vérifiée.

3.1 Analyse structurelle du mécanisme de déplacement vertical :

Objectif : Analyser l'architecture matérielle du mécanisme de déplacement vertical.

Les diagrammes de définition de blocs et de blocs internes, permettant de décrire la structure du mécanisme de déplacement vertical de la charge, sont fournis sur les figures 8 et 9.

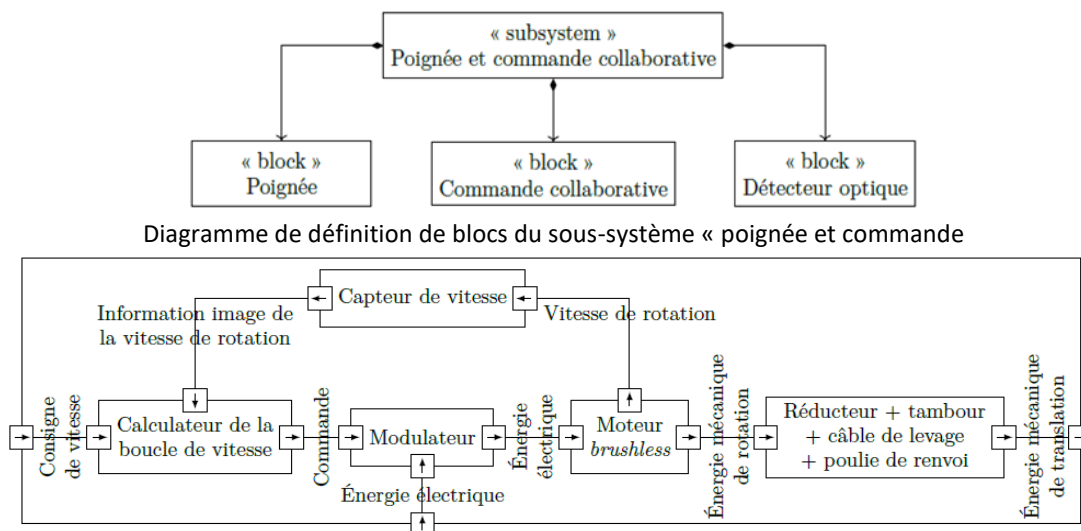


Figure 7 : Diagramme de blocs internes de la chaîne de motorisation asservie

Question 4 : À l'aide des figures précédentes, compléter sur le document réponse les zones manquantes des chaînes fonctionnelles du bras manipulateur collaboratif. Entourer sur ce schéma, en rouge, les éléments de la chaîne d'énergie et, en bleu, ceux de la chaîne d'information.

3.2 Choix du correcteur de la chaîne de motorisation asservie :

Objectif : Déterminer les paramètres du correcteur de la boucle de vitesse.

3.2.1 Modélisation du comportement du moteur et de son asservissement en courant

L'actionneur (moto-réducteur) choisi par le constructeur est l'association d'un moteur de type *brushless* et d'un réducteur, dont les caractéristiques sont les suivantes :

Moteur <i>brushless</i> 400V/0016	Caractéristiques	Valeur
	Vitesse maximale du moteur en charge	6 200 <i>tr/min</i>
	Couple moteur nominal	3,15 <i>N.m</i>
	Couple moteur maximal	10,8 <i>N.m</i>
	Courant nominal	3,5 <i>A</i>
	Courant maximal	12 <i>A</i>

Paramétrage cinématique :

Grandeur	Notation	Valeur
Vitesse angulaire du moteur	$\omega_m(t). \vec{z}$	
Vitesse angulaire du tambour	$\omega_T(t). \vec{z}$	
Rayon du tambour et de la poulie de renvoi	R	$R = 0,05 \text{ m}$
Rapport de réduction du réducteur	$\frac{1}{\rho} = \frac{\omega_T(t)}{\omega_m(t)}$	$\rho = 15,88$
Vitesse linéaire de la masse en translation	$v(t). \vec{z} = \dot{z}(t). \vec{z}$	

Paramétrage des masses et inerties :

Grandeur	Notation	Valeur
Masse entraînée	M de centre de	$M \leq 200 \text{ kg}$

	gravité G	
Câble de levage	Masse et inertie négligées Câble inextensible	

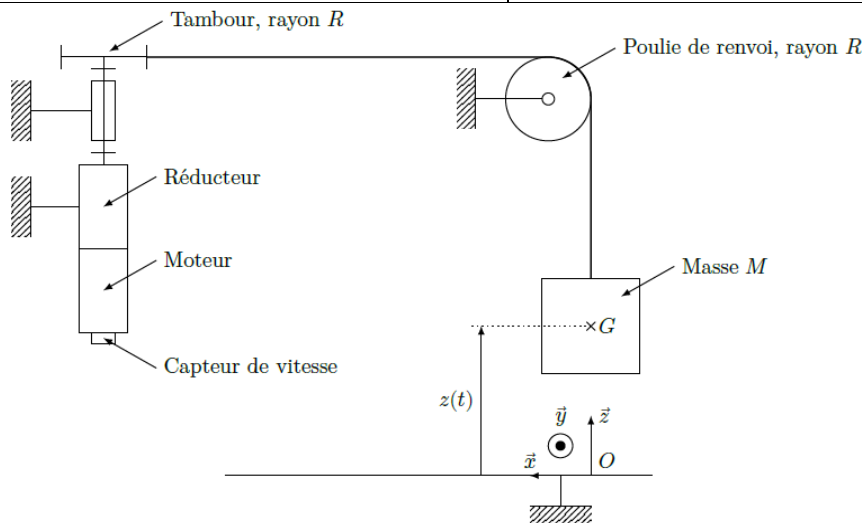


Figure 8 : Schéma de principe du mécanisme de déplacement vertical

Afin d'identifier les caractéristiques du moteur, un essai est réalisé en boucle ouverte avec la masse maximale de 200kg.

La réponse du moteur à un échelon de tension de 200V à 200 ms est présente sur le document réponse.

Question 5 : À partir de la courbe du document réponse, déterminer la fonction de transfert du moteur : $\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ (laisser apparaître les tracés nécessaires).

Afin de contrôler au mieux le couple et ainsi les accélérations, le moteur est asservi en courant en utilisant un capteur de courant et un correcteur de courant. Après réglage du correcteur, la réponse du moteur asservi en courant à une consigne de courant $i_c(t)$ échelon de 1 A retardé de 0,1 s est donnée sur le document réponse.

Question 6 : À partir de la courbe du document réponse, déterminer la fonction de transfert du moteur asservi en courant : $\frac{I(p)}{I_c(p)}$.

Pour la suite, La boucle interne de courant du moteur brushless est considérée parfaite et en conséquence est modélisée par un gain unitaire, comme indiquée sur le schéma bloc sur le document réponse.

3.2.2 Description de l'asservissement en vitesse

Le schéma-blocs de la chaîne de motorisation asservie est présenté sur le document réponse.

- Le calculateur de la boucle de vitesse génère la consigne de courant d'intensité $i_c(t)$ à imposer au moteur brushless en comparant la vitesse angulaire de consigne à la vitesse angulaire réelle mesurée par un capteur de vitesse placé sur l'arbre moteur.
- Le couple $C_m(t)$ fourni par le moteur brushless au réducteur vérifie la relation $C_m(t) = K_m \cdot i(t)$.
- L'équation du mouvement de l'axe du moteur brushless liant le couple moteur $C_m(t)$ et le couple résistant $C_r(t)$ à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ s'écrit sous la forme $J_{eq} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t)$ avec J_{eq} le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur.

3.2.3 Vérification du choix de l'actionneur :

Dans le cadre des hypothèses retenues, on pose $v(t) = K_{rigide} \cdot \omega_m(t)$ avec $K_{rigide} > 0$ par convention.

Question 7 : Compléter le schéma bloc du document réponse de manière algébrique en fonction de ρ, R et K_m .

Question 8 : Déterminer la valeur numérique de K_{rigide} . Vérifier que l'actionneur retenu permet de respecter l'exigence id 1.4.1.

3.2.4 Réglage du correcteur de la boucle de vitesse :

Le cahier des charges de l'asservissement de vitesse de la chaîne de motorisation asservie est donné dans le tableau ci-dessous.

Stabilité	Marge de phase	$M\varphi = 80^\circ$
Précision	Écart en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon	Nul
	Écart en régime permanent vis-à-vis de la perturbation (C_r) constante	Nul
Rapidité	Pulsation de coupure à 0 dB de la fonction de transfert en boucle ouverte	$\omega_{0dB} = 40 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

On note $\omega_{mc}(t)$ la vitesse angulaire de consigne et $C_v(p)$ la fonction de transfert du correcteur de la boucle de vitesse.

Pour une charge à déplacer de $M = 100 \text{ kg}$, la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée (c'est-à-dire en considérant $C_v(p) = 1$) vaut numériquement : $FTBO_{nc}(p) = \frac{\Omega_{mR}(p)}{\varepsilon_\Omega(p)} = \frac{K_{BO}}{p}$ avec $K_{BO} = 218$.

Question 9 : Déterminer la pulsation de coupure à 0dB, ω_{0dBnc} de la fonction de transfert $FTBO_{nc}(p)$. Déterminer la valeur du déphasage pour cette pulsation (ndlr : cela permettrait de discuter le critère de stabilité du CdC).

La vitesse de rotation du moteur peut se mettre sous la forme :

$$\Omega_m(p) = H_1(p) \cdot \Omega_{mc}(p) + H_2(p) \cdot C_r(p)$$

Question 10 : En prenant un correcteur proportionnel $C_v(p) = K$, déterminer les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ sous forme canonique en fonction K , K_m et J_{eq} .

On note $u(t)$ l'échelon unitaire.

Question 11 : Déterminer l'erreur statique lorsque la consigne est un échelon d'amplitude ω_{mc0} ($\omega_{mc}(t) = \omega_{mc0} \cdot u(t)$) et que la perturbation est un échelon d'amplitude c_{r0} ($C_r(t) = c_{r0} \cdot u(t)$). Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Pour la suite, le constructeur choisit un correcteur de type Proportionnel Intégral : $C_v(p) = K_i \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$ ce qui permet de satisfaire l'exigence de précision du cahier des charges.

Question 12 : Mettre la fonction transfert du correcteur $C_v(p) = K_i \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$ sous forme canonique, puis tracer sur le document réponse le diagramme de Bode (asymptotique et réel) du correcteur $C_v(p)$ en précisant les points caractéristiques avec $K_i = 0,1$ et $T_i = 0,5 \text{ s}$.

La fonction de transfert en boucle ouverte est donc : $FTBO(p) = \frac{\Omega_{mR}(p)}{\varepsilon_\Omega(p)} = K_i \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) \cdot \frac{218}{p}$

Question 13 : Déterminer la valeur numérique de T_i afin que la phase du système corrigé soit exactement de -100° lorsque le gain vaut 0 dB (pulsation $\omega_{0dB} = 40 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$) (ndlr : critère de marge de phase). En déduire alors la valeur de K_i permettant d'obtenir un gain de 0dB à la pulsation ω_{0dB} et ainsi de satisfaire l'ensemble des performances attendues dans le cahier des charges.

Les réponses temporelles simulée et réelle de la chaîne de motorisation asservie (avec une charge à déplacer de masse $M = 100 \text{ kg}$) à un échelon de vitesse de consigne de 5000 tr/min avec les réglages déterminés précédemment sont fournies sur la figure 9.

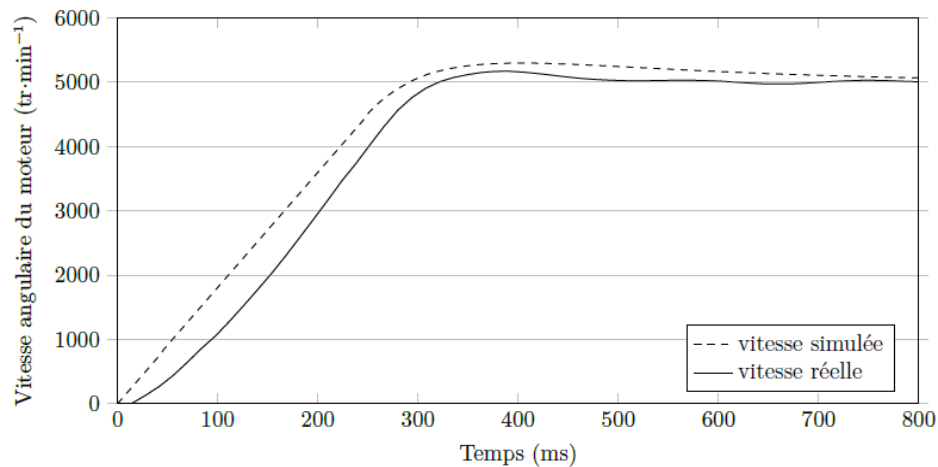


Figure 9 : Réponses temporelles simulée et réelle de la chaîne de motorisation asservie à un échelon de vitesse

Question 14 : Comparer les résultats simulés et les résultats expérimentaux sur les critères du temps de réponse à 5% et de la valeur finale.

Conclusion : La chaîne de motorisation asservie correctement réglée n'est pas à l'origine des vibrations observées sur la figure 6. Par la suite, on remet en cause l'hypothèse d'une potence articulée indéformable.

4 Poursuite de la recherche de l'origine des vibrations :

Objectif : Identifier l'origine des vibrations

4.1 Étude expérimentale :

On soumet la chaîne de motorisation asservie à une consigne de vitesse de 3000 tr/min , en l'absence d'action de l'utilisateur sur la poignée ($F_{op} = 0$), et on mesure le signal en sortie du capteur d'effort (tension notée S_j en mV) placé dans la poignée. Le capteur d'effort se comporte alors comme un accéléromètre.

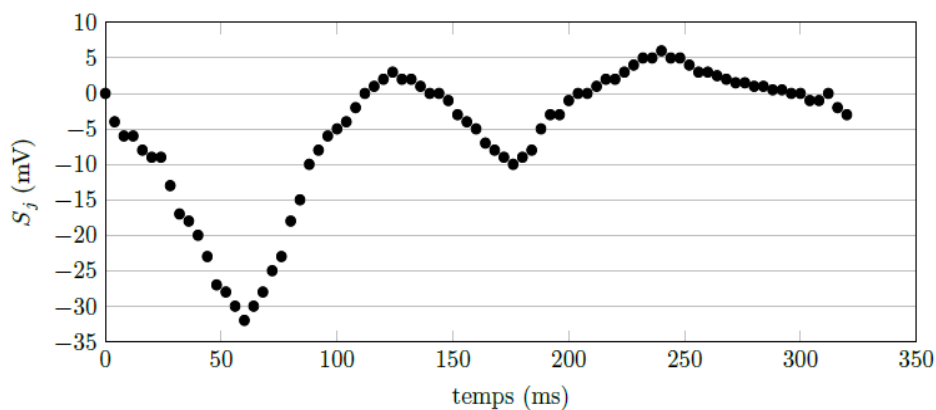


Figure 10 : Mesure du signal S_j en sortie du capteur d'effort

4.2 Modélisation du capteur d'effort :

Dans un premier temps, on émet l'hypothèse que le capteur d'effort intégré à la poignée de commande est à l'origine du comportement vibratoire. En conséquence, on conserve l'hypothèse d'une potence articulée indéformable. Le capteur d'effort est modélisé par un système masse+ressort+amortisseur tel que représenté sur la figure 13.

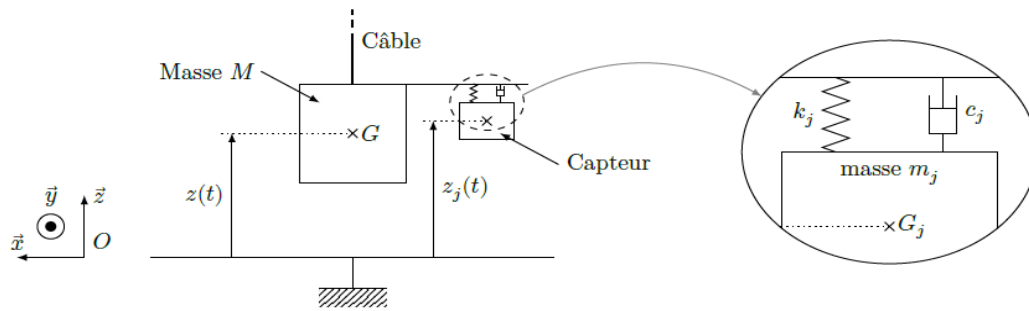


Figure 13 Schéma de principe du capteur d'effort associé à la poignée

Grandeur	Notation	Valeur
Masse du corps d'épreuve	m_j de centre de gravité G_j	$m_j = 100 \text{ g}$
Coefficient de frottement visqueux de l'amortisseur	c_j	$c_j = 60 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$
Raideur du ressort	k_j	$k_j = 1.10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$
Effort mesuré par le capteur	$F_j(t)$	
Gain du conditionneur	K_{capt}	$K_{capt} = 100 \text{ mV} \cdot \text{N}^{-1}$

Tableau 1 Tableau des grandeurs caractéristiques du capteur d'effort

Le théorème de la résultante dynamique appliqué au corps d'épreuve de masse m_j selon l'axe vertical $\vec{z}$ permet d'obtenir l'équation :

$$m_j \frac{d^2 z_j(t)}{dt^2} = -k_j \cdot (z_j(t) - z(t)) - c_j \cdot \left(\frac{d(z_j(t) - z(t))}{dt} \right)$$

L'effort mesuré par le capteur est donné par :

$$F_j(t) = k_j \cdot (z_j(t) - z(t))$$

et le signal qu'il délivre est :

$$S_j(t) = K_{capt} \cdot F_j(t).$$

On rappelle qu'avec l'hypothèse d'une potence articulée indéformable, on a :

$$v(t) = \frac{dz(t)}{dt} = K_{rigide} \cdot \omega_m(t)$$

Les conditions initiales sont supposées nulles.

Question 15 : Déterminer la fonction de transfert $\frac{S_j(p)}{\Omega_m(p)}$ sous forme littérale et la mettre sous la forme $\frac{K_j \cdot p}{1 + \frac{2\xi_j}{\omega_j} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_j^2}}$.

Donner la forme littérale de K_j , ξ_j et ω_j , puis la valeur numérique de la pulsation propre du système non amorti ω_j .

On complète le modèle validé dans la partie III avec l'hypothèse d'une potence articulée indéformable, avec celui du capteur d'effort déterminé précédemment. On simule ce modèle avec une consigne de vitesse en échelon de 3000 tr/min. Le résultat de simulation est fourni sur la figure 11.

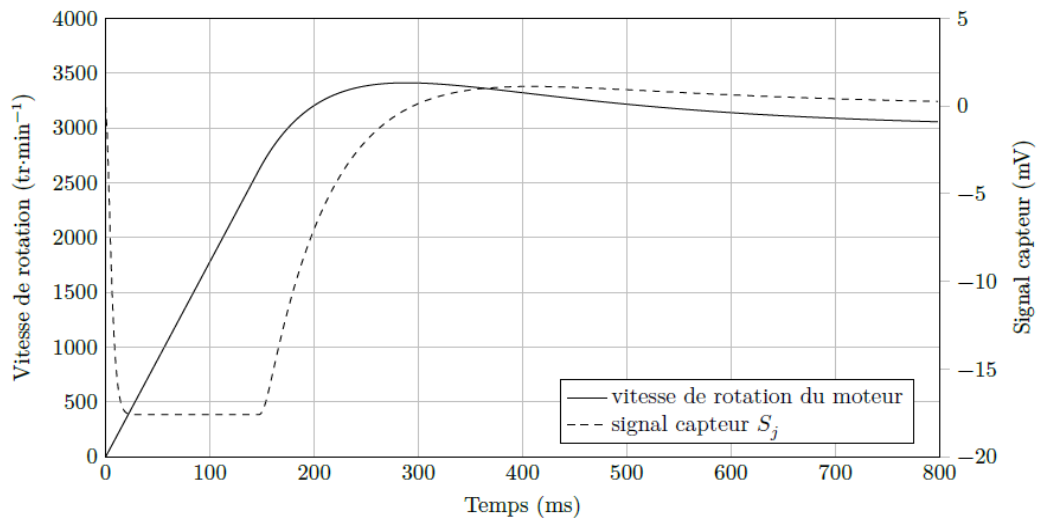


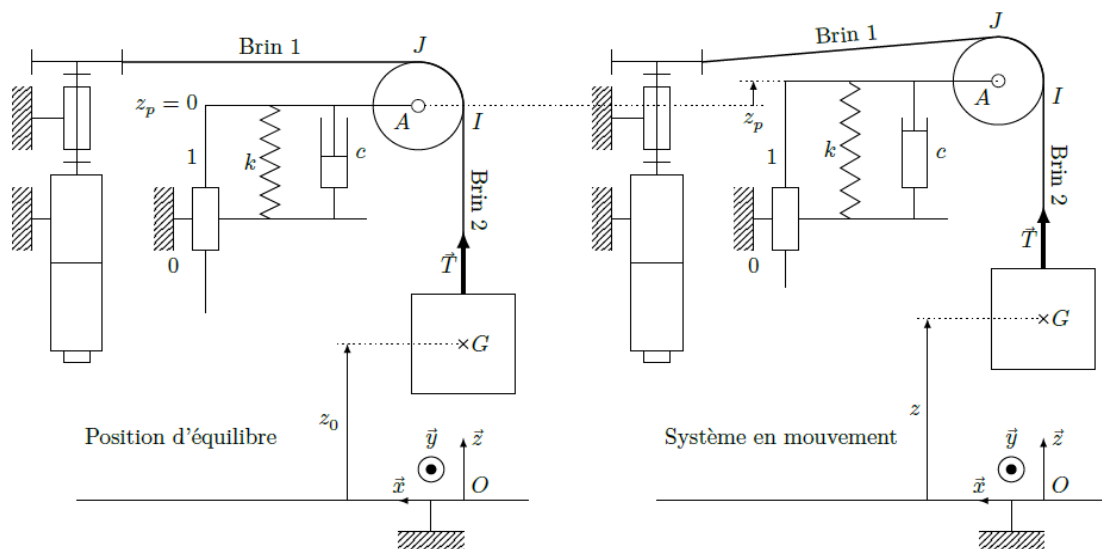
Figure 11 : Résultat de simulation du modèle constitué des modèles de la chaîne de motorisation asservie et du capteur d'effort

Conclusion : La comparaison des courbes simulées et réelles met hors de cause le capteur d'effort vis-à-vis de l'origine des vibrations. On remet en cause définitivement l'hypothèse d'une potence articulée indéformable.

Question 16 : Déterminer la pulsation propre ω_0 du système réel à partir de la courbe de la figure 10, le facteur d'amortissement ξ étant évalué à 0,6. Comparer avec la pulsation propre ω_j du capteur d'effort de la poignée. Est-ce que cette comparaison conforte la conclusion précédente ?

4.3 Modélisation de la potence articulée :

La souplesse de la potence articulée est modélisée par un système masse+ressort+amortisseur au niveau de la poulie de renvoi. Le schéma cinématique de ce nouveau modèle est donné ci-dessous.



5 Analyse des performances de la boucle collaborative :

5.1 Structure et performances de la boucle collaborative :

La commande collaborative génère la consigne de la chaîne de motorisation asservie à partir du signal en sortie du capteur d'effort placé dans la poignée noté S_j . Le mouvement engendré par la motorisation a pour objectif de satisfaire l'utilisateur et donc d'annuler l'effort qu'il doit exercer. Le bras manipulateur collaboratif peut alors être modélisé par un asservissement du signal en sortie du capteur d'effort. La consigne de cet asservissement est alors nulle (fonctionnement en régulation).

Le signal S_j délivré par la poignée est à la fois affecté par l'effort exercé par l'utilisateur sur la poignée et par la souplesse de la potence articulée.

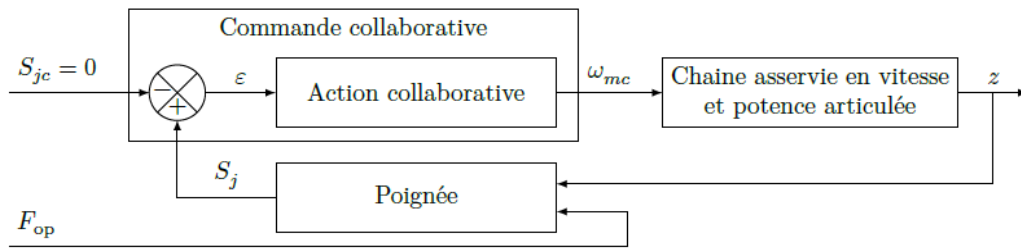


Figure 12 : Architectures fonctionnelle et matérielle du bras manipulateur collaboratif

Le modèle de simulation complet incluant la commande collaborative permet de simuler la réponse du bras manipulateur collaboratif pour une charge à déplacer de masse $M = 100 \text{ kg}$ et un effort exercé par l'utilisateur $F_{op} = -20 \text{ N}$ (dirigé vers le bas) du type échelon.

Question 17 : Comparer les résultats de simulation et les mesures obtenues sur le système réel (figure 13), sur les critères du comportement à l'origine, de la valeur asymptotique en régime permanent et de la pseudo-pulsation.

Conclusion : Le modèle du système complet en l'absence de filtre étant validé, il est nécessaire d'introduire un filtre dans la commande collaborative afin de limiter les vibrations.

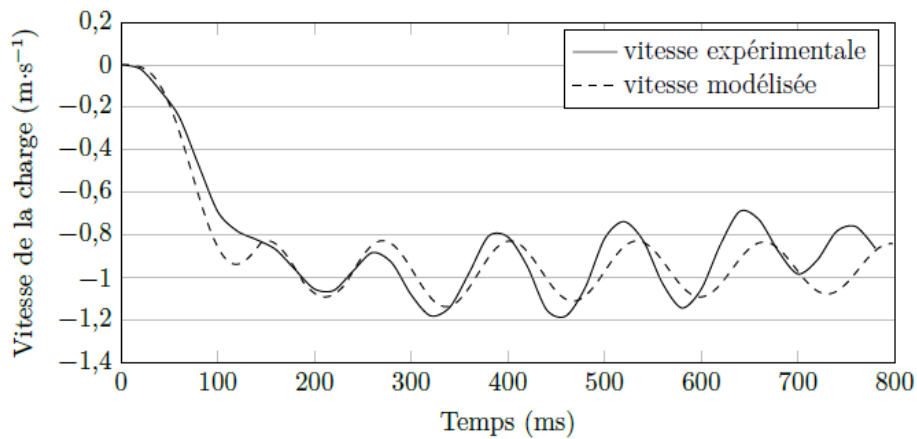


Figure 13 : Vitesses de la charge simulée et expérimentale en fonction du temps

5.2 Mise en place du filtre de la commande collaborative :

Objectif : Analyser et valider le choix du filtre de la commande collaborative.

Le tracé du diagramme de Bode de la fonction de transfert de la boucle ouverte non corrigée $\frac{S_j(p)}{\varepsilon(p)}$ (bloc « action collaborative » considéré de gain unitaire) du bras manipulateur collaboratif à partir d'un modèle simplifié est fourni sur la figure 19.

Afin d'améliorer les performances, le constructeur met en place un filtre DSC (Dynamic Stability Control) dans la boucle collaborative (bloc « action collaborative ») dont la fonction de transfert, moyennant des hypothèses simplificatrices, est :

$$F(p) = \frac{p^2 + 2 \cdot \zeta_F \cdot \omega_0 \cdot p + \omega_0^2}{p^2 + 2 \cdot \omega_0 \cdot p + \omega_0^2}$$

avec $\zeta_F = 0,01$ et $\omega_0 = 45 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

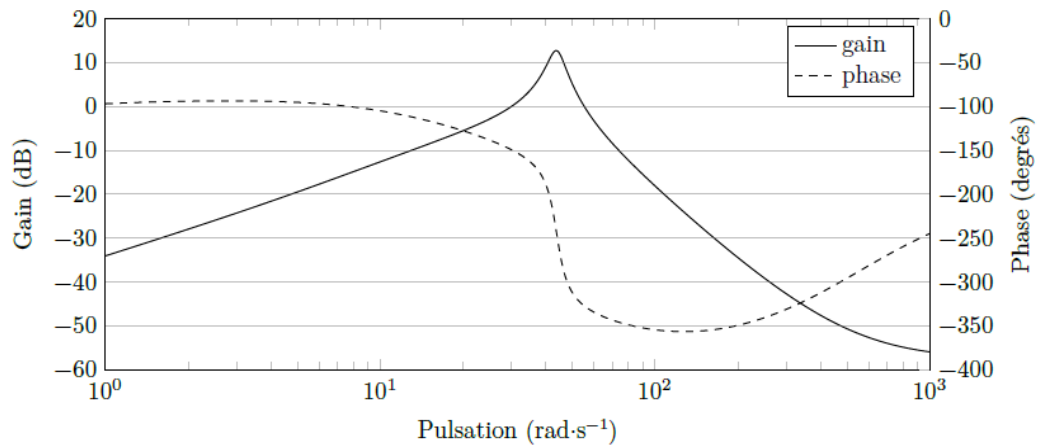


Figure 19 Diagramme de Bode de la fonction de transfert de la boucle ouverte non corrigée

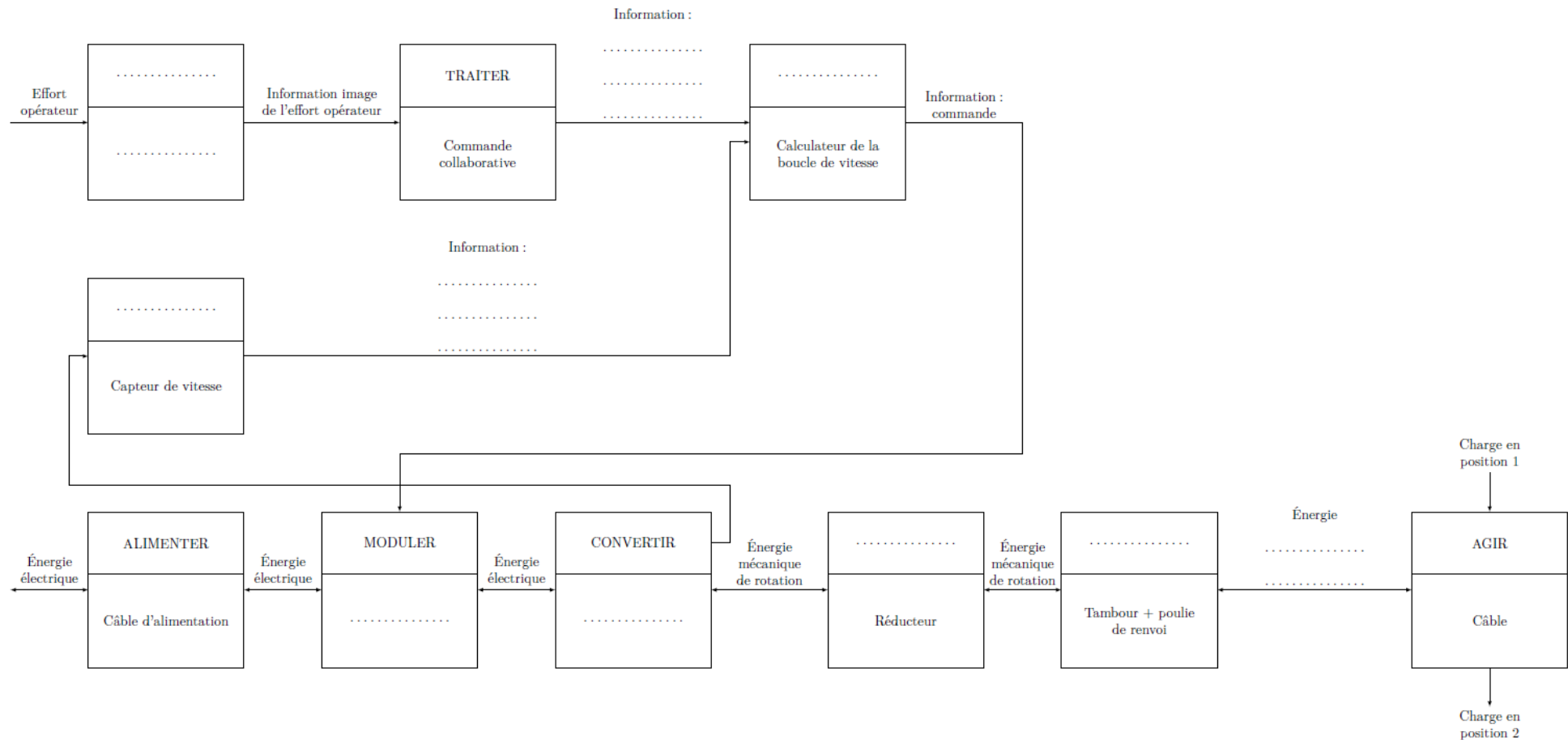
Question 18 : Déterminer la valeur numérique du gain, exprimé en dB, du filtre DSC à la pulsation ω_0 .

Question 19 : En déduire la valeur du gain de la boucle ouverte corrigée à la pulsation ω_0 .

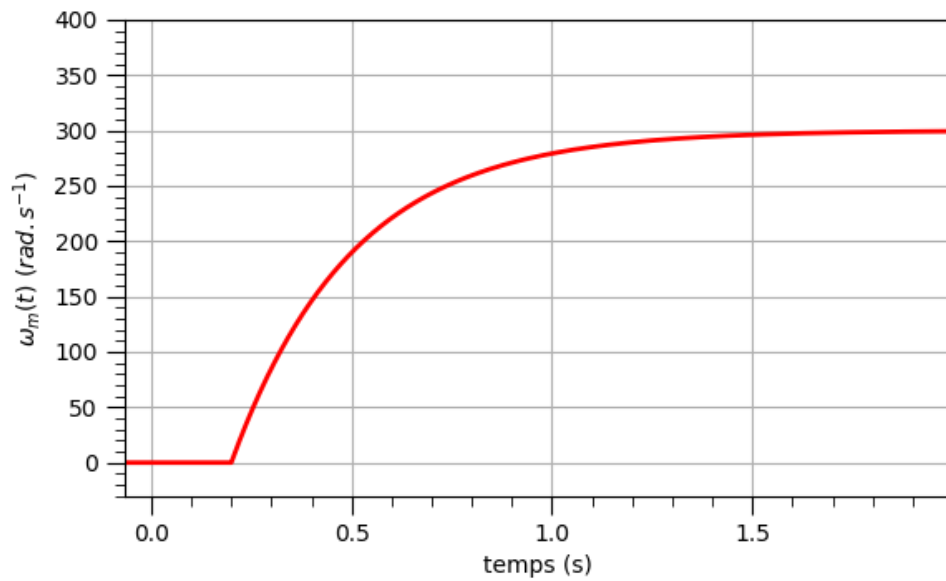
Ce filtre permet ainsi d'atténuer la résonance de la FTBO non corrigée et ainsi d'annuler les vibrations visibles sur les tracés précédents.

Document réponses

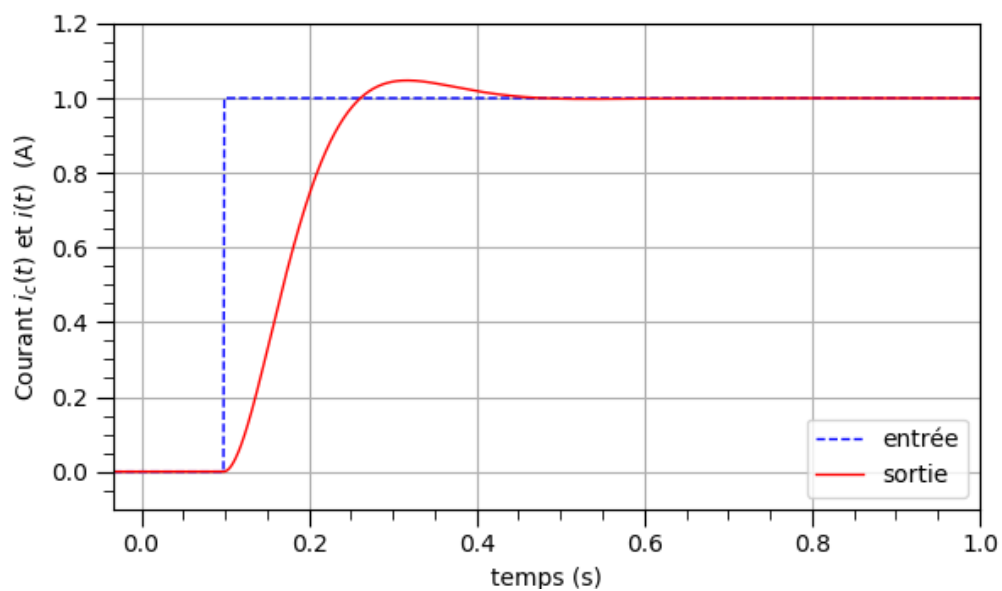
Question 4 :



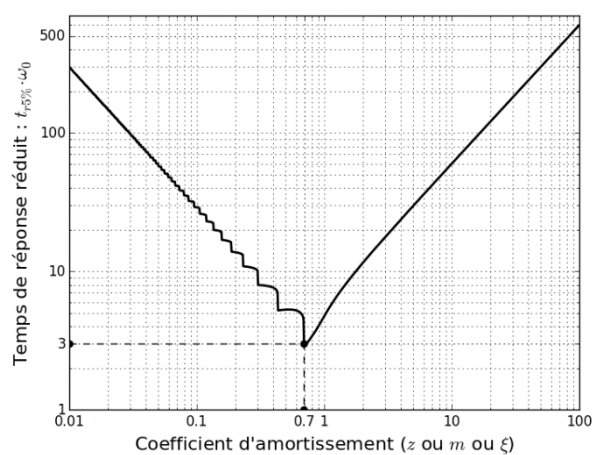
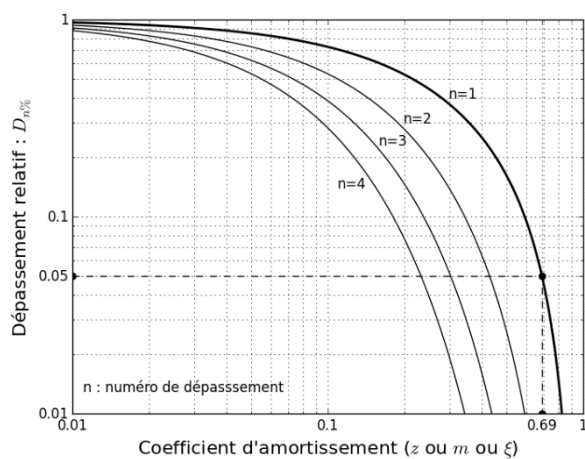
Question 5 :



Question 6 :



Abaques et relations des systèmes du second ordre. Pseudo période : $T_p = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$



Question 7 :

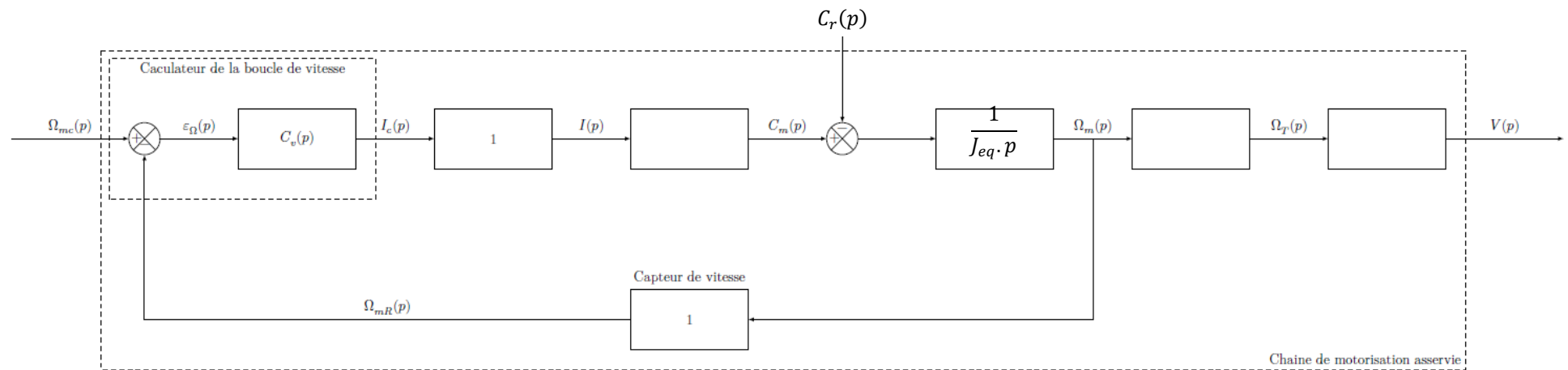
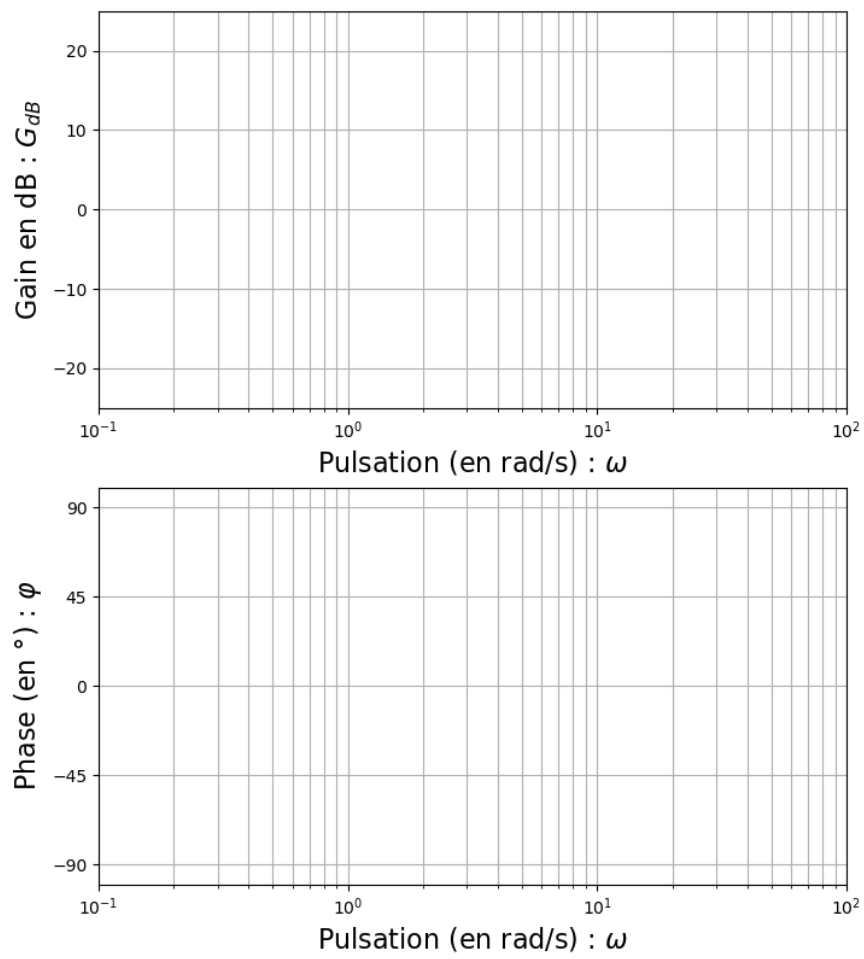
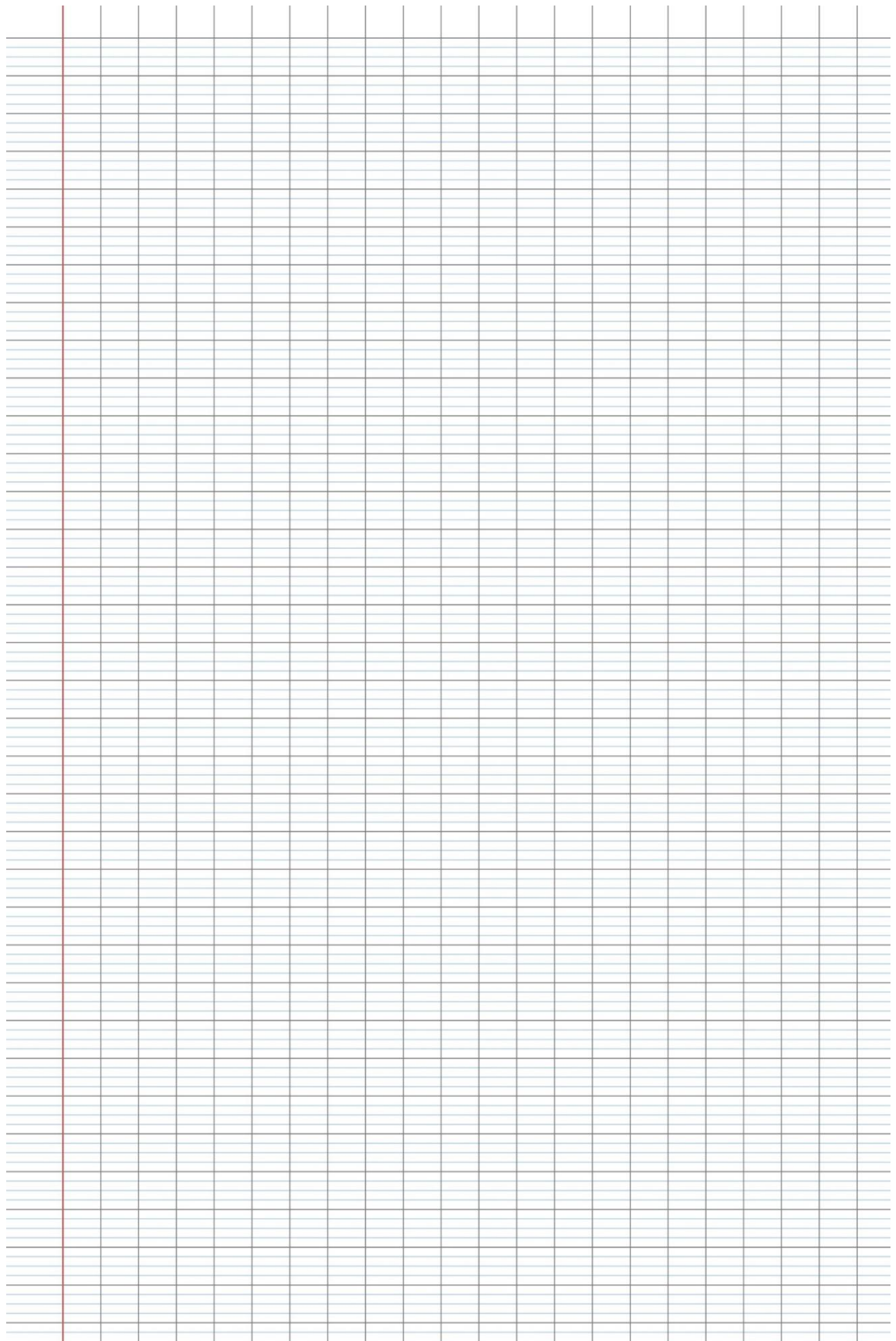
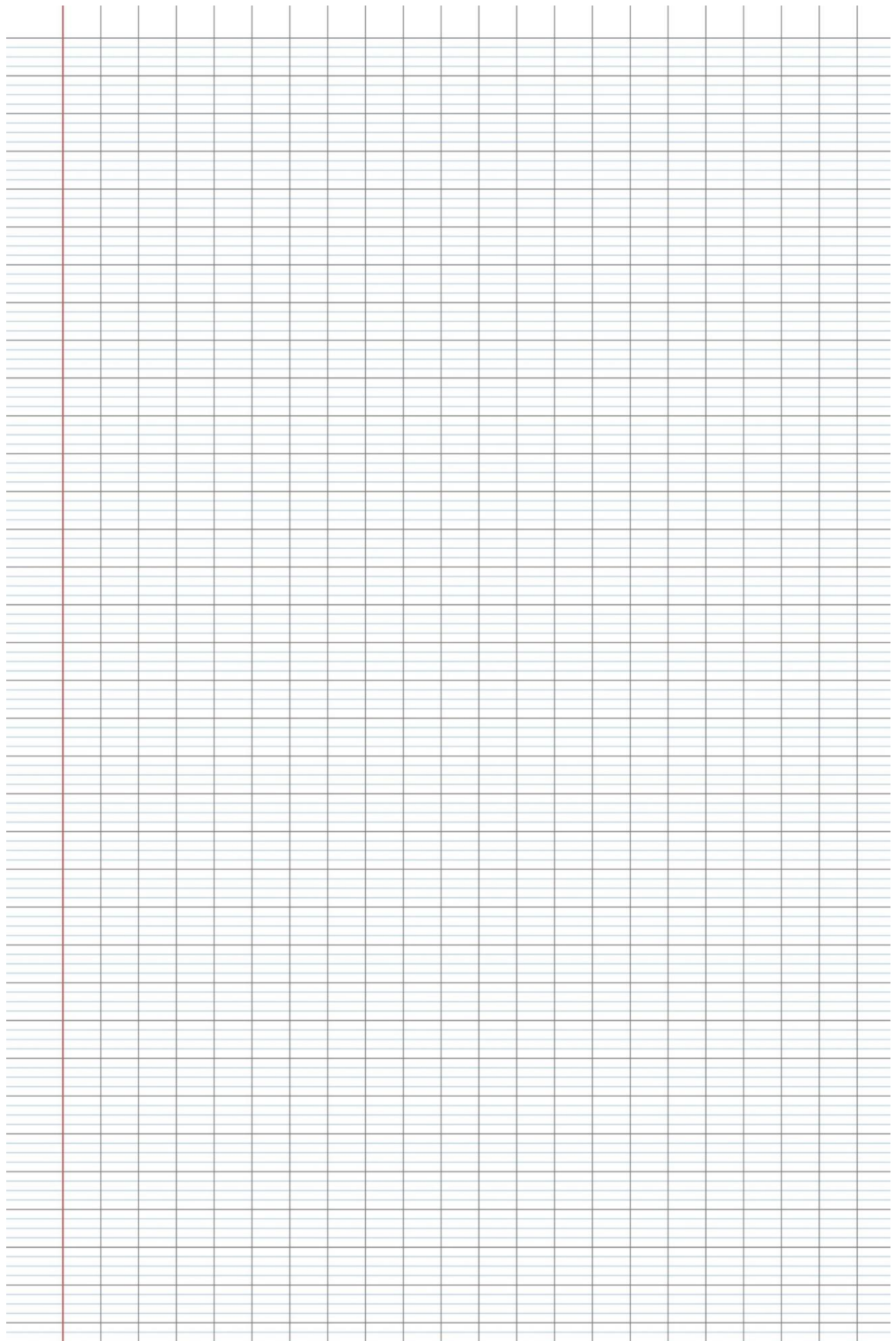


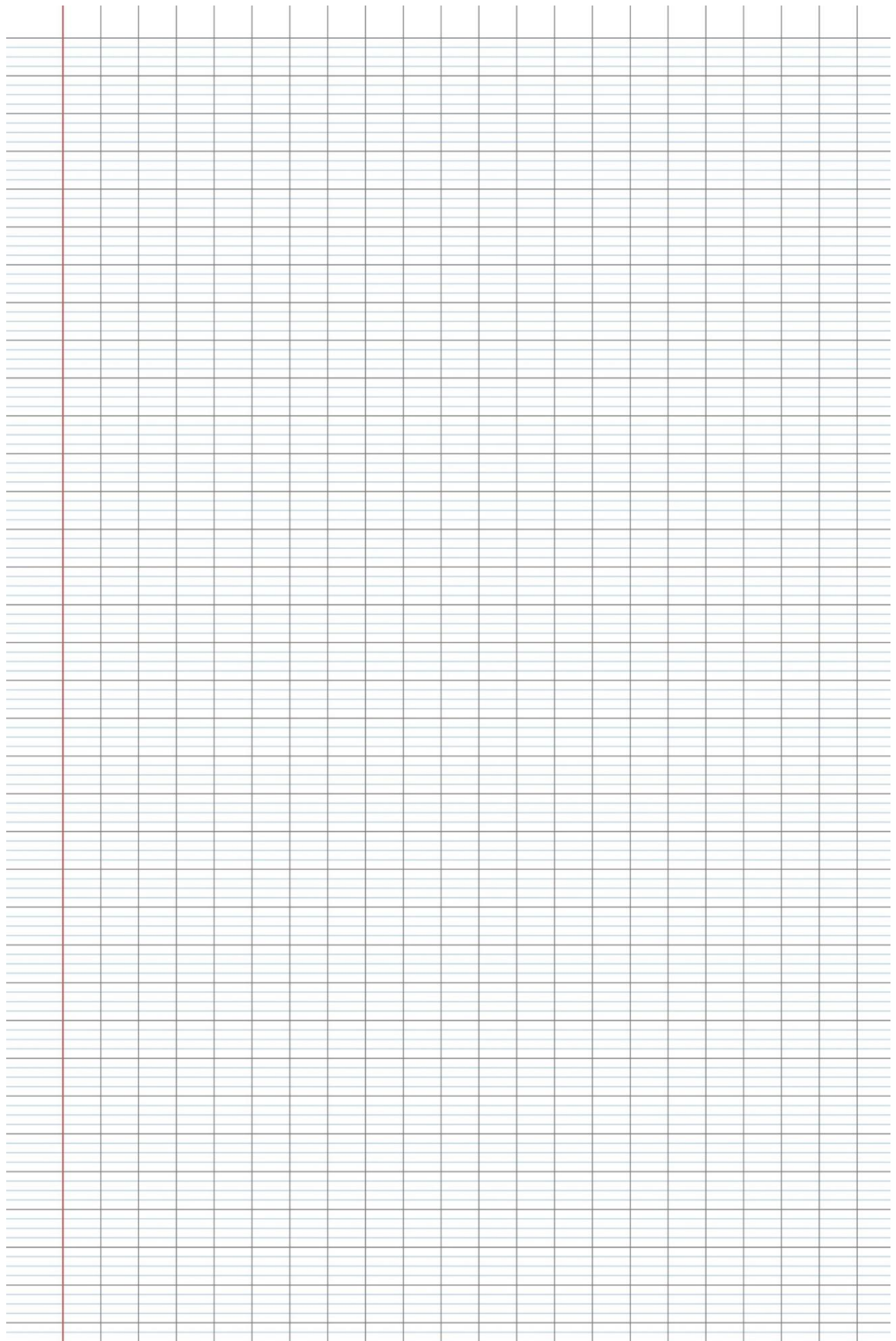
Schéma-blocs de la chaîne de motorisation asservie en vitesse

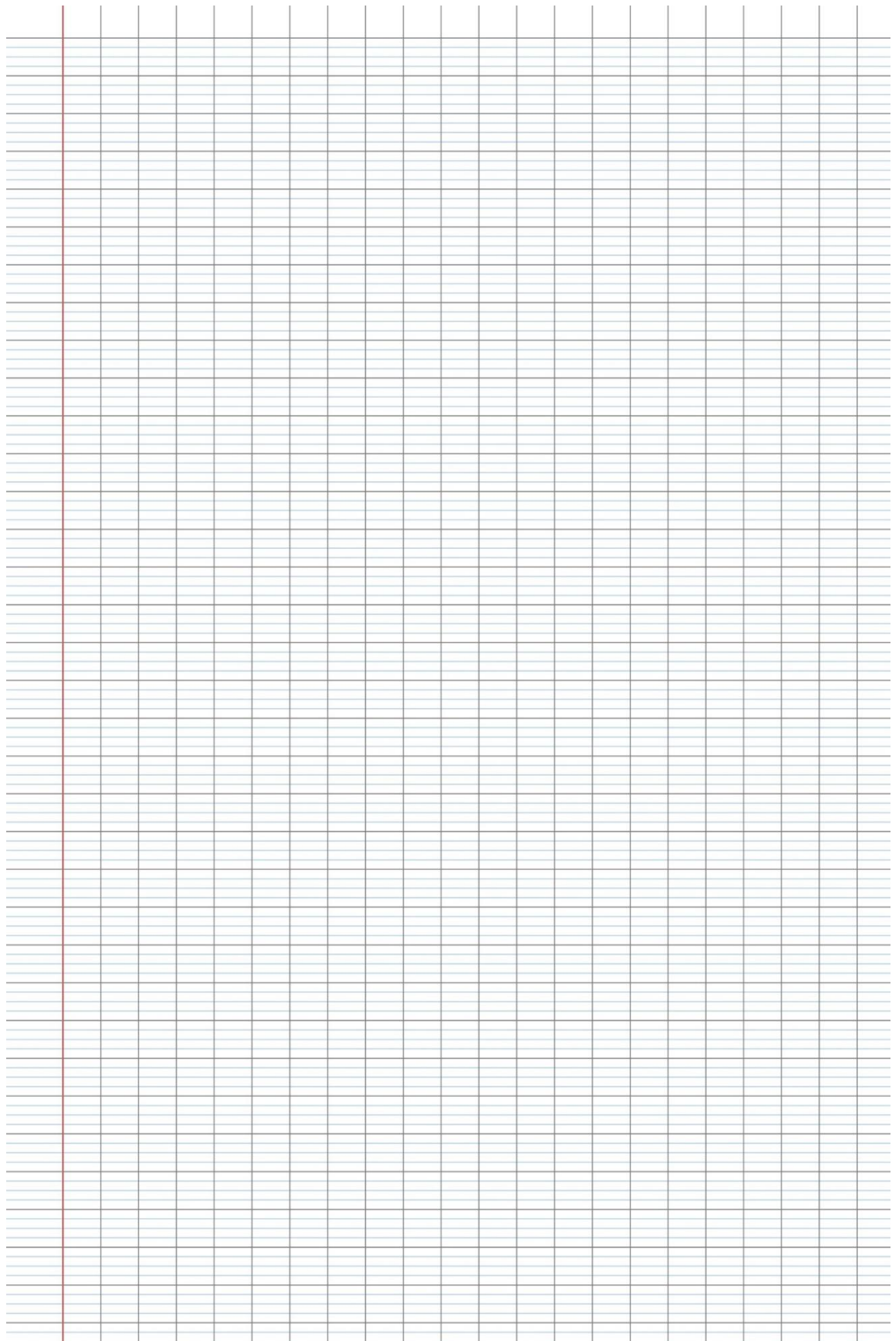
Question 12 : Diagramme de Bode

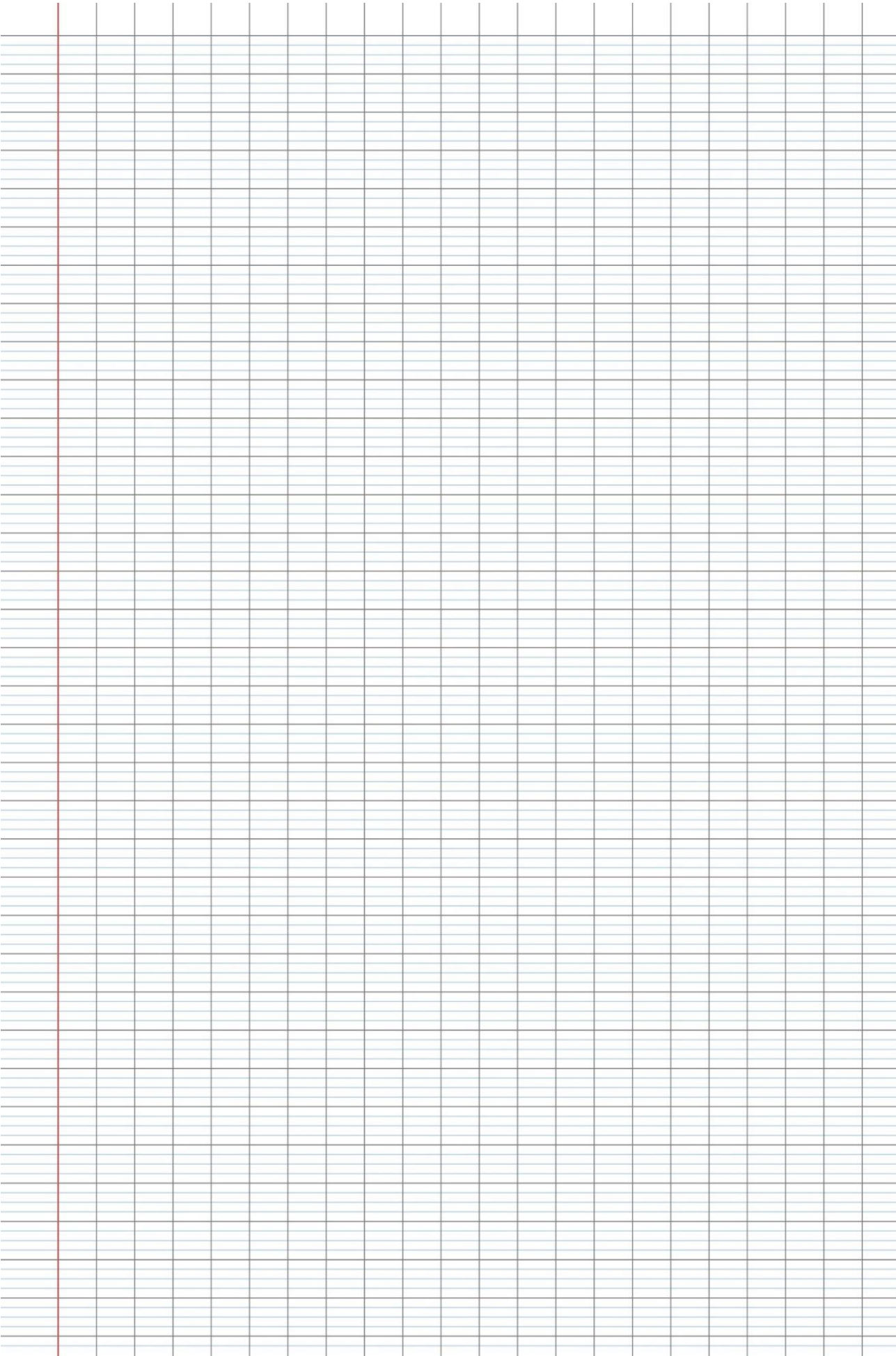


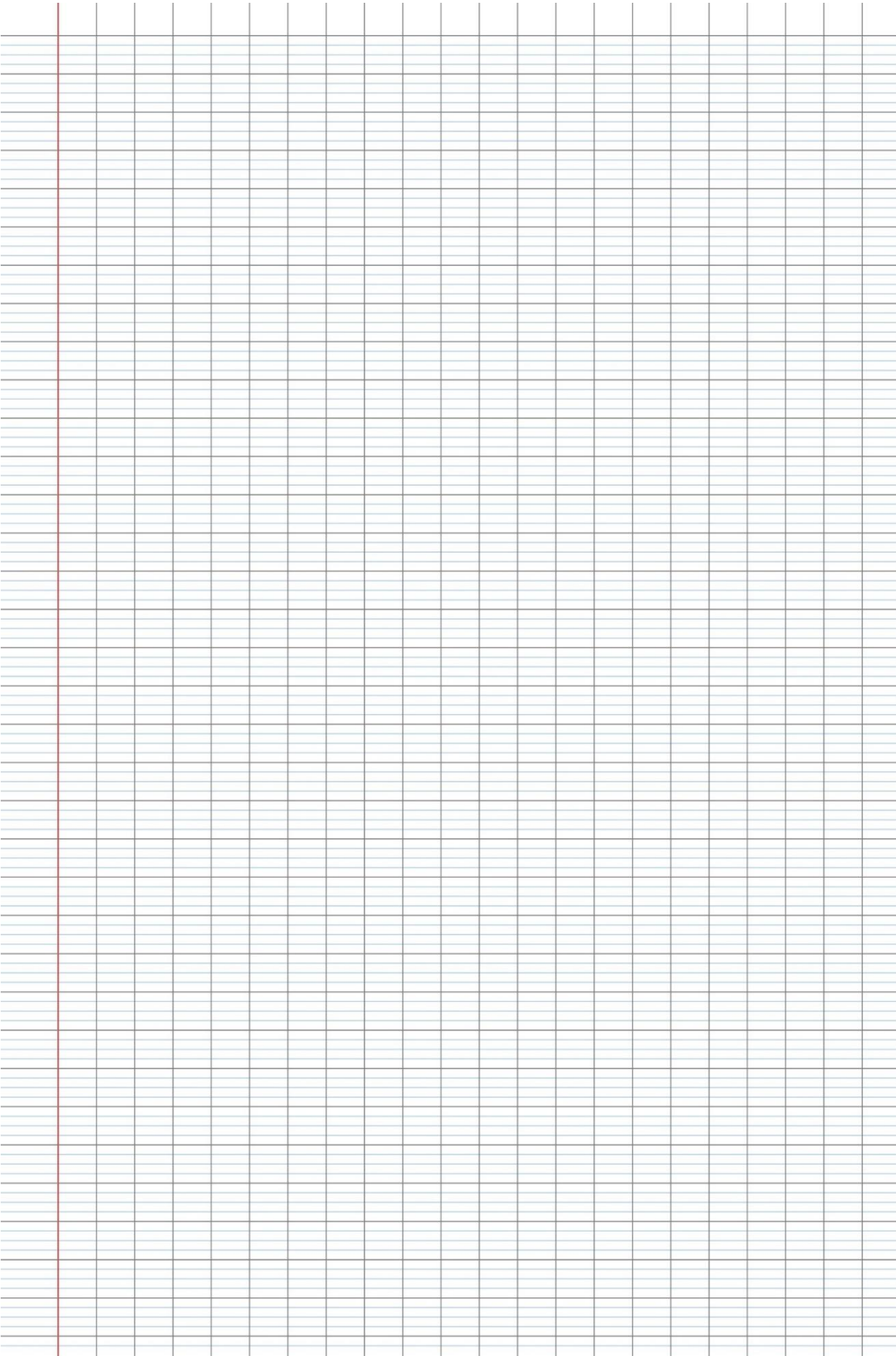




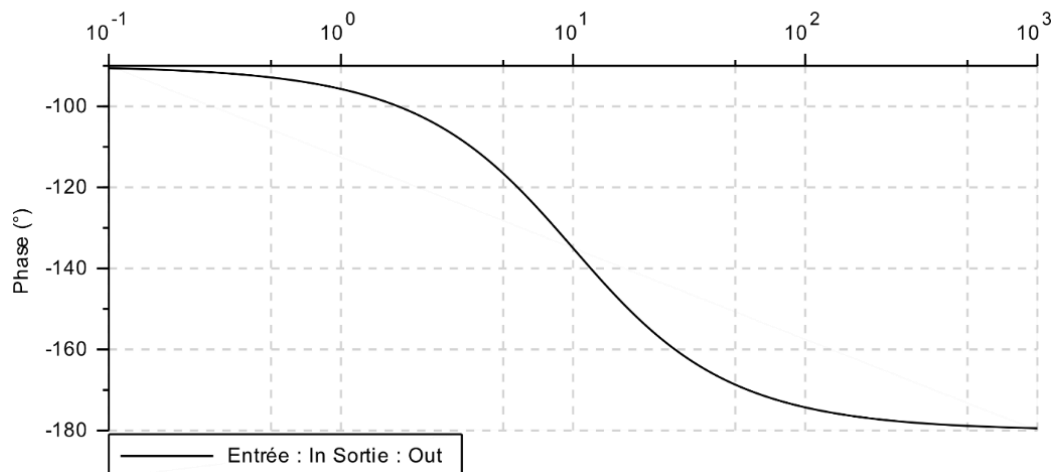
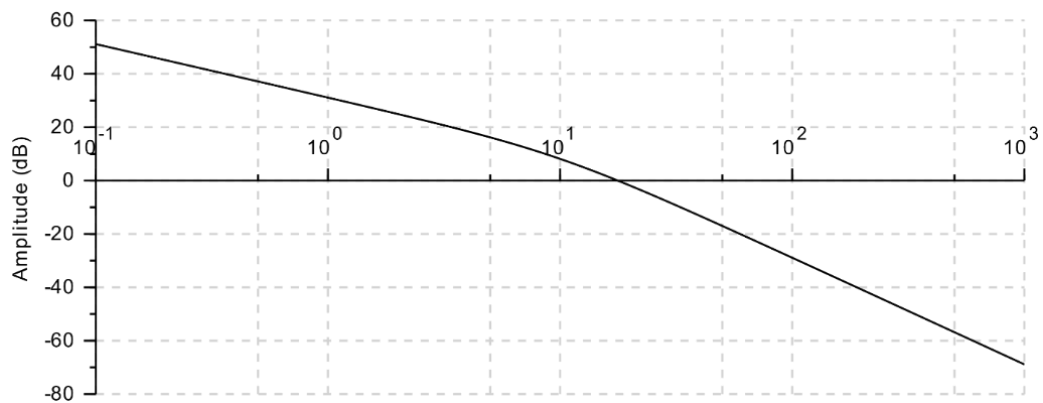
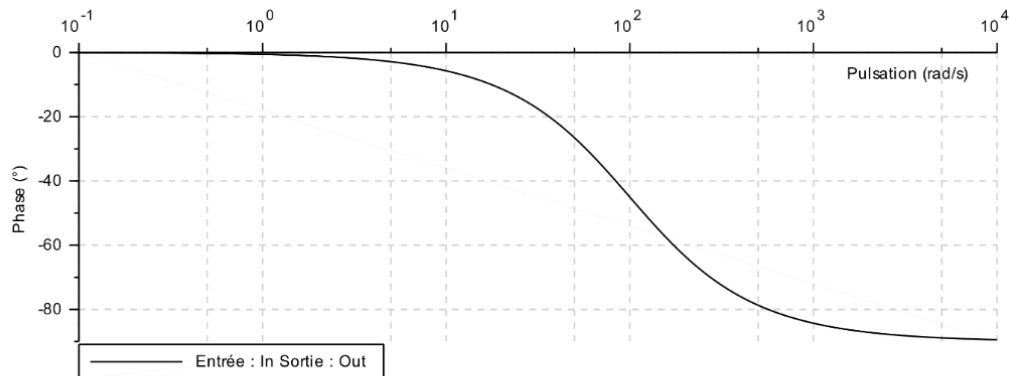
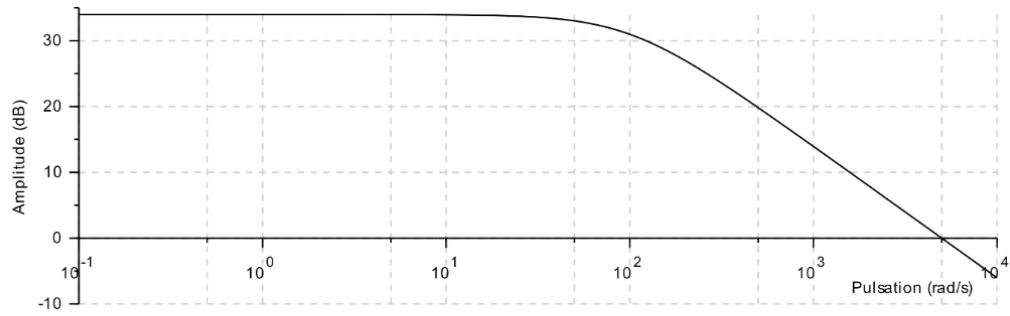


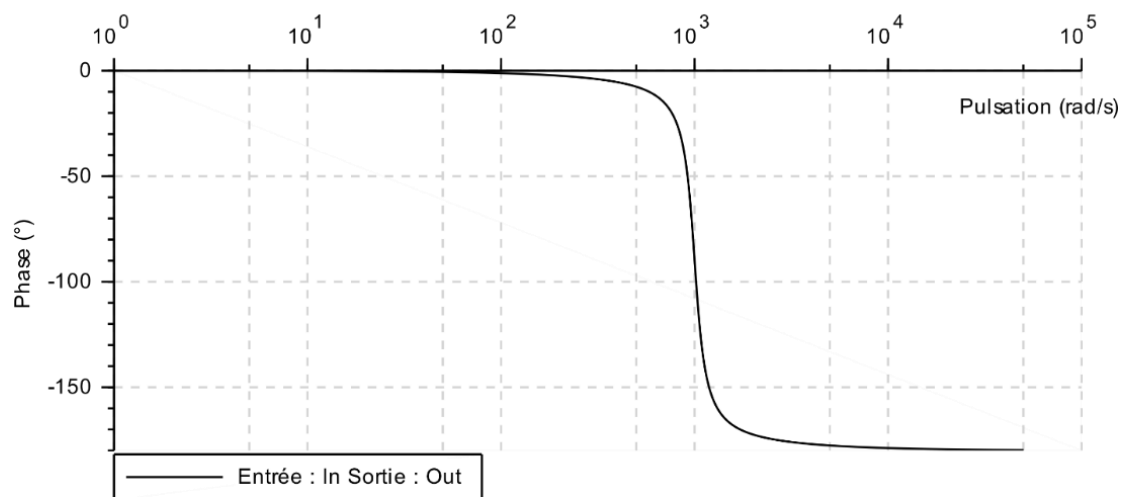
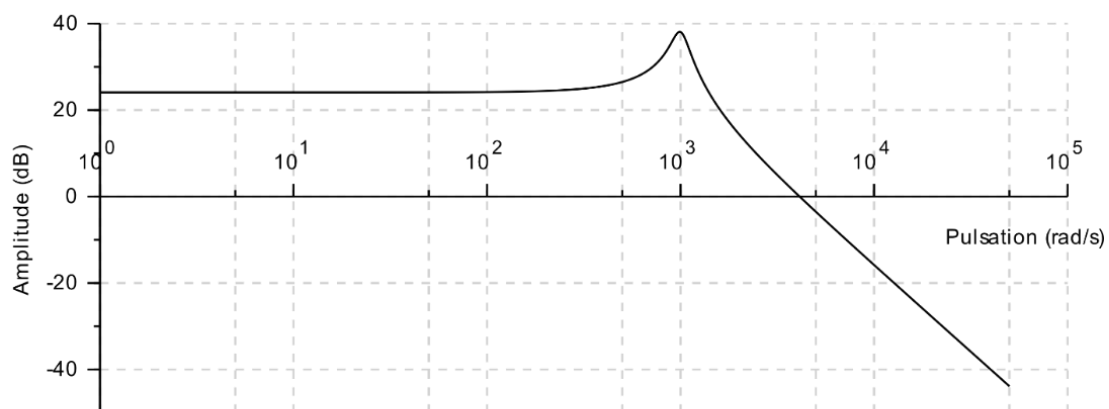
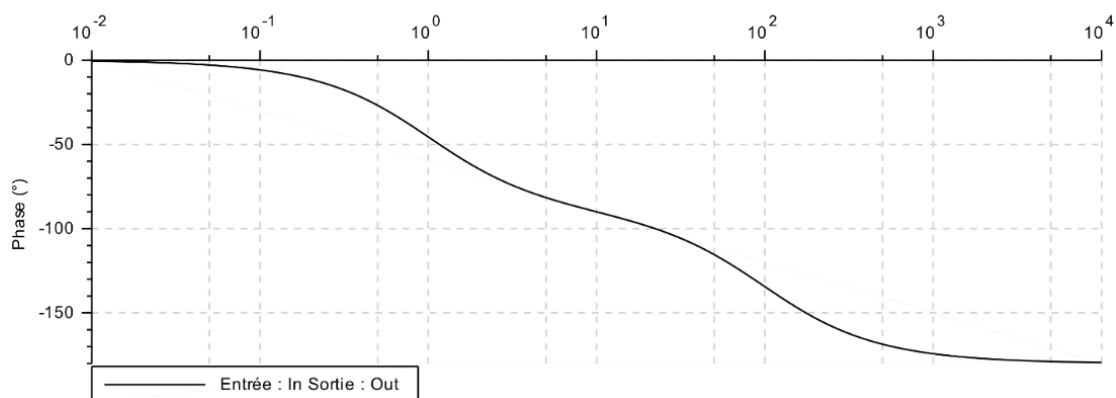
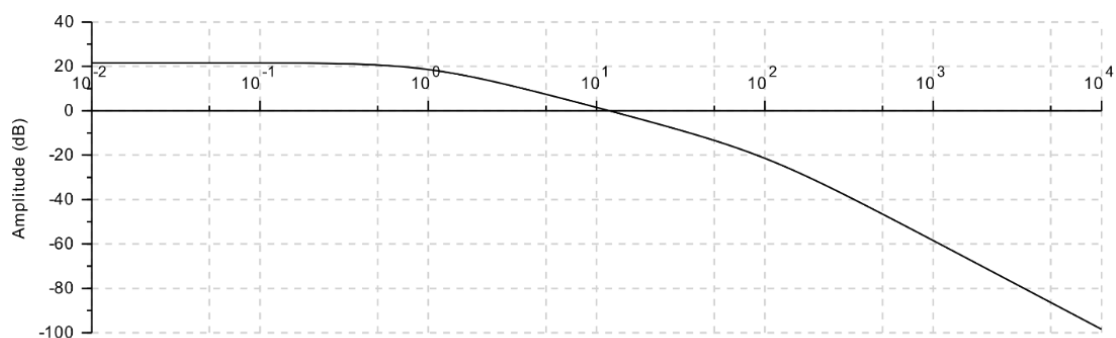


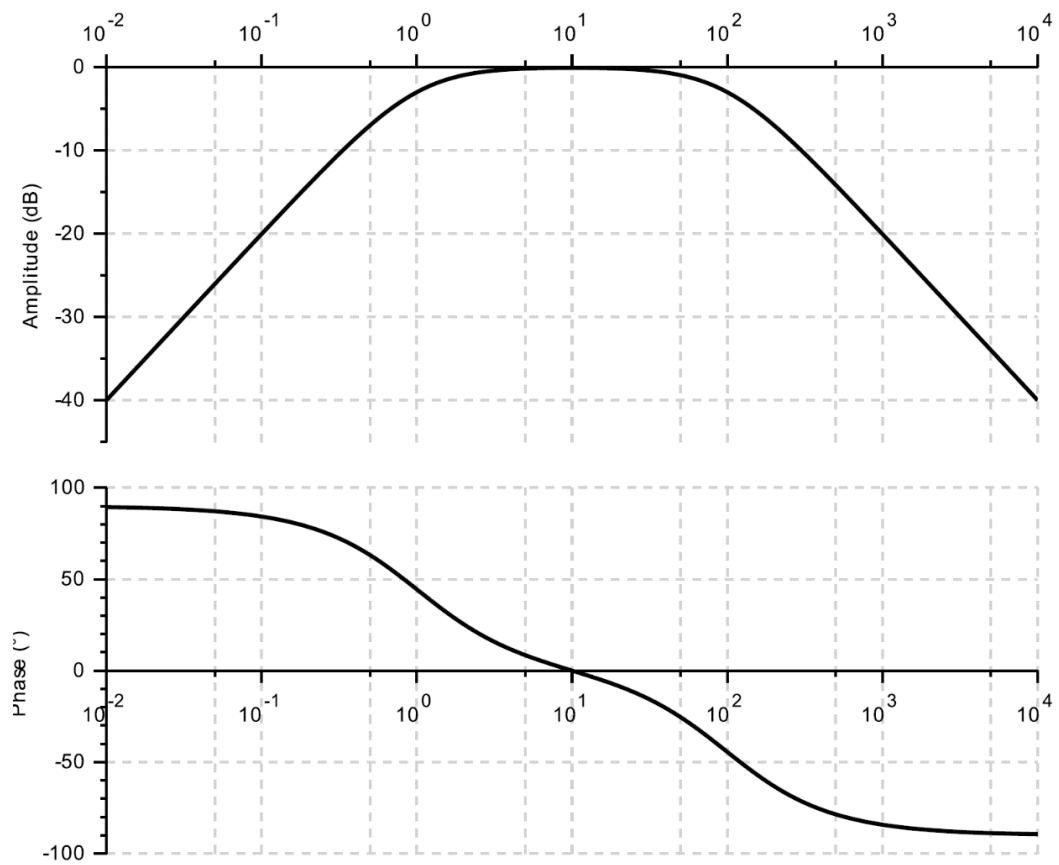


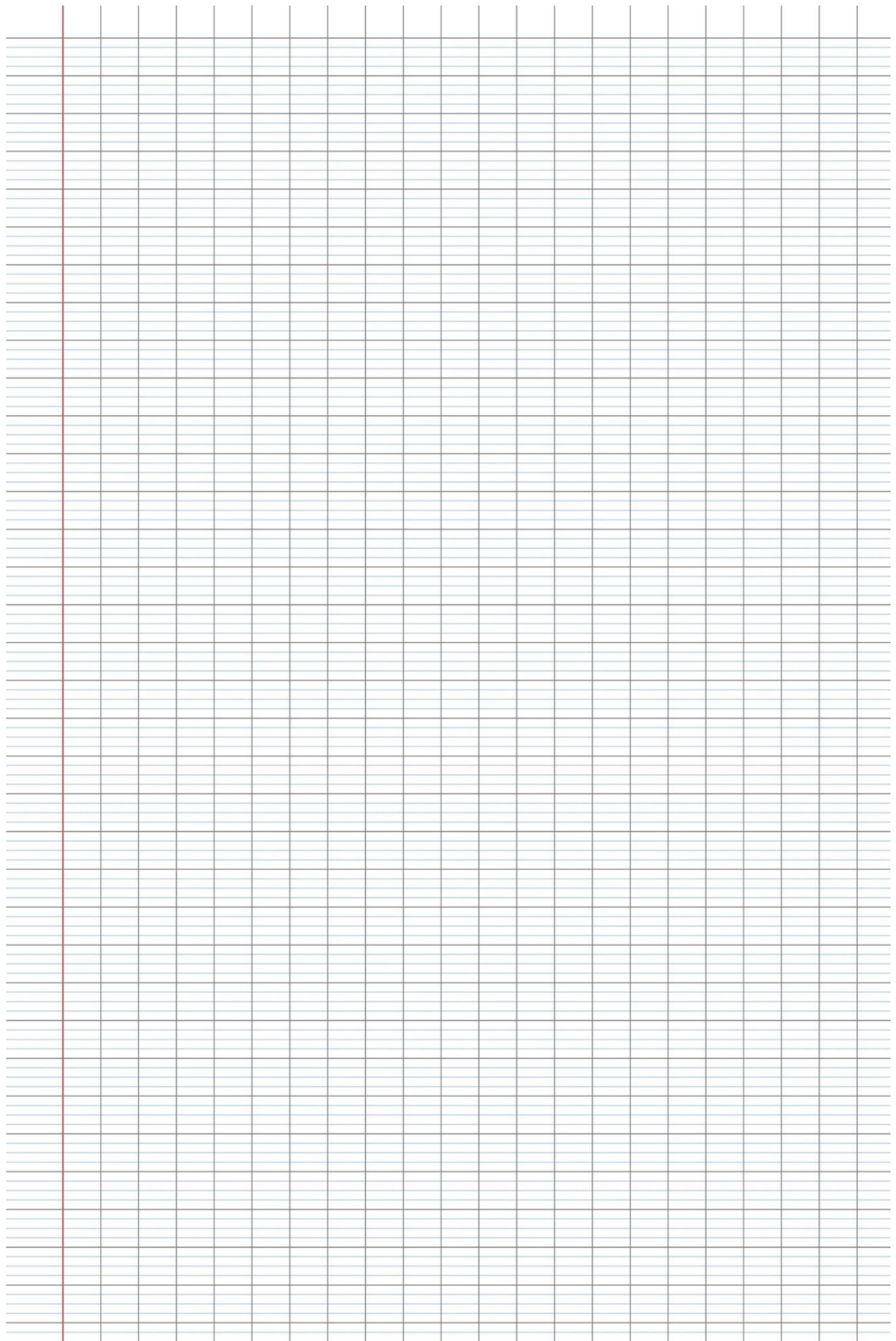


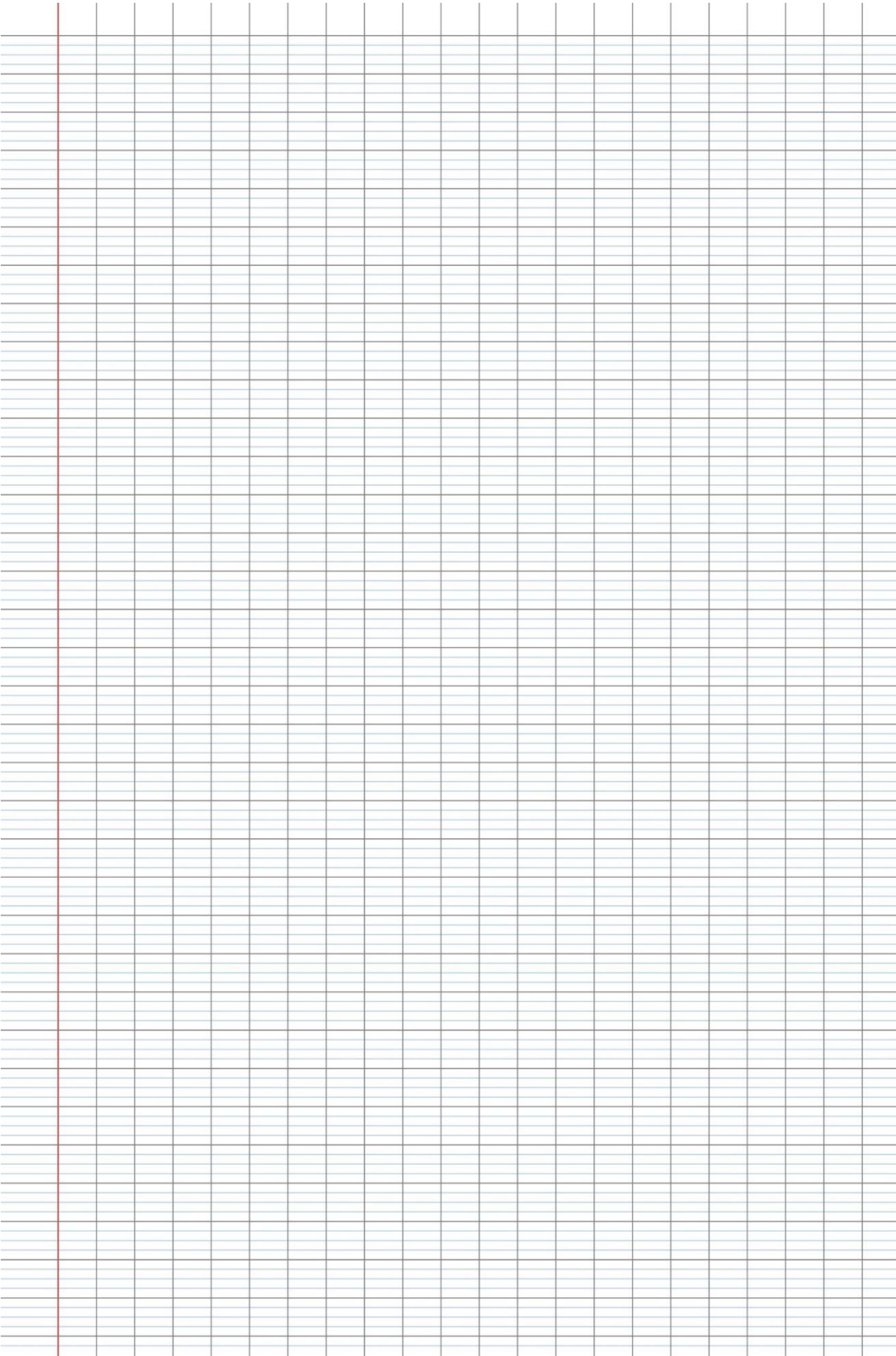
Exercice 6 : Identification de fonctions de transfert

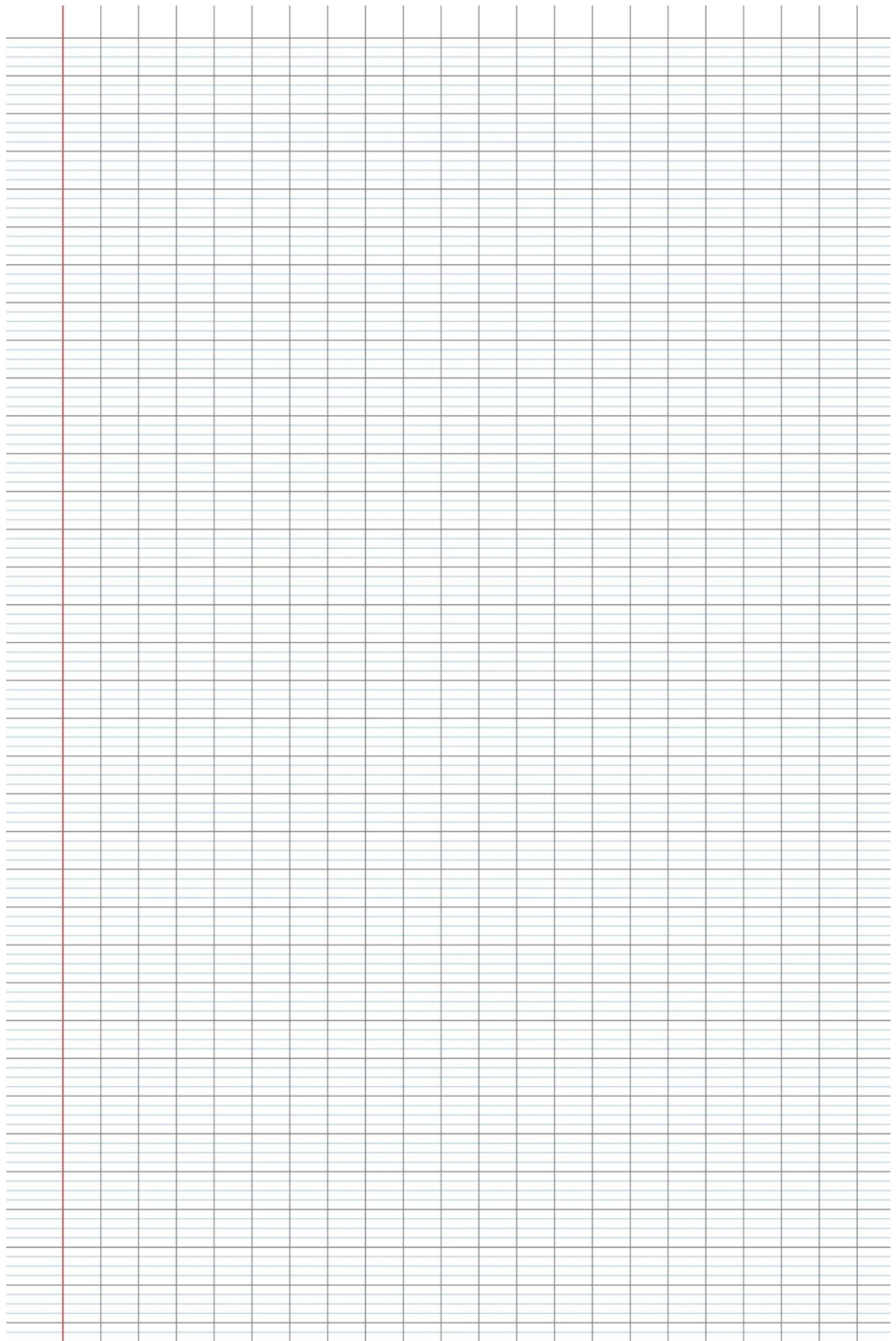


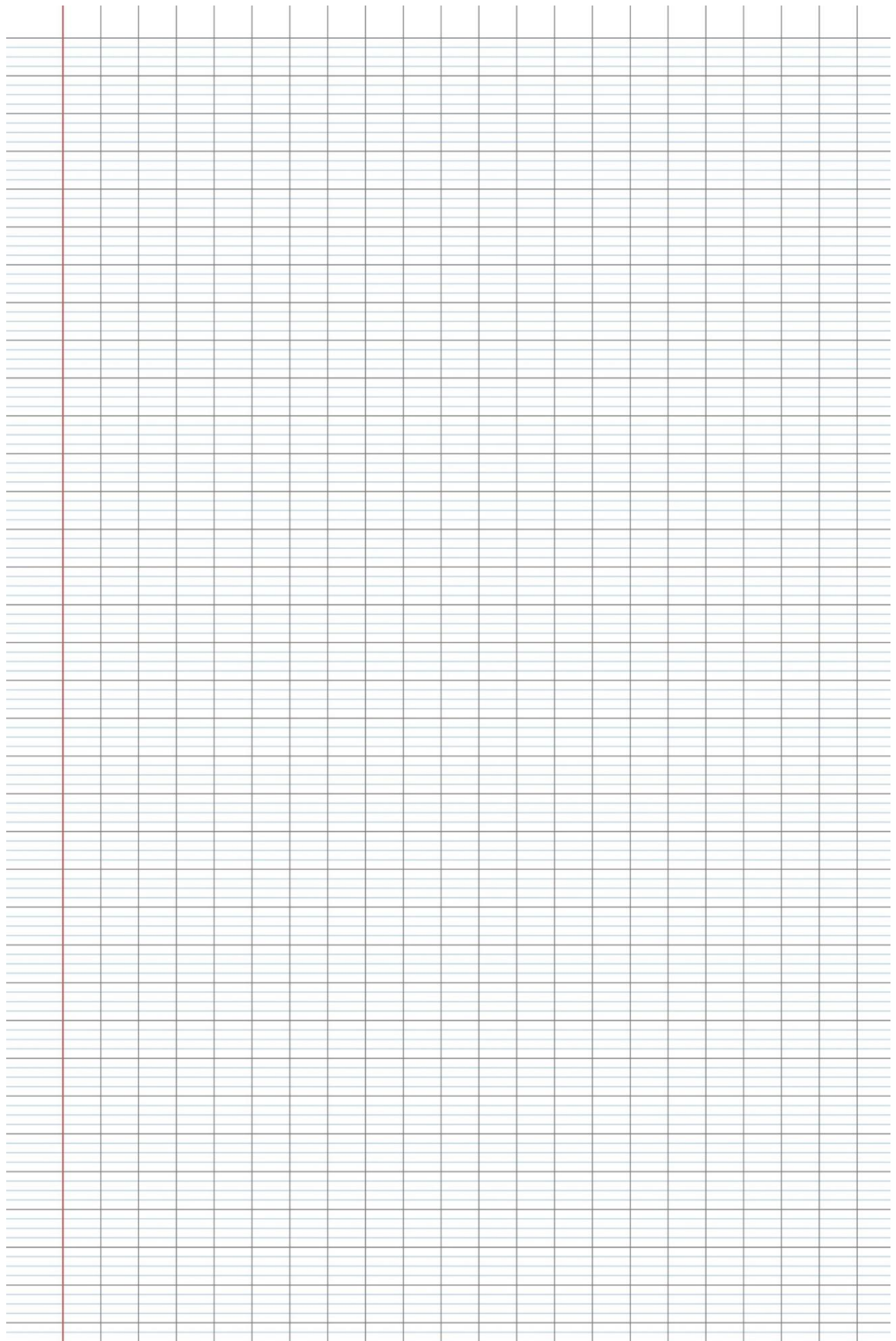












Actions mécaniques

Exercice 7 : Barrage poids

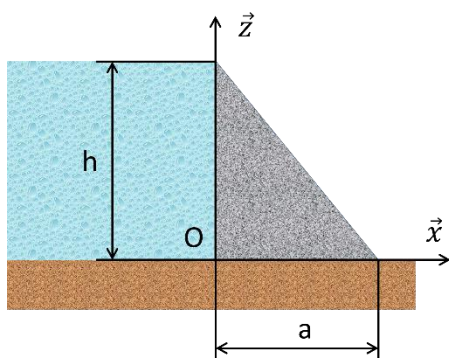
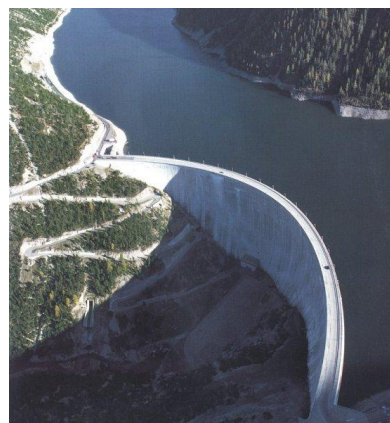
1 Présentation

Un barrage poids est un barrage dont la masse propre suffit à résister à la poussée de la retenue d'eau. Il requiert donc une grande quantité de béton armé pour sa construction. A l'opposé, un barrage voûte est « léger » et résiste à la poussée de l'eau grâce à sa forme courbée qui permet de ne solliciter le béton qu'en compression. On choisit l'une ou l'autre des constructions en fonction du terrain : Un barrage poids peut atteindre des grandes largeurs mais demande beaucoup de matière tandis qu'un barrage voûte ne peut être construit que dans des vallées plus étroites pour laquelle les flancs de la montagne sont très solides.



Ci-dessus, un barrage poids qui résiste grâce à sa masse propre élevée.

A droite, un barrage voûte qui résiste grâce à sa forme spécifique.



Modélisation du barrage poids :

M : Masse du barrage

$a = 20\text{m}$: Assise du barrage

$h = 30\text{m}$: Hauteur de la retenue d'eau

$l = 80\text{m}$: Largeur du barrage

$\rho_{\text{eau}} = 1000\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$: Masse volumique de l'eau

Le cahier des charges spécifie que le barrage doit résister à une poussée de $400 \cdot 10^6 \text{ N}$.

La position du centre de gravité du barrage est : $\overrightarrow{OG} = \frac{a}{3} \cdot \vec{x} + \frac{h}{3} \cdot \vec{z} + 0 \cdot \vec{y}$

2 Travail demandé

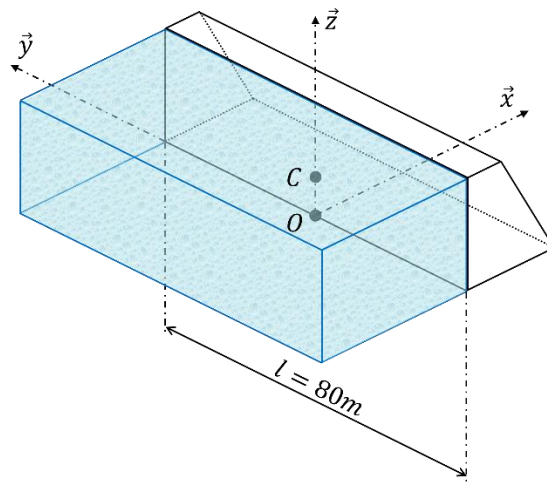
Question 1 : Déterminer le modèle global de l'action mécanique de la pesanteur sur le barrage sous la forme d'un torseur exprimé en G puis en O .

Question 2 : Exprimer le modèle local de l'action mécanique de l'eau sur le barrage.

Question 3 : Déterminer la résultante d'action mécanique de l'eau sur le barrage.

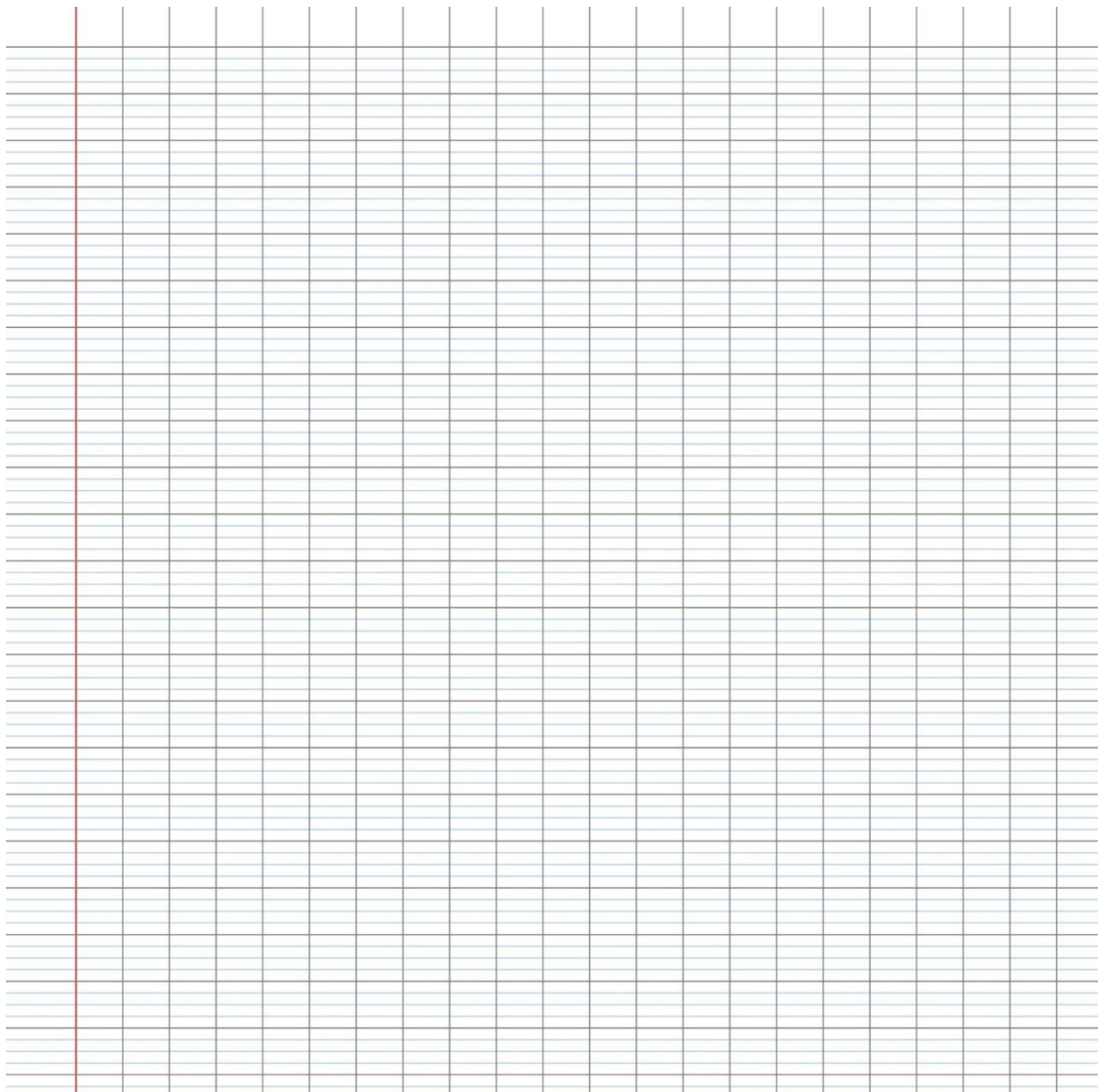
On appelle centre de poussée l'intersection entre la droite d'action de la force exercée par l'eau sur le barrage et la surface de contact entre l'eau et le barrage (face « arrière » du barrage). Le moment de la force y est donc nul.

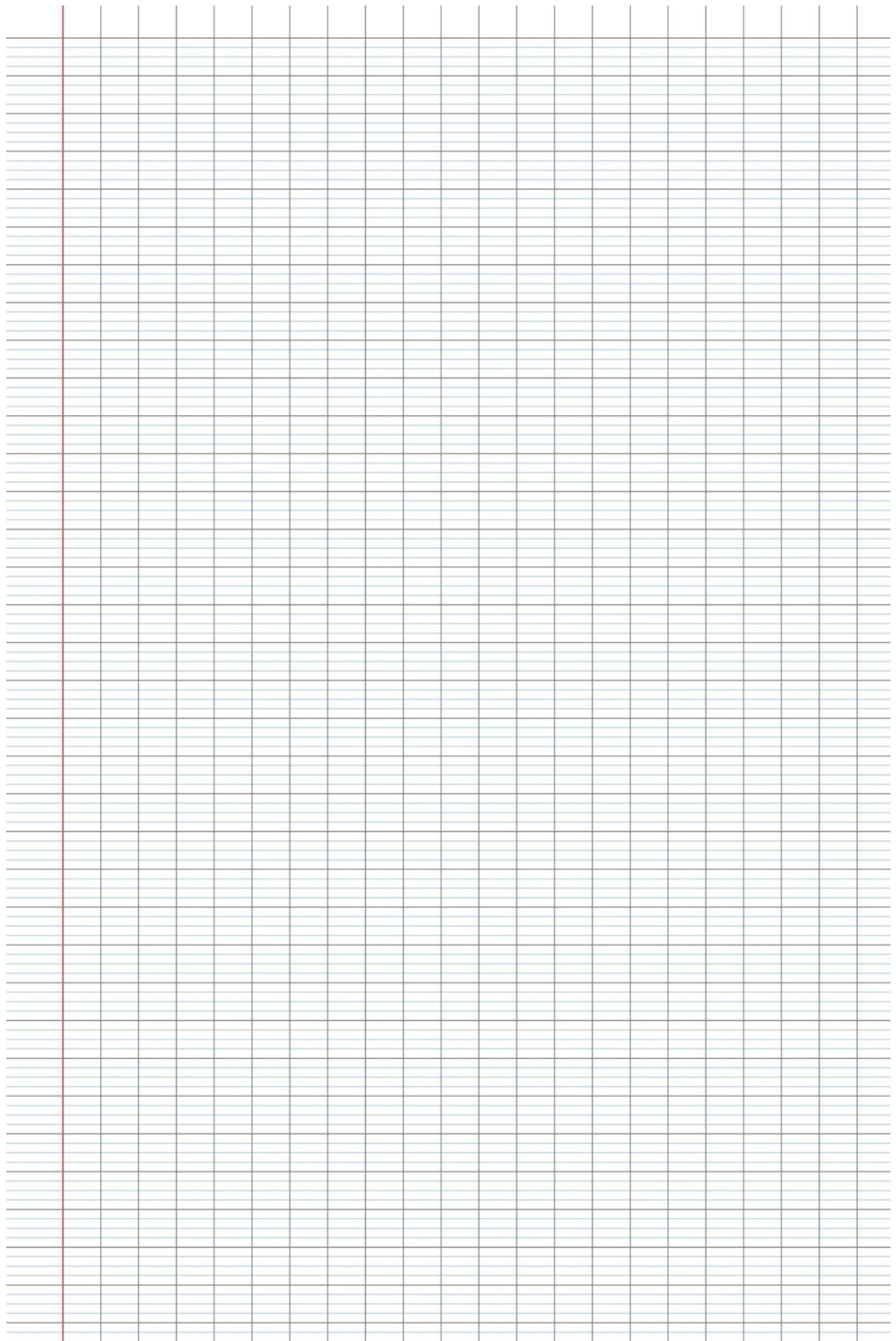
Question 4 : Déterminer la position du centre de poussée de l'eau sur le barrage noté C tel que le moment résultant de l'action mécanique exercé est nul en ce point : $\overrightarrow{M}_C(\text{eau} \rightarrow \text{barrage}) = \vec{0}$. En particulier, justifier que sa position est- telle qu'illustrée ci-dessous :

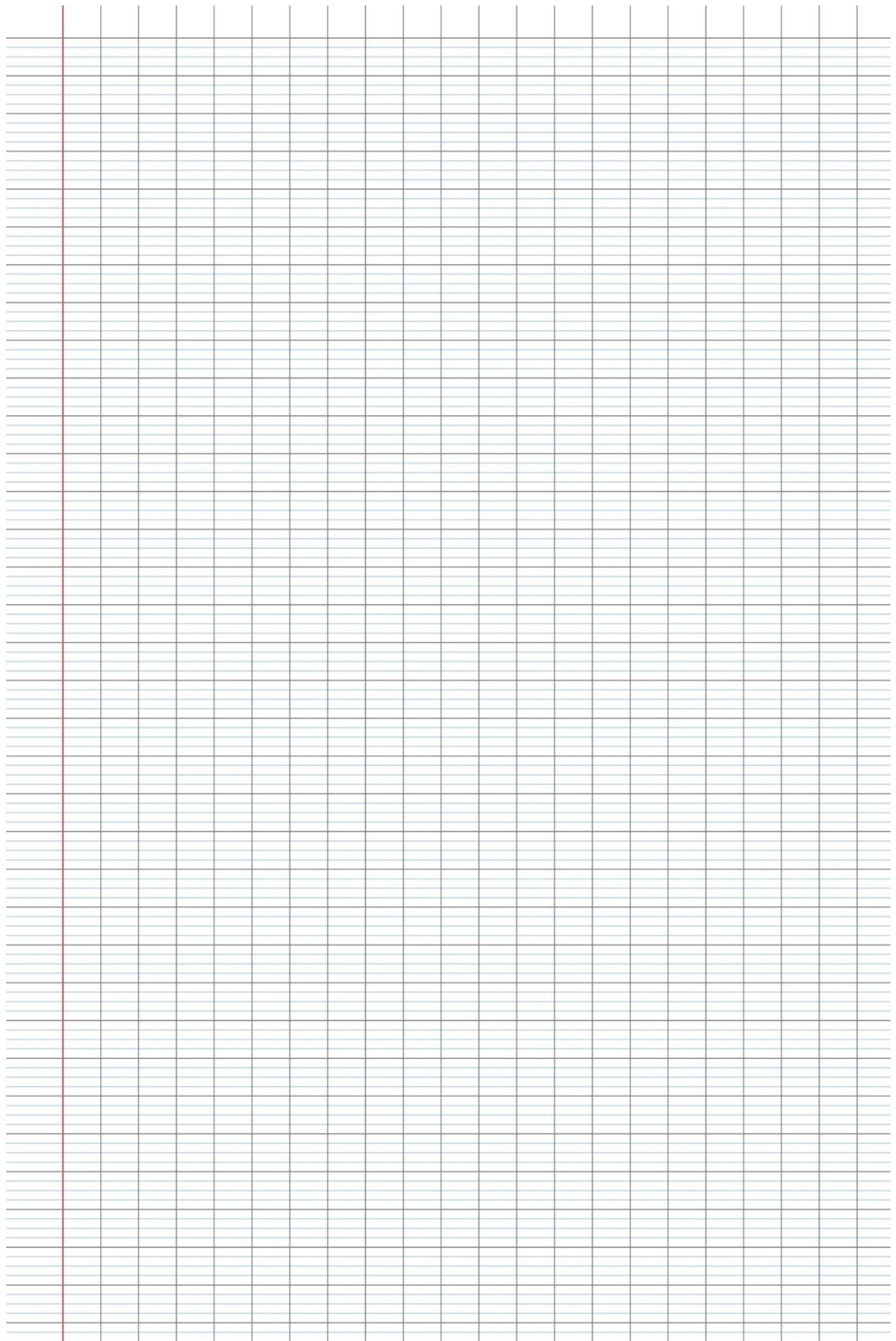


Question 5 : En déduire le modèle global de l'action mécanique de l'eau sur le barrage réduit au centre de poussée.

Question 6 : Conclure quant au respect du cahier des charges à l'aide des données numériques fournies pour la résultante de la poussée de l'eau sur le barrage.







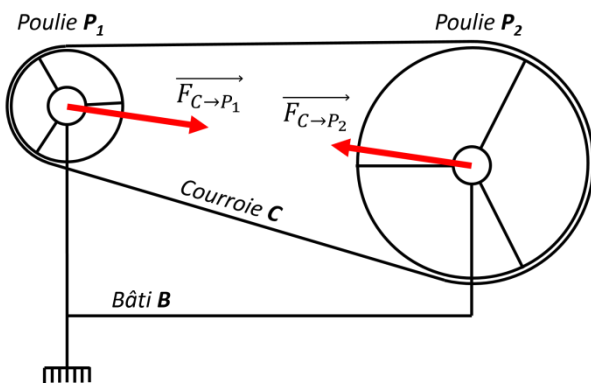
Exercice 8 : Palier lisse

1 Mise en place du palier lisse

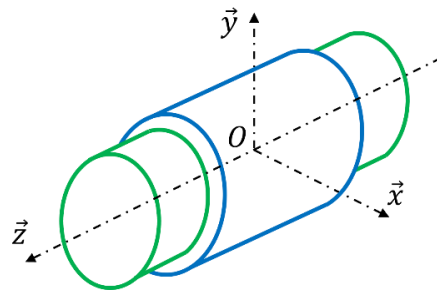


Un guidage en rotation entre deux composants mécaniques peut être réalisé de différentes manières. Les solutions les plus courantes sont les roulements (à billes, à rouleaux, à aiguilles, etc...) et les paliers lisses (aussi appelés coussinets). Ces derniers sont en général réalisés en bronze, en PTFE ou en polyamide car ces matériaux présentent de faibles coefficients de frottement avec les métaux. Les paliers lisses autolubrifiants sont réalisés dans un métal fritté poreux qui contient de l'huile afin de réduire encore les frictions. Leur taille varie de quelques millimètres à environ un mètre de diamètre.

L'objet de cette étude est la détermination des actions mécaniques de contact sur un palier lisse. On considère un mécanisme qui utilise un palier lisse pour le guidage en rotation d'un arbre à l'extrémité duquel est fixée une courroie.

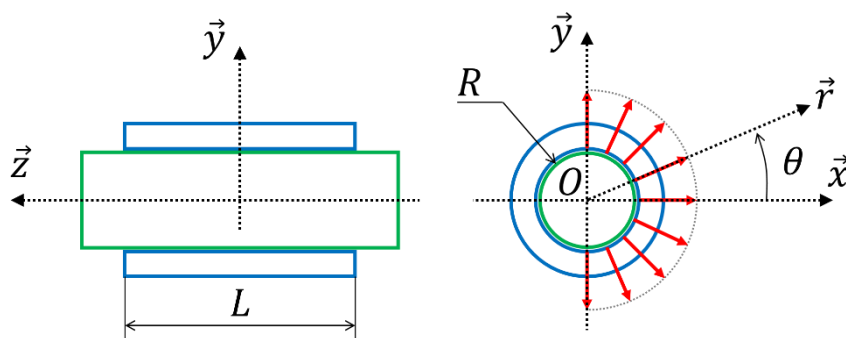


Sous l'effet de la tension de la courroie C, les axes des poulies subissent chacun une force résultante radiale $\vec{F}_{C \rightarrow P_k}$. Cette force radiale est supportée par le palier lisse. On la modélise par un champ de pression.

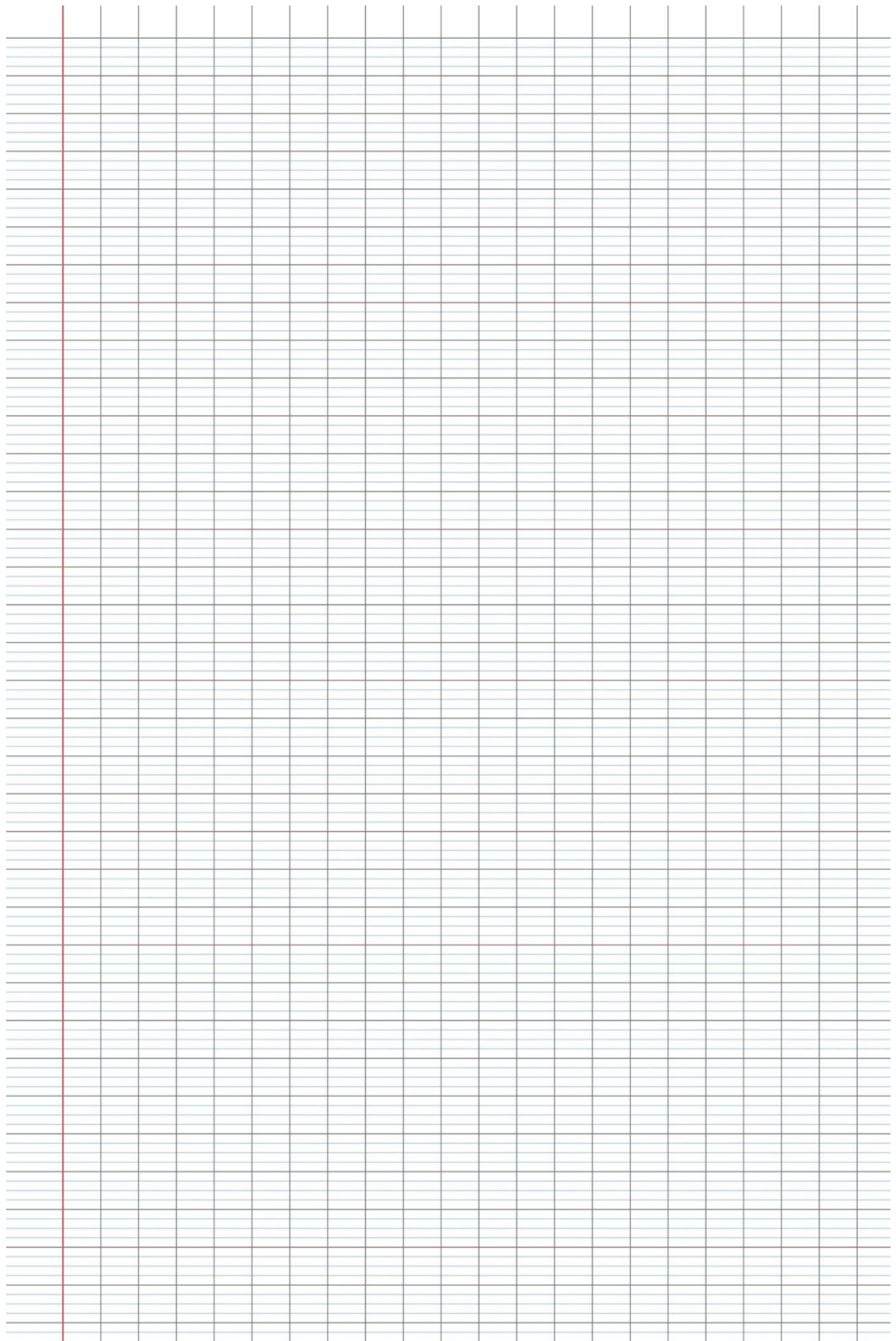


2 Modélisation de l'action mécanique

- Les surfaces de contact sont limitées par un demi cylindre de longueur L et de rayon R .
- Entre les surfaces de contact, la pression p est uniforme sur chaque élément dS situé autour du point considéré.

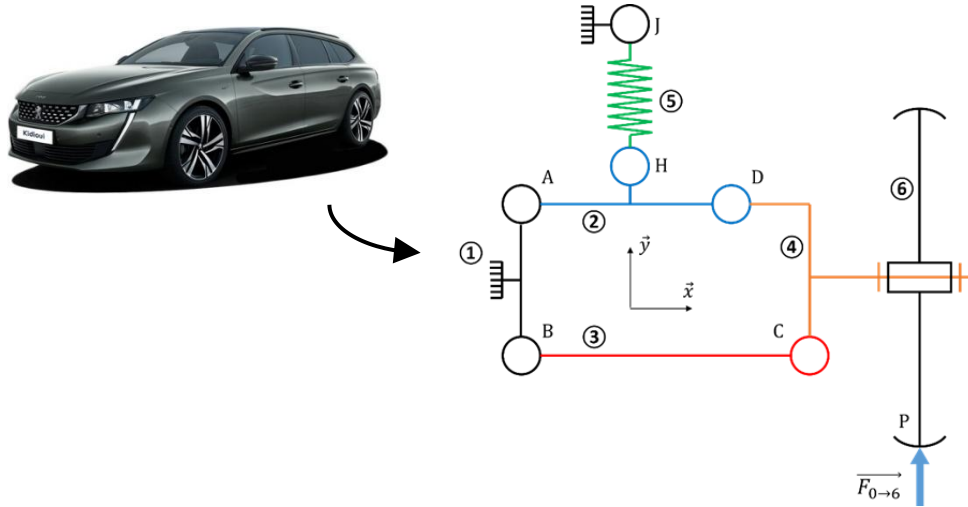


Question 1 : Déterminer le modèle global de l'action mécanique de l'arbre 2 sur le palier 1 sous la forme d'un torseur d'action mécanique exprimé au point O.



Résolution analytique des problèmes de statique

Exercice 9 : Suspension de voiture à parallélogramme déformable



Dans cette étude, on s'intéresse à une suspension de voiture à parallélogramme déformable. L'objectif est de vérifier si la suspension satisfait le critère d'affaissement statique maximal du cahier des charges, c'est-à-dire vérifier si la voiture, soumise à son poids propre, s'affaisse de plus ou moins de 120mm.

Les hypothèses de modélisation sont les suivantes :

- Le problème est contenu dans le plan $(\vec{x}, \vec{y})$
- Le poids propre des composants est négligé.
- Les liaisons sont parfaites.
- L'amplitude des mouvements est faible, donc le système est toujours étudié dans la configuration représentée sur le schéma cinématique.

L'action mécanique du sol sur la roue est modélisée par un torseur glisseur dont la résultante est $\vec{R}_{0 \rightarrow 6} = F_{0 \rightarrow 6} \cdot \vec{y}$ avec $F_{0 \rightarrow 6}$ qui représente le quart du poids du véhicule.

Dimensions (longueurs en mm) :

$$\overrightarrow{AB} = -a \cdot \vec{y}, \overrightarrow{BC} = b \cdot \vec{x}, \overrightarrow{AD} = d \cdot \vec{x}, \overrightarrow{AH} = L \cdot \vec{x} + h \cdot \vec{y}, \overrightarrow{DC} = c \cdot \vec{x} - a \cdot \vec{y}, \overrightarrow{CP} = e \cdot \vec{x} - f \cdot \vec{y}$$

$$a = 160, b = 330, c = 80, d = 250, h = 30, L = 150, e = 90, f = 180,$$

$$k_{\text{ressort}} = 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, m_{\text{voiture}} = 1600 \text{ kg}$$

Remarque n°1 : Dans le cadre de la résolution des problèmes de statique, deux types d'objectifs apparaissent.

- 1) La détermination des efforts dans les liaisons entre les composants, pour ensuite dimensionner correctement les composants qui sont aux interfaces (des roulements à billes par exemple).
- 2) La détermination de l'effort à fournir par un actionneur (qu'il s'agisse d'un vérin ou d'un moteur) ou d'un ressort, pour garantir l'équilibre statique du mécanisme. C'est le cas le plus fréquent dans les études aux concours.

L'étude développée ici relève du second cas.

Remarque n°2 : La première étape dans l'étude des efforts dans un mécanisme est de comprendre comment le mécanisme fonctionne, à partir du schéma cinématique. La deuxième étape, très importante, est d'identifier quels sont les solides ou groupes de solides qui ne sont soumis qu'à deux forces. Cela permet de simplifier le travail par la suite. Deux cas sont facilement identifiables :

- 1) Les biellettes (un solide) avec un point d'ancrage à chaque extrémité, dont la masse est négligée. Dans l'exercice, la biellette 3 rentre dans cette catégorie.
- 2) Les vérins (deux solides) constitués d'un corps et d'un piston.

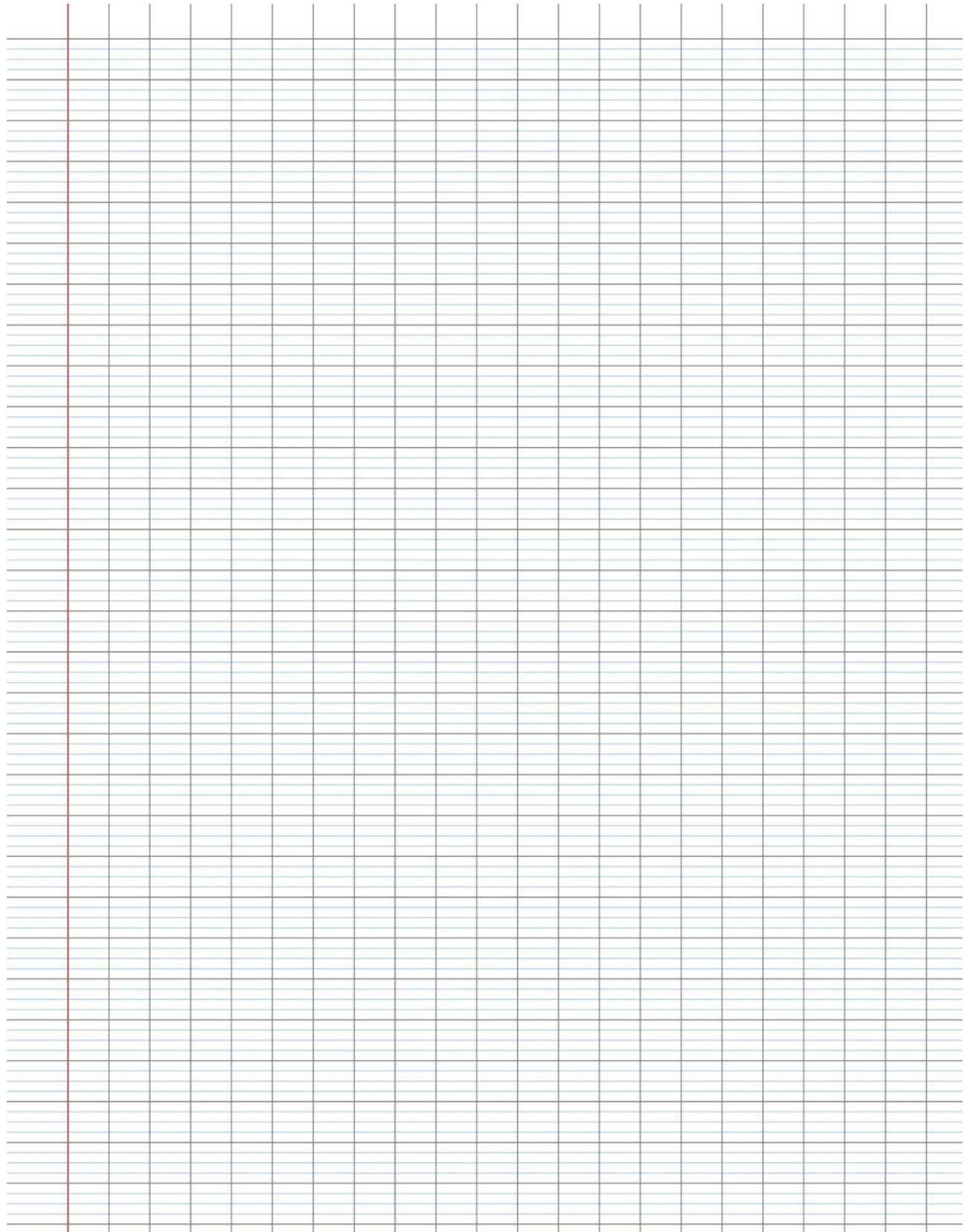
Question 1 : Démontrer que $\overrightarrow{R_{4 \rightarrow 3}} \cdot \vec{y} = 0$.

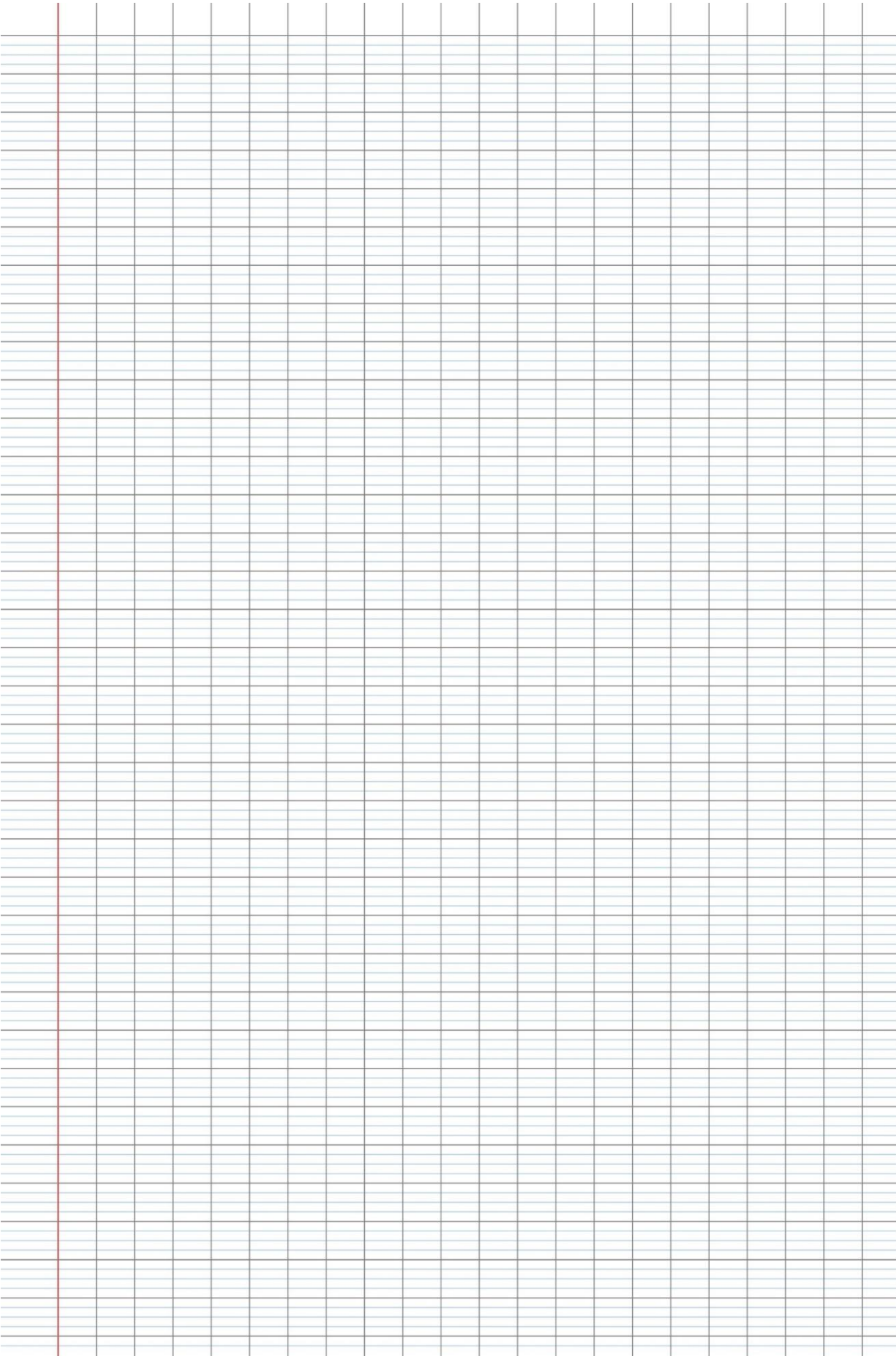
Question 2 : Déterminer les inconnues de liaison au point D en fonction de $F_{0 \rightarrow 6}$ et des dimensions des composants de la suspension.

Question 3 : Démontrer que l'action du ressort sur la biellette (2) est une force de direction verticale.

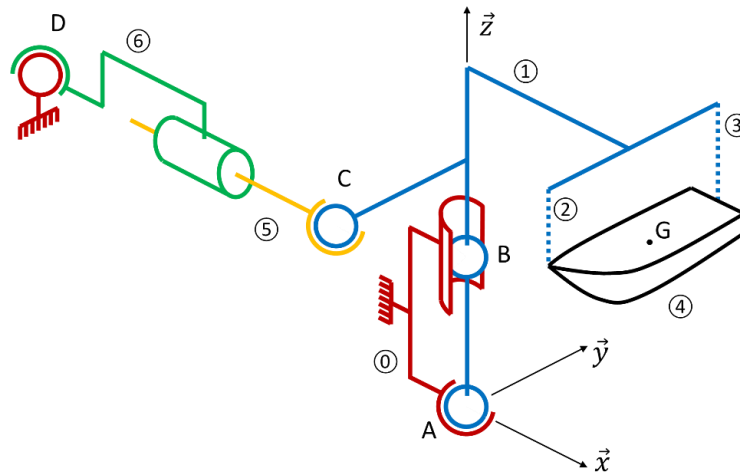
Question 4 : En déduire les inconnues de liaison au point H en fonction de $F_{0 \rightarrow 6}$.

Question 5 : Conclure quant au respect du cahier des charges.





Exercice 10 : Grue à bateaux



On s'intéresse dans cet exercice à une grue pour bateaux. Son rôle est de transporter les bateaux de la terre ferme à l'eau, puis inversement. Sa construction est illustrée par le schéma cinématique ci-dessus.

La potence ① est en liaison avec le quai ⑦ par l'intermédiaire d'une liaison sphérique de centre A et d'une liaison sphère-cylindre de centre B(0,0,z_B) et de direction $\vec{z}$. La rotation de la potence autour de l'axe $\vec{z}$ est assurée par un vérin ⑤+⑥ qui exerce un effort au point C(0,-y_C,z_C). On suppose dans cette étude que le vérin conserve une direction constante (CD) orientée par $\vec{x}$. Le bateau ④ de centre de gravité G(x_G,y_G,z_G) et de masse m est suspendu à la potence par deux câbles ② et ③.

On néglige la masse de la potence et des câbles.

Le cahier des charges spécifie que la pression hydraulique requise au fonctionnement du système ne doit pas excéder 15 bars.

Données :

$$z_B = 4m, \quad y_C = 4m, \quad z_C = 6m, \quad x_G = 6m, \quad y_G = 2m, \quad z_G = 6m$$

$$F_{vent \rightarrow 4} = 15000 \text{ N}, \quad S_{piston} = 7500 \text{ mm}^2$$

Question 1 : Donner la forme des torseurs d'action mécanique transmissible des liaisons en A et B.

Question 2 : Donner le graphe des liaisons du système. Faire apparaître sur ce graphe les éventuelles actions mécaniques à distance. On ne détaillera pas la nature des liaisons entre les câbles et le bateau d'une part, et les câbles et la potence d'autre part.

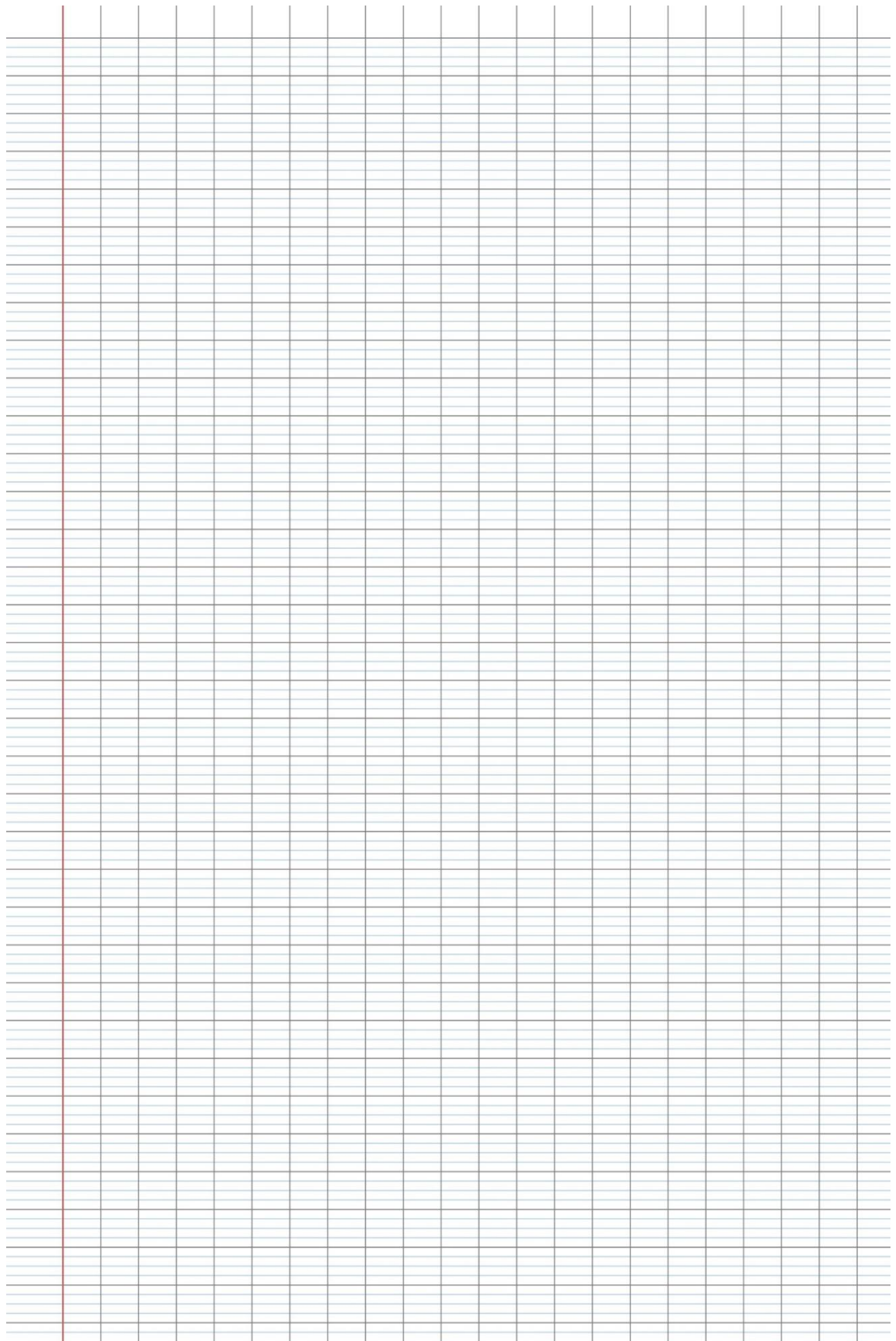
Question 3 : On néglige pour l'instant l'action du vent. On suppose aussi que le vérin n'exerce pour l'instant aucune action mécanique sur la potence. Déterminer les inconnues de liaison en A et B par application du PFS.

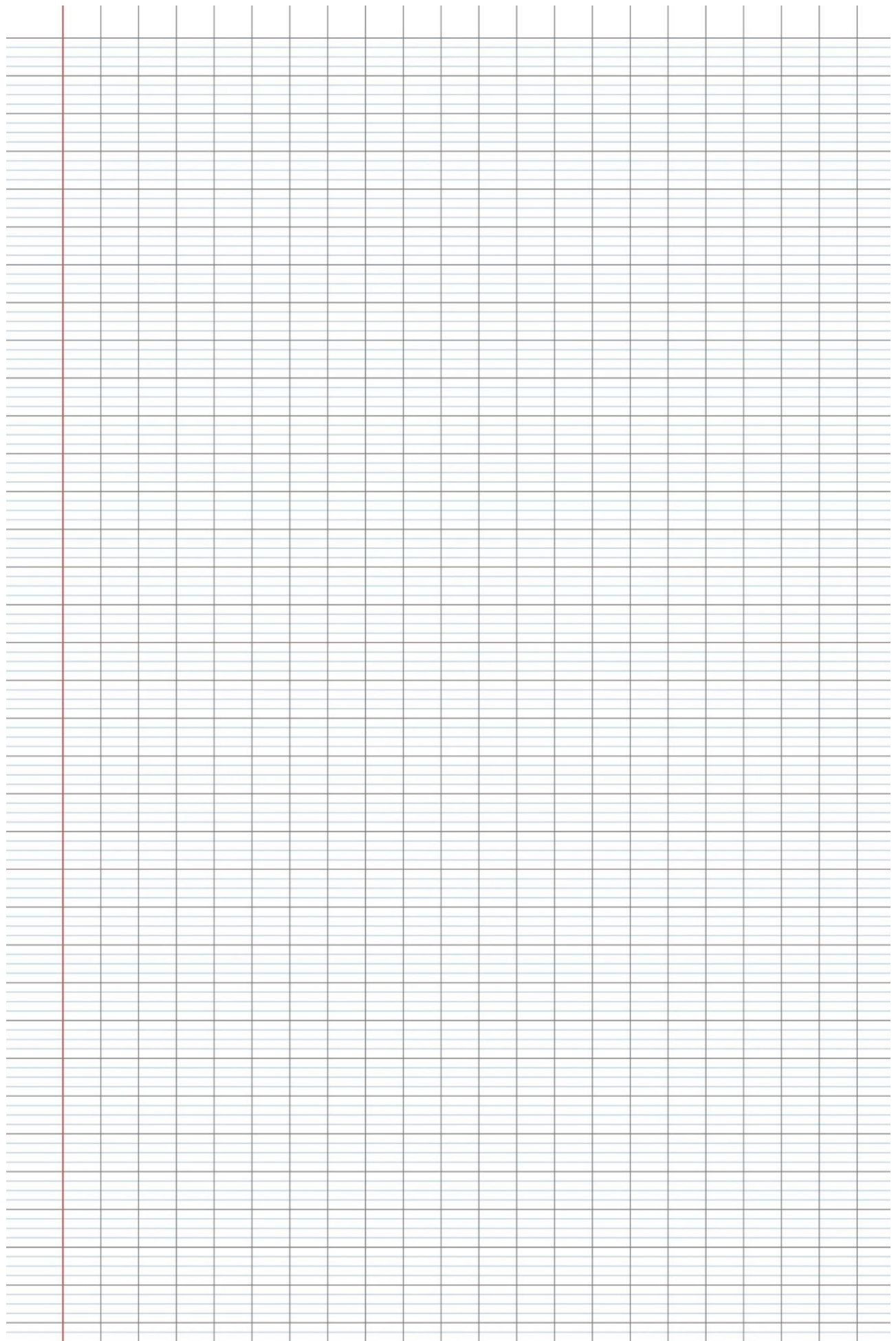
On suppose désormais que le vent exerce sur le bateau une force notée $\vec{F}_{vent \rightarrow 4} = -F_{vent \rightarrow 4} \cdot \vec{x}$ au point G. Afin de maintenir la potence, le vérin exerce un effort au point C.

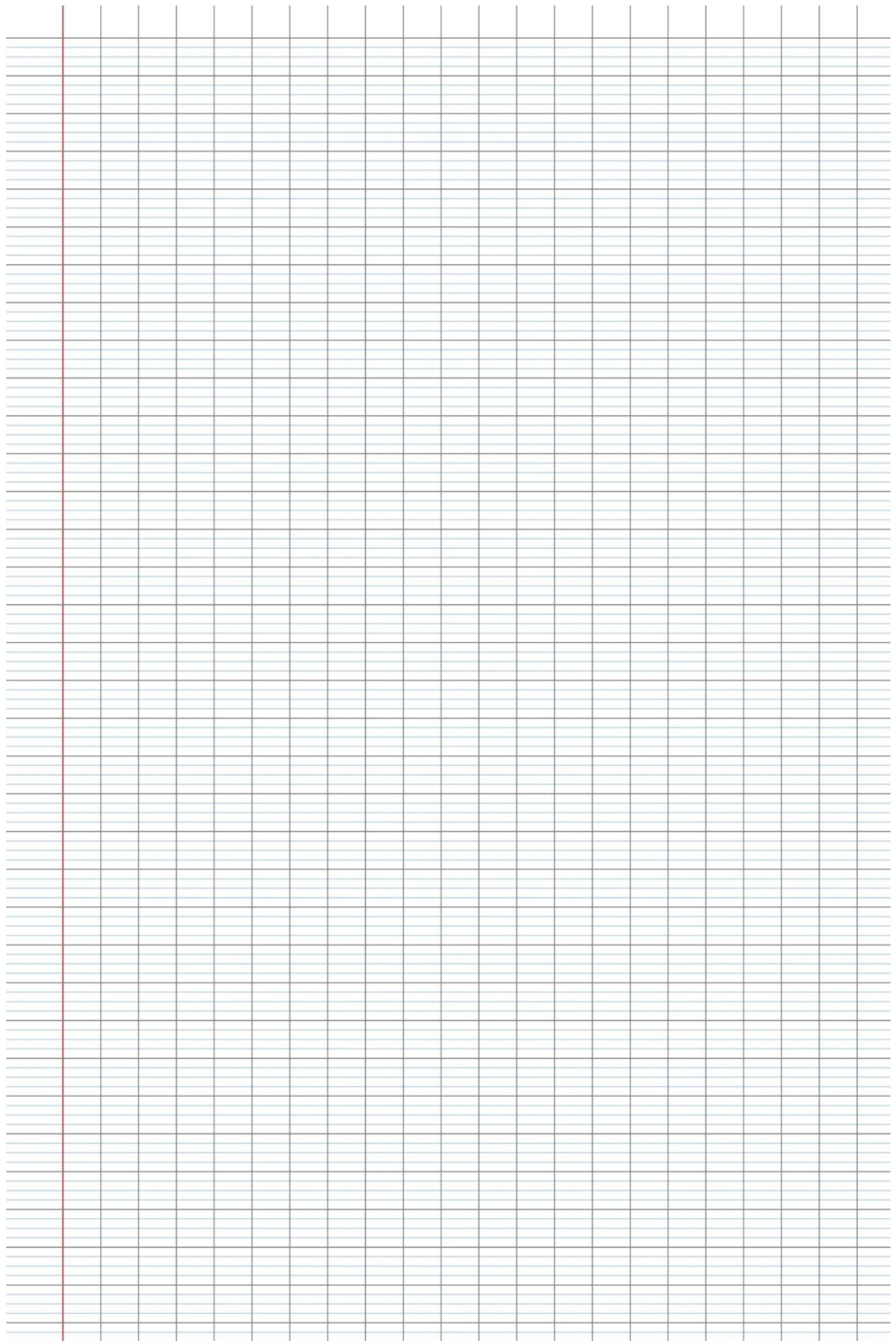
Question 4 : Démontrer que l'action du vérin sur la potence est une force dirigée par $\vec{x}$.

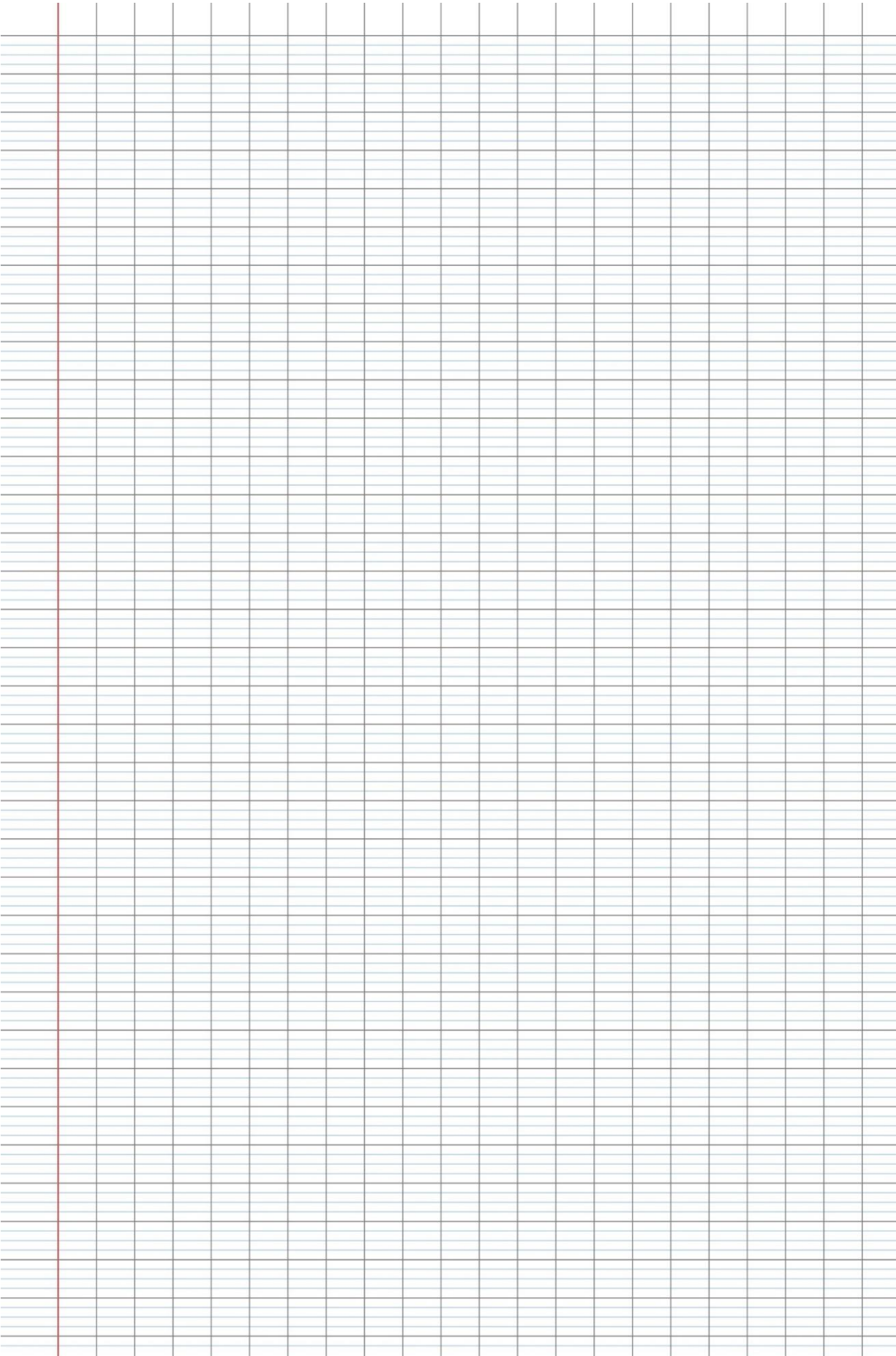
Question 5 : Déterminer l'expression de l'action du vérin.

Question 6 : Faire l'application numérique et conclure quant au respect du cahier des charges.









Modélisation des frottements secs

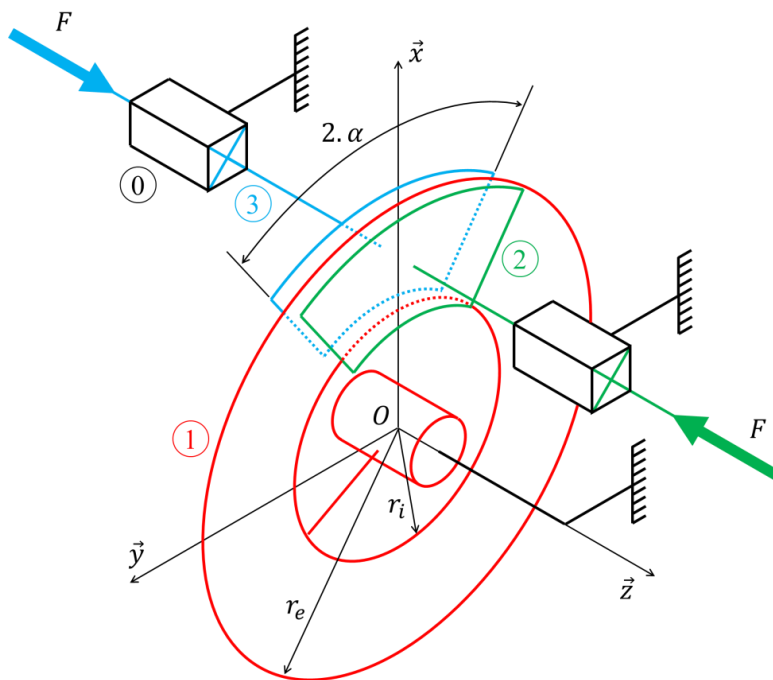
Exercice 11 : Freins à disques

1 Principe de fonctionnement et modélisation



Les freins à disques sont très répandus dans le domaine des transports, qu'il s'agisse de ralentir un TGV de 390 tonnes à 320 km/h ou un cycliste à vélo. Le principe reste essentiellement le même, seules les dimensions et la complexité du dispositif et du pilotage changent.

Chaque disque est solidaire d'une roue. Afin de freiner le véhicule, des plaquettes sont pressées contre le disque et permettent de ralentir sa rotation. Ces plaquettes sont logées dans un étrier solidaire du châssis du véhicule. Afin d'obtenir l'effort presseur sur les plaquettes, un liquide est en général mis sous pression (par appui sur un levier ou une pédale)



Le schéma ci-contre illustre la modélisation du freinage par disque. Les plaquettes exercent chacune un effort presseur de norme F sur le disque. Il en résulte un moment de freinage de norme C_f sur l'axe de rotation du disque. La pression de contact entre une plaquette et le disque vaut p . Elle est uniforme sur toute la surface de contact. Le coefficient de frottement entre les plaquettes et le disque vaut f .

2 Travail demandé

On focalise l'étude sur l'effet de la plaquette (2), le système étant parfaitement symétrique.

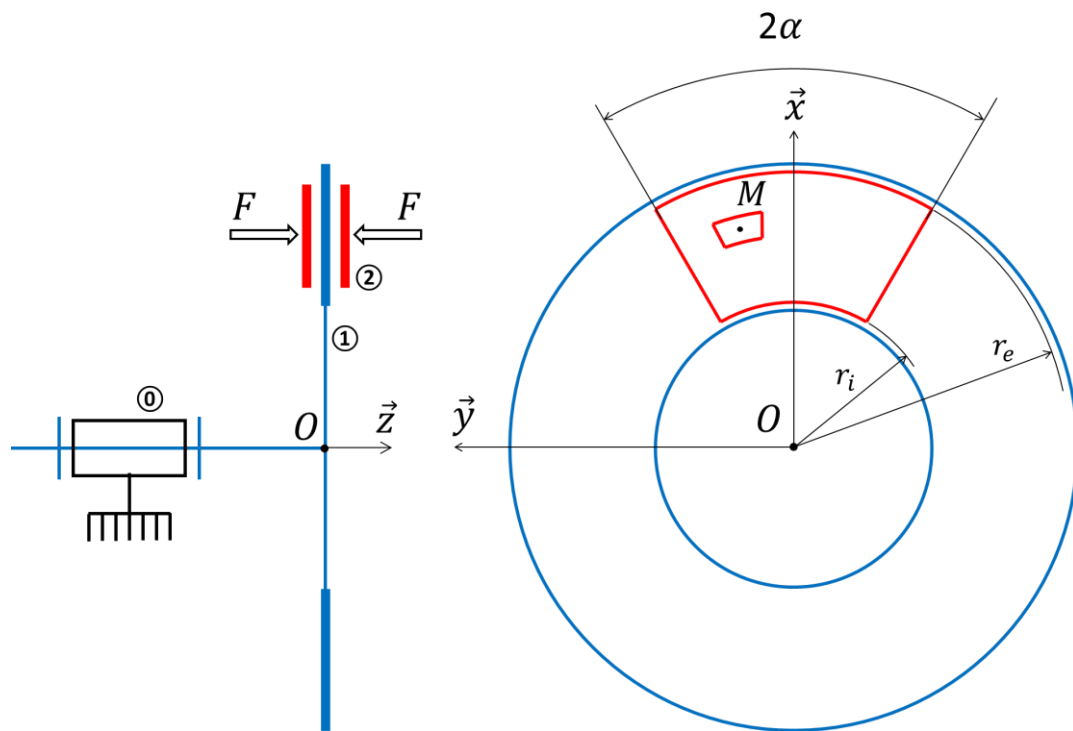
Question 1 : Exprimer la pression de contact p en fonction de F et des dimensions des composants.

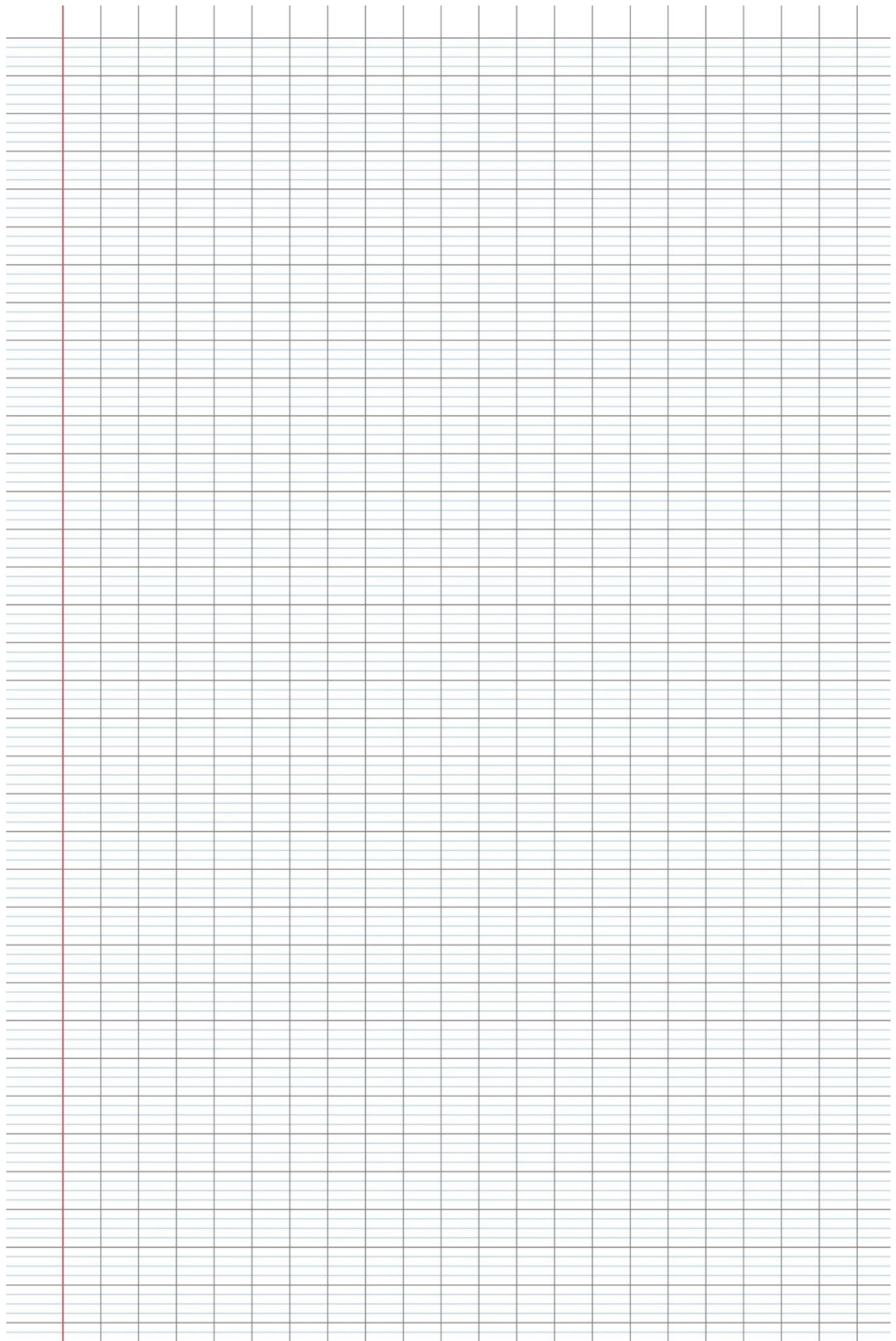
On note $\overrightarrow{\Omega}_{1/0} = \omega \cdot \vec{z}$ avec $\omega > 0$.

Question 2 : Déterminer le modèle local de l'action mécanique de la plaquette sur le disque au centre du disque. On l'écrira en un point M quelconque du contact plaquette/disque.

Question 3 : Par détermination du modèle global de l'action mécanique de la plaquette sur le disque au centre du disque, exprimer le moment total de freinage noté M_{freinage} en fonction de F , f et des dimensions des composants (on considère désormais les deux plaquettes).

Question 4 : Justifier la présence de perçages dans les disques.





Exercice 12 : Robot de maraîchage à chenilles

1 Utilité d'une transmission à chenilles

1.1 Transmission des engins agricoles

La culture des terres arables requiert de minimiser la pression exercée sur le sol. Le travail du sol demande cependant d'exercer de fortes tractions dans le plan horizontal pour mobiliser les outils. Ces dernières années, les roues des engins agricoles sont progressivement remplacées par des chenilles. Cela permet d'augmenter significativement la surface de contact avec le sol (voir figures 1 et 2).



Figure 1 : Transmission à 4 chenilles indépendantes



Figure 2 : Transmission à double chenilles

Les engins présentés ci-dessus n'ont d'utilité que sur de très grandes parcelles. Or il est important aujourd'hui de réduire la taille des parcelles afin notamment d'augmenter les haies qui abritent nombre d'espèces d'animaux très utiles aux cultures. Dans cette étude, on se focalise sur un engin agricole de petite taille utilisé de manière autonome, le Oz440, que l'on souhaite équiper de chenilles comme celles illustrées sur la figure 2.

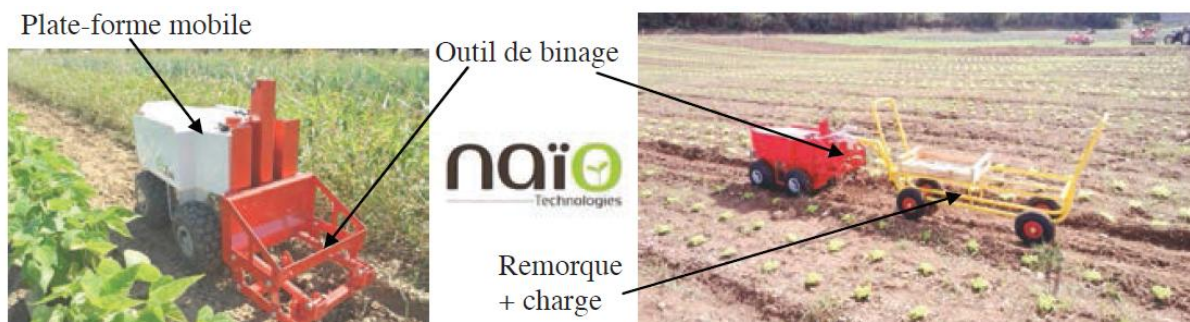


Figure 3 : Robot de maraîchage autonome Oz440

Ce robot de petite taille évolue directement entre les rangées de cultures pour un travail de précision. Il peut, par exemple, désherber et aussi suivre des personnes lors de la récolte tout en transportant des charges. Bien plus petit qu'un tracteur classique, il ne casse pas la structure naturelle du sol et évite ainsi le phénomène de compaction des sols provoqué habituellement par les tracteurs ou le piétinement de l'homme. Il roule lentement et passe au plus près des cultures sans risquer de les abîmer. Le fait de pouvoir utiliser ce robot régulièrement, sans perte de temps, permet de toujours avoir un sol parfaitement biné et ainsi de diminuer les effets d'évaporation de l'eau. On donne en figure n°3 un extrait du cahier des charges imposées au robot

Dans sa version actuelle, le robot est équipé de quatre roues motrices non directrices. Chacune est pourvu d'un moteur et du réducteur associé. On donne en figure 3 l'ensemble des composants du système.

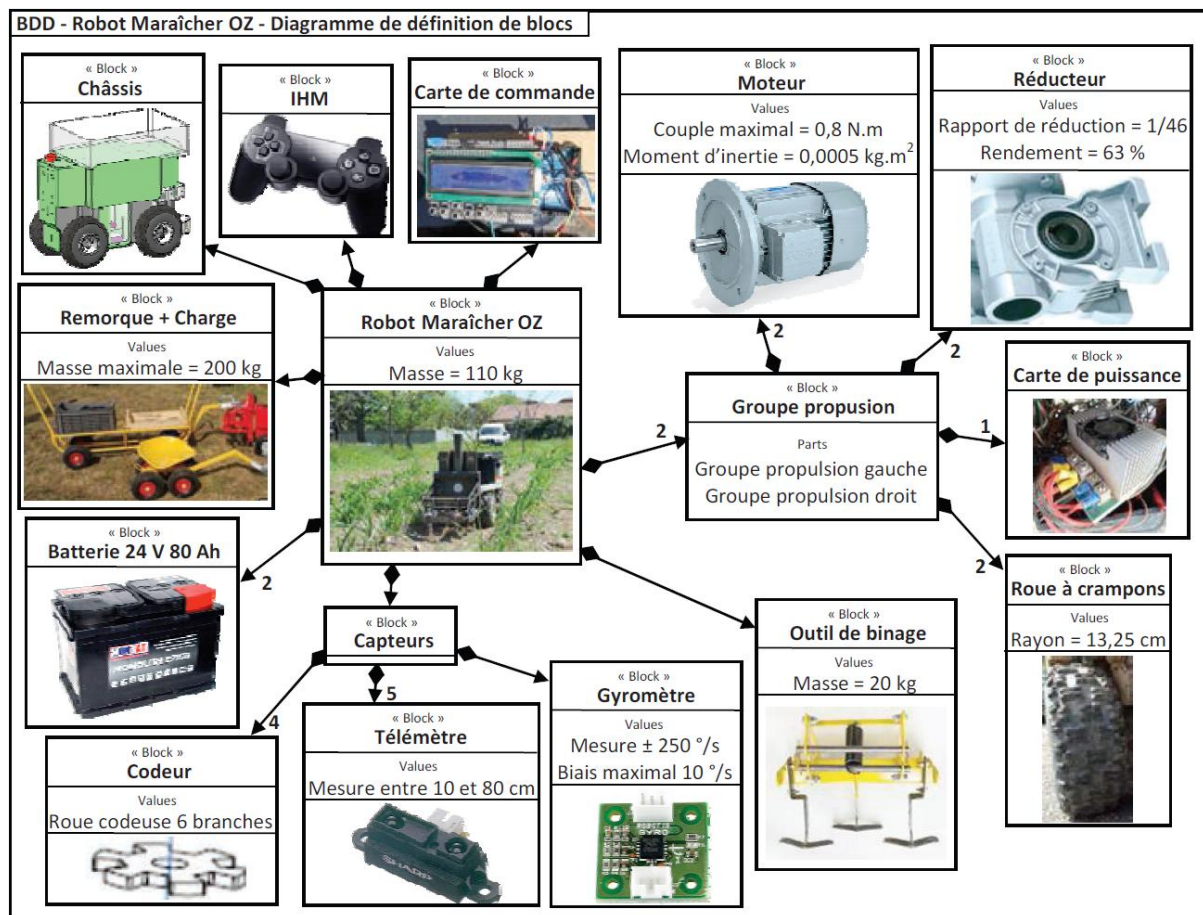


Figure 4 : Composants du robot dans sa version actuelle

1.2 Modification du robot Oz440 pour l'équiper de chenilles

On souhaite munir le robot de chenilles telles que celles illustrées sur la figure 2. Le paramétrage du contact entre une chenille et sol est donné en figure 5.

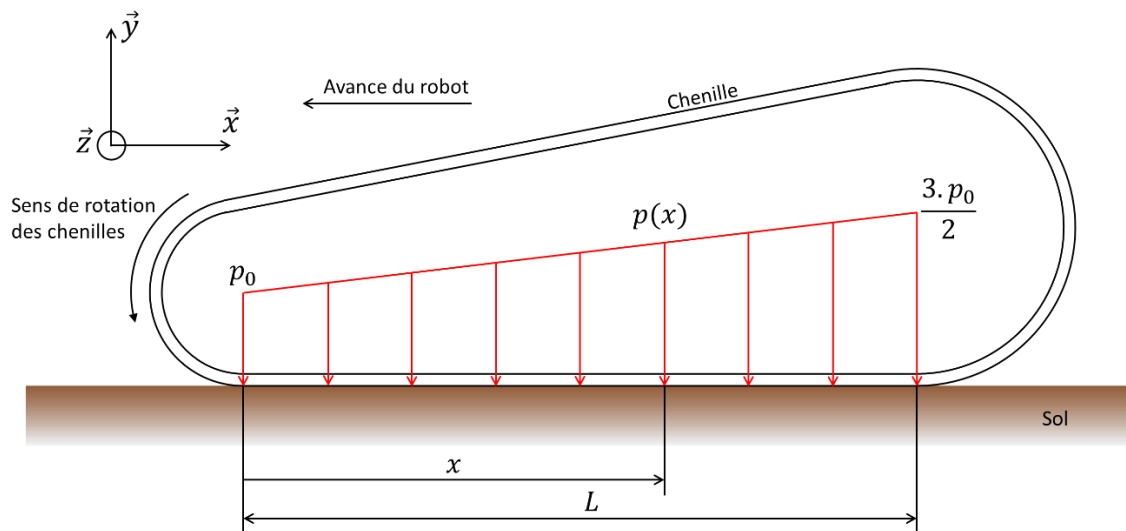


Figure 5 : Paramétrage du contact entre une chenille et le sol

La pression de contact avec le sol est notée $p(x)$. On admet que pour favoriser la traction et préserver les sols en phase de travail, le profil de pression est tel qu'indiqué sur la figure 5. Il résulte d'une étude d'équilibre antérieure.

On considère ici le robot seul, sans son outil de binage ni sa remorque.

On note $l = 60\text{mm}$ la largeur des chenilles et $L = 500\text{mm}$ la longueur du contact avec le sol. La surface de contact d'une chenille avec le sol est donc un rectangle $L \times l$ contenu dans un plan $(\vec{z}, \vec{x})$.

On note $f = 1,2$ le coefficient de frottement/adhérence entre le sol et les chenilles.

On note $dS = dx \cdot dz$ le petit élément de surface de contact sol/chenille.

Avec cette modification, la masse m_{robot} vaut désormais 140kg.

L'action élémentaire avec adhérence du sol sur la chenille est notée :

$$\overrightarrow{dF}_{sol \rightarrow chenille} = \overrightarrow{dF}_{N,sol \rightarrow chenille} + \overrightarrow{dF}_{T,sol \rightarrow chenille}$$

Pour ne pas endommager les sols mais pouvoir quand même les travailler, on introduit deux nouvelles exigences :

Exigence 1 : La répartition de masse ne doit pas excéder $0,3\text{kg/cm}^2$, dont on déduit une pression de contact p_0 maximale de 3N/cm^2 .

Exigence 2 : Le robot doit pouvoir exercer un effort de traction de 1500N.

Question 1 : Montrer qu'on peut écrire $p(x) = p_0 \cdot \left(1 + \frac{x}{2L}\right)$.

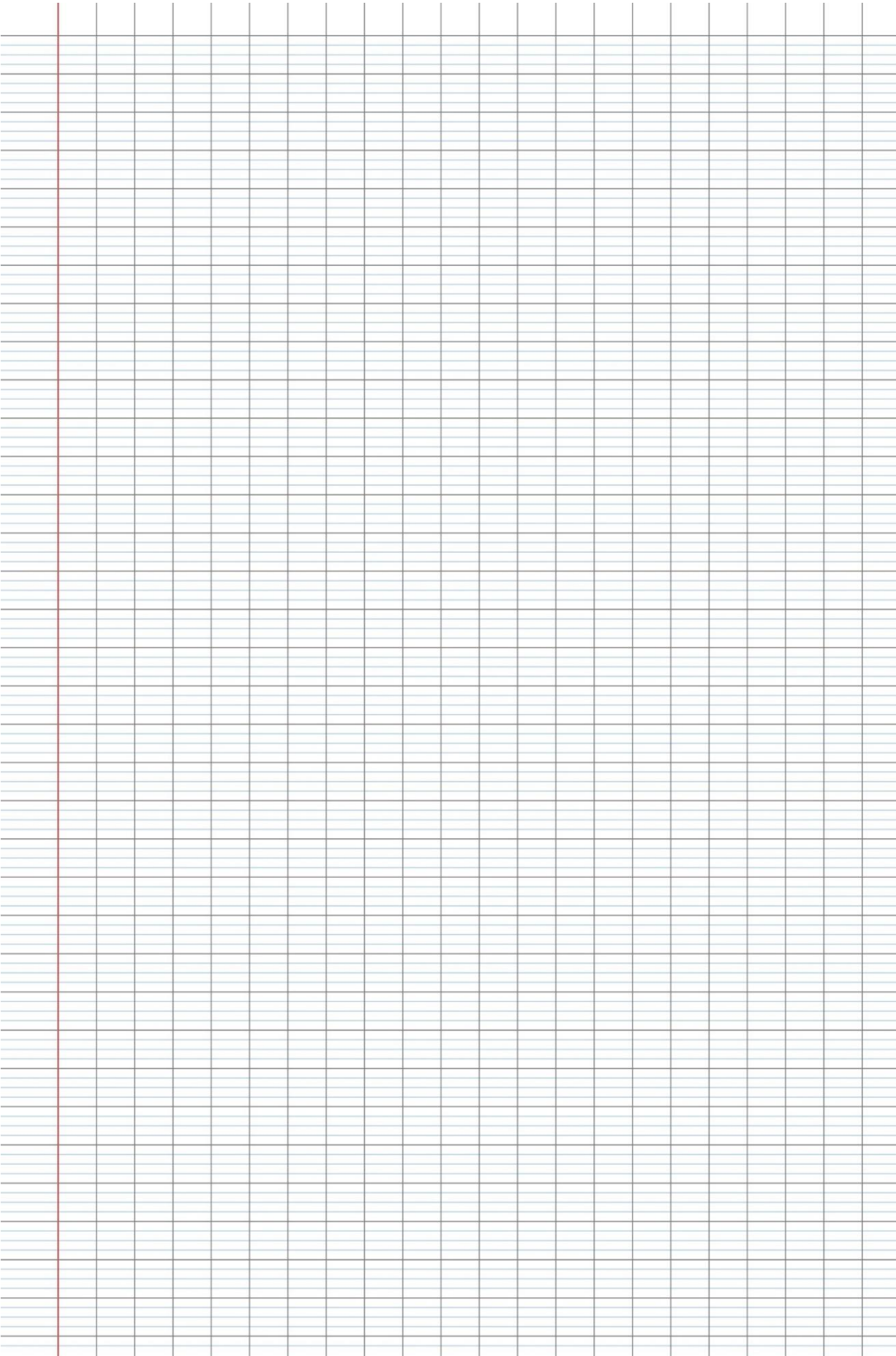
Question 2 : On suppose que le contact sol/chenille est à la limite du glissement. Donner alors une relation entre les actions élémentaires normale et tangentielle.

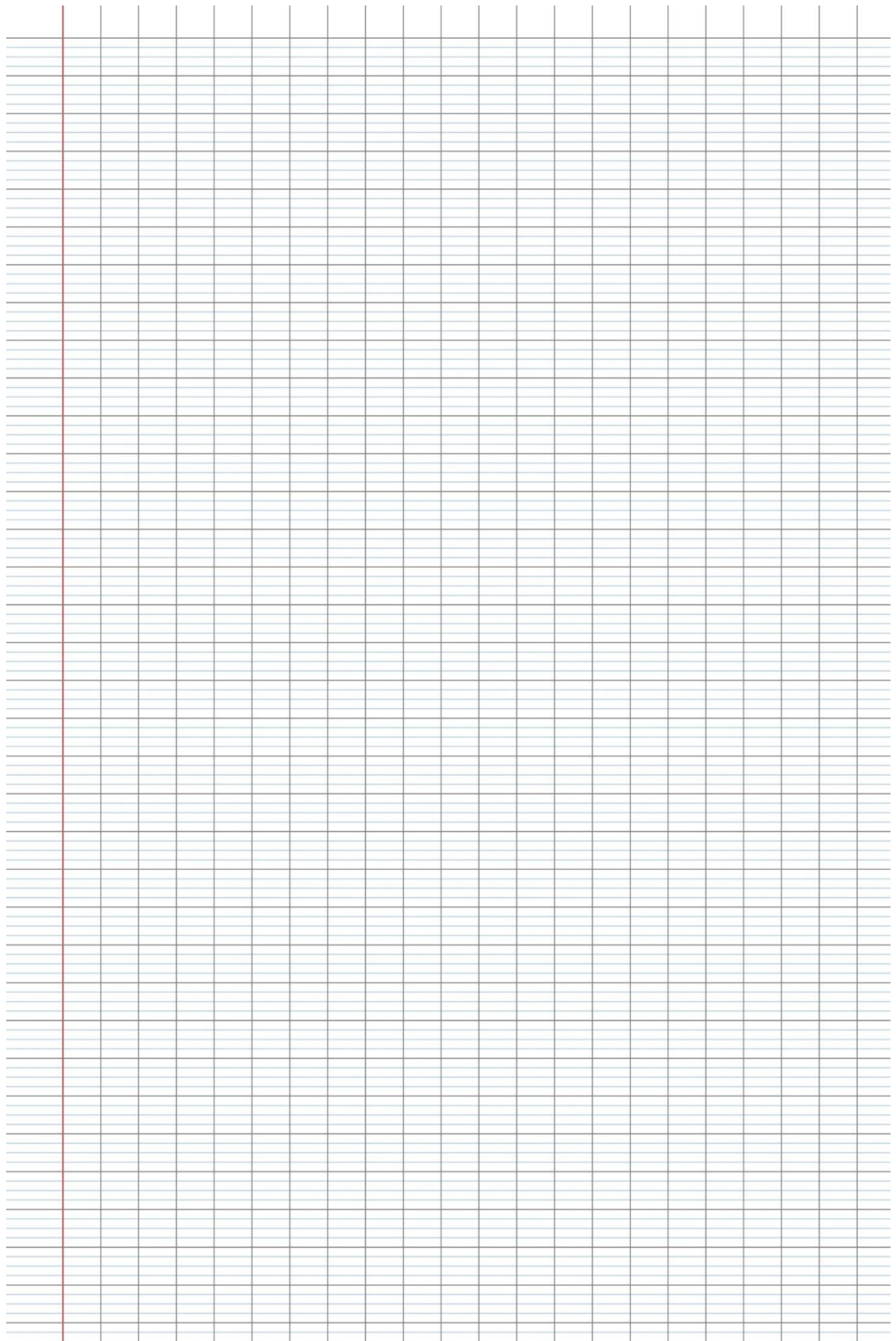
Question 3 : Donner l'expression de $\overrightarrow{dF}_{sol \rightarrow chenille}$. Justifier brièvement le sens de $\overrightarrow{dF}_{T,sol \rightarrow chenille}$.

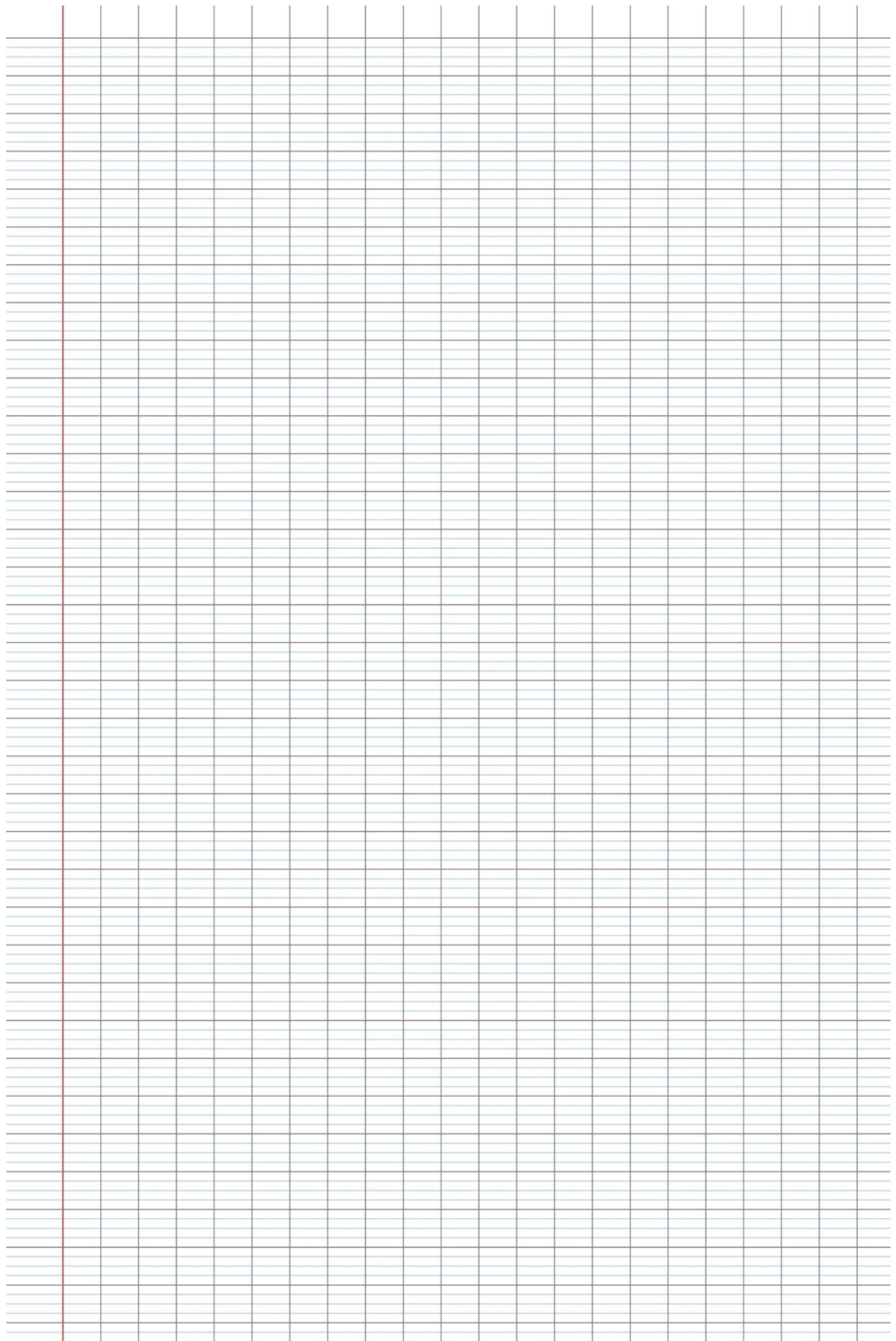
Question 4 : A partir du paramétrage de la figure 5 et du résultat des questions précédentes, déterminer l'expression de la résultante $\vec{R}_{sol \rightarrow chenille}$ sous forme littérale et en fonction du paramétrage.

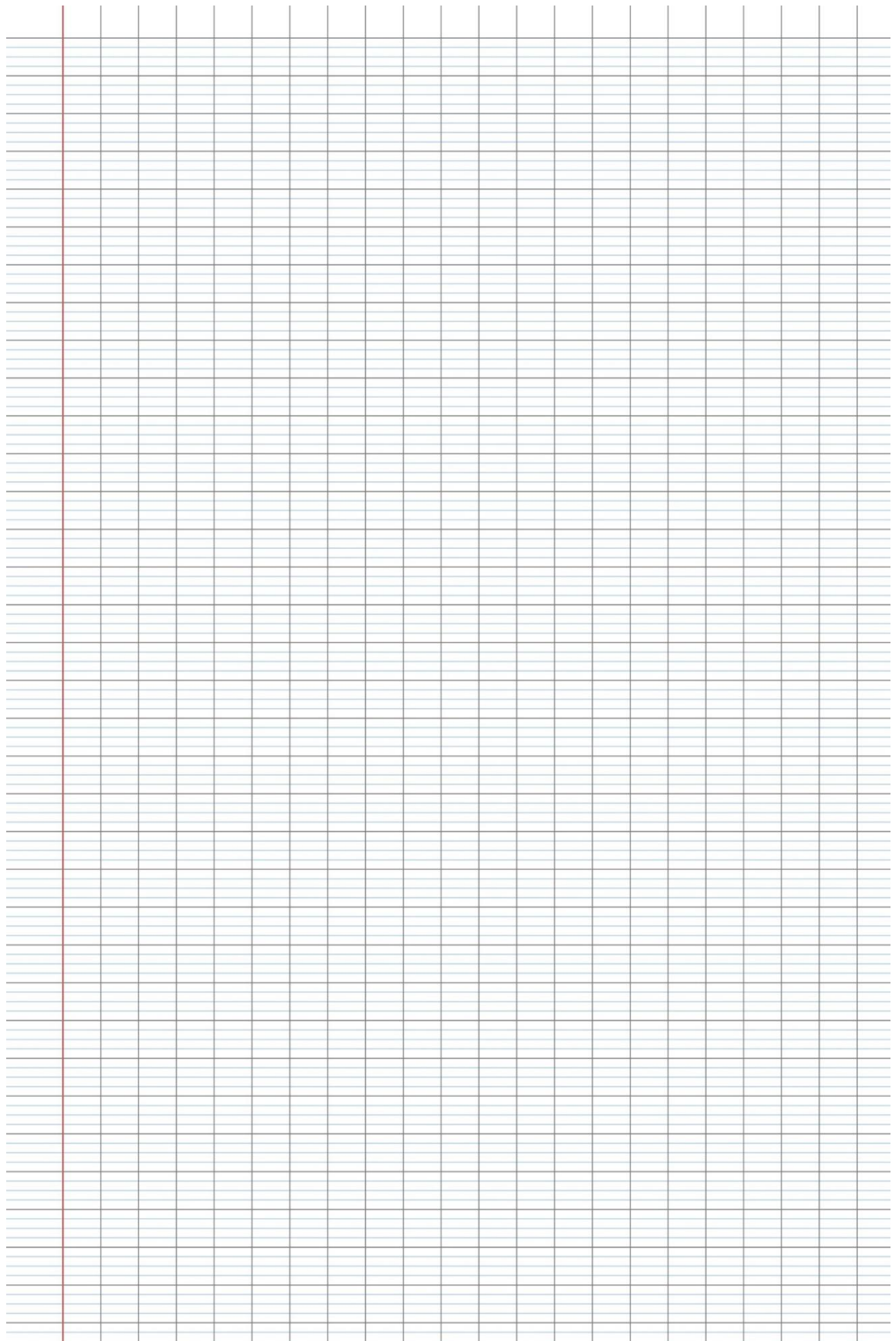
Question 5 : En étudiant l'équilibre du robot suivant la verticale, déterminer l'expression littérale de p_0 en fonction de m_{robot} et des dimensions l et L . Faire l'application numérique et conclure quant au respect de l'exigence 1.

Question 6 : En étudiant l'équilibre du robot dans la direction d'avance, déterminer l'expression littérale puis la valeur numérique de la capacité de traction du robot. Conclure quant au respect du cahier des charges.







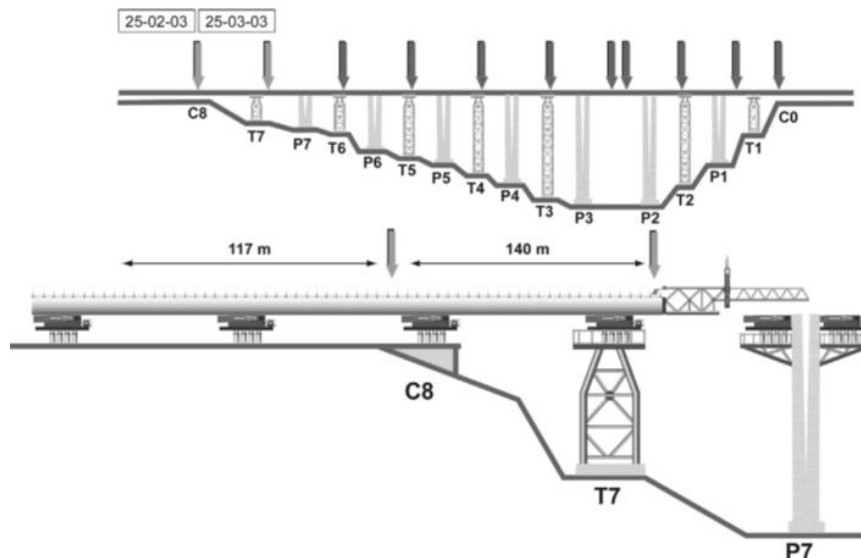


Exercice 13 : Pousseur du viaduc de Millau

1. Présentation du système

Afin de rejoindre l'autoroute reliant Clermont-Ferrand à Béziers, les pouvoirs publics ont décidé de lancer un vaste chantier de construction, pour ériger un viaduc au-dessus du Tarn, reliant le cosse du Larzac au cosse Rouge, plus connu sous le nom de viaduc de Millau.

Pour construire ce viaduc, il a fallu d'abord ériger les 7 piles définitives en béton et les 7 piles temporaires en acier, puis assembler tronçon par tronçon, les 2 tabliers sur la terre ferme et enfin pousser les deux parties du tablier assemblées sur les piles et réaliser la jonction entre les piles P2 et P3.



Cette opération de poussée est réalisée à l'aide de systèmes hydrauliques nommés « pousseurs de tablier » développés par la société ENERPAC. C'est l'objet de l'étude proposée.

Le pousseur de tablier est soutenu par plusieurs vérins de balancelle verticaux (non étudiés dans le sujet) qui assurent le positionnement de la semelle afin que la cale de poussée soit parallèle et à bonne distance du plan inférieur du tablier.

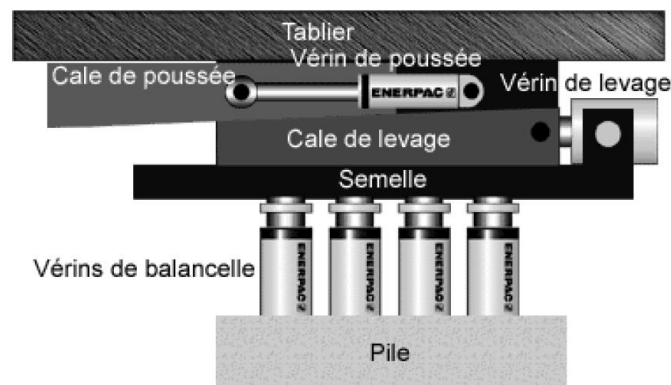
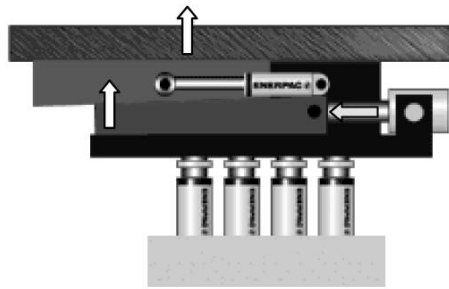


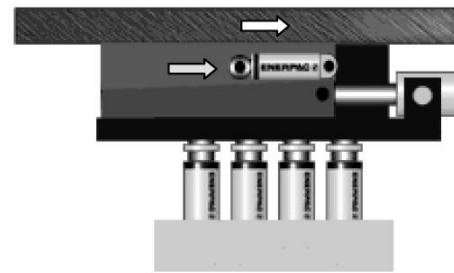
Figure 1 : Pousseur en position initiale

Au démarrage, le système est dans la position initiale de la figure ci-dessus. En actionnant la demande de cycle de poussée du tablier, le vérin de levage pousse la cale de levage, ce qui amène la cale de poussée en contact avec le tablier (**phase 1**). Une fois cette action terminée, la cale de poussée est déplacée par le vérin de poussée, entraînant le tablier avec elle par adhérence (**phase 2**). Puis le vérin de levage ramène la cale de levage en position de départ, ce qui provoque la rupture du contact entre la cale de poussée et le tablier (**phase 3**). Enfin le vérin de poussée ramène la cale de poussée dans la position initiale, le système est prêt pour un nouveau cycle (**phase 4**).

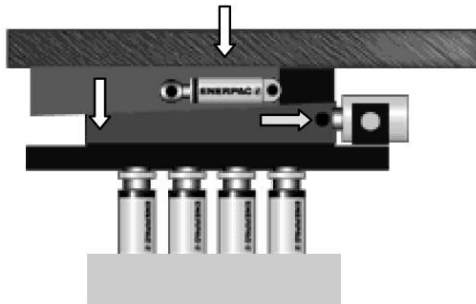




Phase 1 : levage



Phase 2 : Poussée du tablier



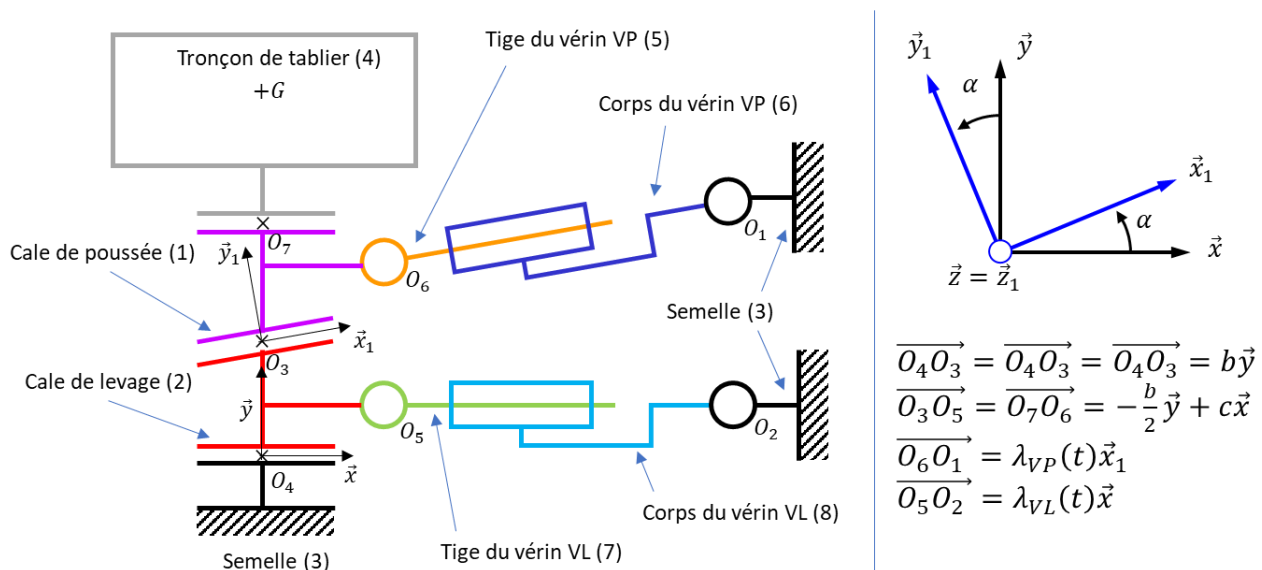
Phase 3 : Descente



Phase 4 : Retour en position initiale

2. Modélisation du pousseur

On suppose dans cette partie que l'angle que fait le plan supérieur de la cale de levage avec l'horizontale est petit. Ce qui revient à considérer que les contacts dans les liaisons planes sont maintenus durant tout le mouvement. Une première étude conduit à la modélisation suivante



- On se place dans le cadre d'un **problème plan**. Le tablier a une longueur totale de 2460 m et une masse totale de 38000 tonnes. On estime à $P_t = 24000$ kN, l'effort exercé sur chaque pile, dû à la masse du tablier. Comme il y a deux systèmes de poussée par pile, on considèrera que la cale de poussée doit soutenir une partie du poids du tablier égale à 12000 kN.
- On pose $\{\mathcal{T}_{Poids}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{P} = -\frac{P_t}{2}\vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$, le torseur des actions de pesanteur exercées sur la portion de tablier au centre de gravité de cette portion. Le point G et le repère sont définis sur le **document réponse**.
- On prendra $f = 0,05$ comme valeur de coefficient de frottement entre la cale de poussée (1) et la cale de levage (2), ainsi qu'entre la cale de levage (2) et la semelle (3).
- La semelle (3) est considérée comme fixe.
- Les deux cales (1) et (2) ont un angle $\alpha = 10^\circ$, le tablier (4) est donc horizontal.
- On se place **pendant la phase de glissement** dans le cas de la phase 1 (avec la cale 1 qui commence à lever le tablier), soit lorsque **la cale de levage 2 a tendance à se déplacer vers la gauche**. On se place donc à la limite du glissement au niveau des contacts entre la semelle (3) et la cale de levage (2), ainsi qu'entre la cale de poussée (1) et la cale de levage (2).
- On suppose enfin qu'il y a adhérence entre le tablier (4) et la cale (1).
- Les poids des pièces sont négligés devant le poids du tablier.

Notations :

- On note $\{\mathcal{T}_{i \rightarrow j}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{i \rightarrow j}} = X_{ij}\vec{x} + Y_{ij}\vec{y} \\ \overrightarrow{M_{(P)i \rightarrow j}} = M_{ij}\vec{z} \end{array} \right\}_P$, le torseur des actions mécaniques exercées par le solide (i) sur le solide (j).
- On notera, pour les liaisons planes : $\overrightarrow{R_{i \rightarrow j}} = T_{i \rightarrow j}.\vec{t} + N_{i \rightarrow j}.\vec{n}$, la résultante des efforts du solide (i) sur le solide (j), où $T_{i \rightarrow j}$ et $N_{i \rightarrow j}$ sont les composantes tangentielle et normale de la résultante ($\vec{t}$ et $\vec{n}$ sont des vecteurs unitaires).

3. Dimensionnement du vérin de levage (VL).

Question 2 : Démontrer que la force du vérin de poussée est selon la direction suivante :

$$\mathcal{T}_{5 \rightarrow 1} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{5 \rightarrow 1} = F_{VP} \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_6}$$

Question 3 : Donner l'expression du torseur de l'action mécanique de 2 sur 1 au point O_3 (respectivement 3 sur 2 au point O_4). On fera en sorte que les inconnues $T_{2 \rightarrow 1}$ et $N_{2 \rightarrow 1}$ ($T_{3 \rightarrow 2}$ et $N_{3 \rightarrow 2}$) soient positives, en justifiant clairement le sens des efforts tangentiels.

Question 4 : Écrire une relation liant $T_{2 \rightarrow 1}$ et $N_{2 \rightarrow 1}$ à la limite du glissement au cours de la phase 1. Écrire également une relation liant $T_{3 \rightarrow 2}$ et $N_{3 \rightarrow 2}$.

Question 5 : En isolant l'ensemble {tronçon de tablier (4) et cale de poussée (1)} déterminer deux équations scalaires issues du théorème de la résultante statique en projection sur $\vec{x}_1$ et $\vec{y}_1$.

Question 6 : En déduire les expressions de $N_{2 \rightarrow 1}$, $T_{2 \rightarrow 1}$ et de la force du vérin de poussée F_{VP} en fonction de P_t , f et α . Réaliser l'application numérique pour F_{VP} .

On admet que le vérin de levage exerce un effort sur la cale (2) modélisé par le torseur glisseur suivant :

$$\mathcal{T}_{7 \rightarrow 2} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{7 \rightarrow 2} = -F_{VL} \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_6}$$

Question 7 : Détermination de l'effort du vérin de levage F_{VL} .

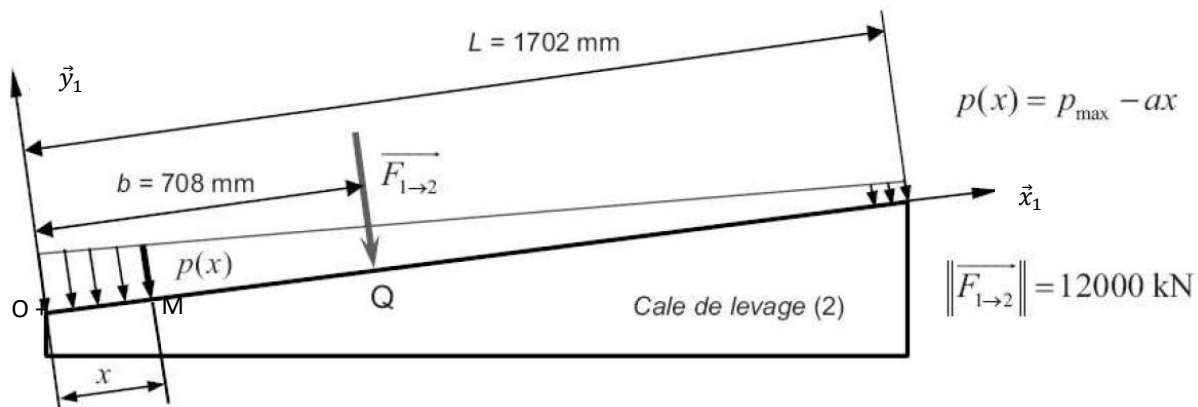
- Proposer une démarche (système isolé, bilans des actions mécaniques extérieures, théorème(s), projection(s)) permettant de déterminer l'effort du vérin de levage.
- Mettre en œuvre la démarche et déterminer l'expression de F_{VL} en fonction de P_t , f et α .

Dans la phase 1, le vérin le plus sollicité est celui de levé, il doit fournir un effort 3200 kN. Ce vérin hydraulique fonctionne sous une pression nominale de 400 bars.

Question 8 : Calculer la section utile du piston du vérin (en cm^2). En déduire le rayon du piston du vérin (en cm).

4. Dimensionnement de la cale de levage

Entre les pièces (1) et (2), on suppose une répartition de pression linéaire dans les plans $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ et constante dans les plans $(\vec{y}_1, \vec{z})$ comme le montre le modèle simplifié proposé ci-dessous. La cale de levage a une longueur $L = 1702 \text{ mm}$ et une largeur e à déterminer.



La pression étant constante sur la largeur de la cale, on pourra prendre $dS = e \times dx$, et considérer le chargement linéique de la figure ci-dessus.

$\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ est la résultante globale des actions mécaniques locales de pression exercées par 1 sur 2.

Les points O et Q sont situés dans le plan de symétrie de la cale de levage $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$.

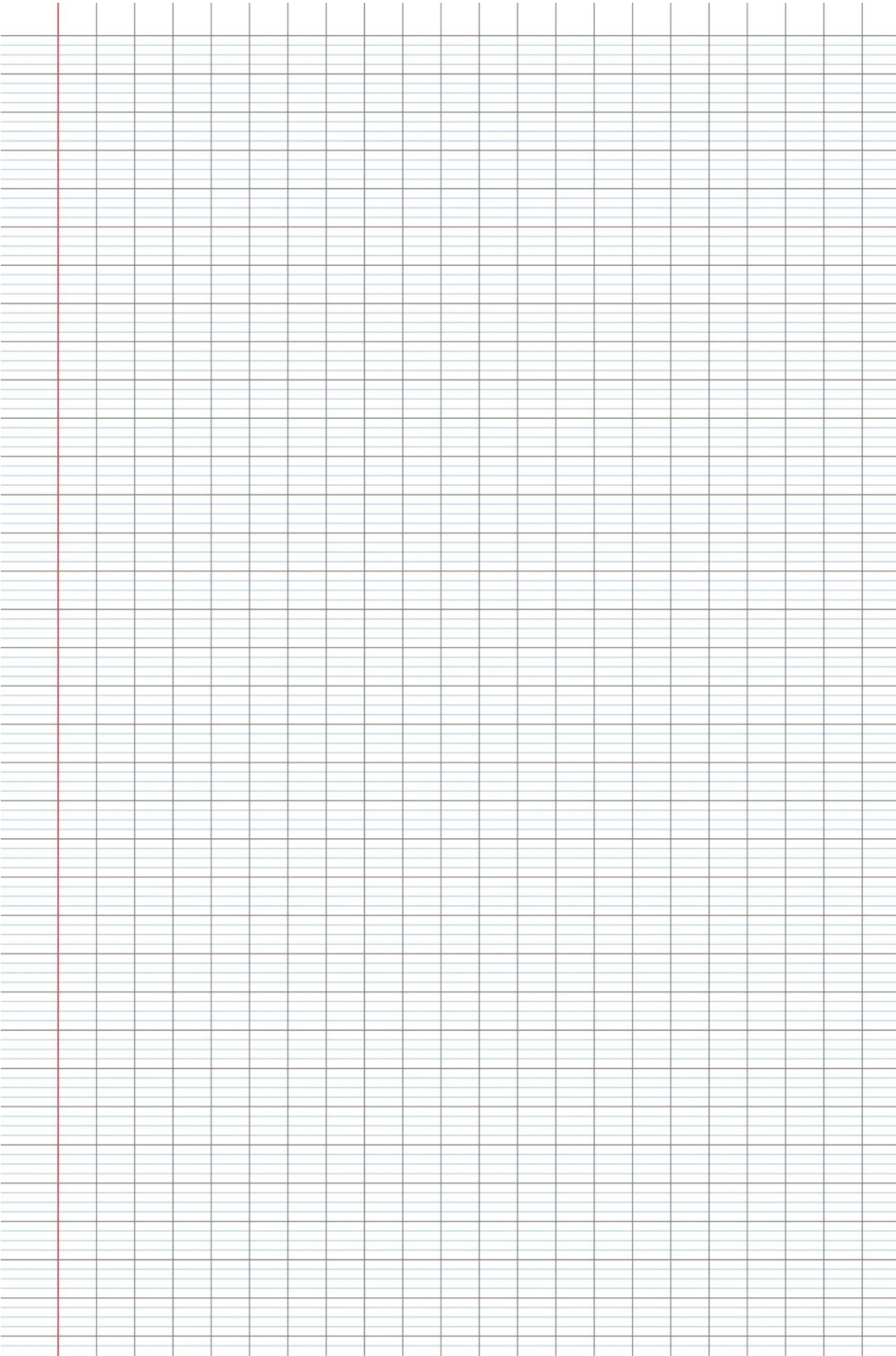
Question 9 : Déterminer le modèle global de l'action exercée par la cale de levage 1 sur la seconde au point O, en fonction de $p_{\max}$, a , L et e (on négligera les frottements).

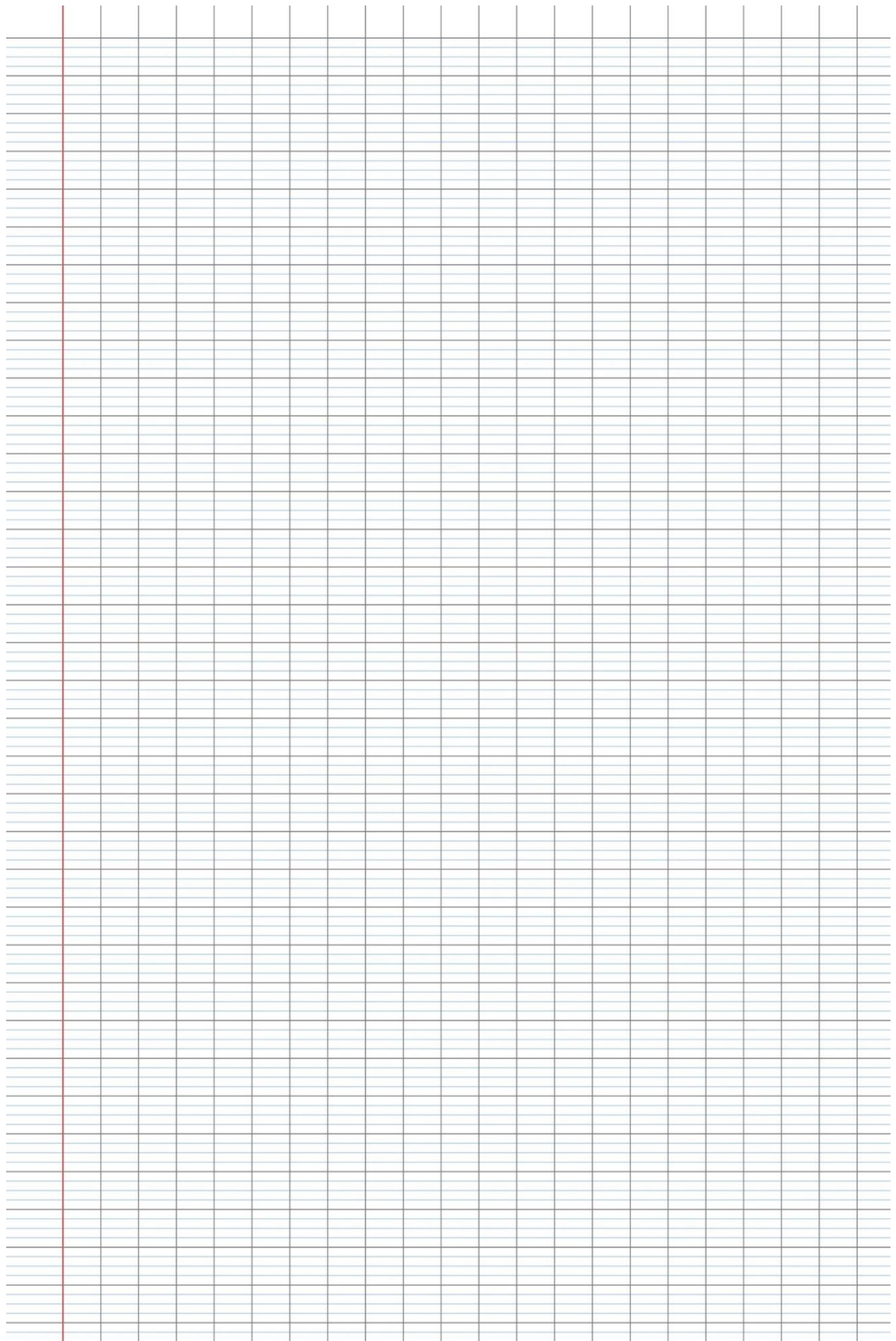
- Déterminer la résultante : $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$
- Montrer que le moment en O est : $\vec{M}_{O,1 \rightarrow 2} = e \cdot \vec{z} \left(\frac{aL^3}{3} - \frac{p_{\max}L^2}{2} \right)$

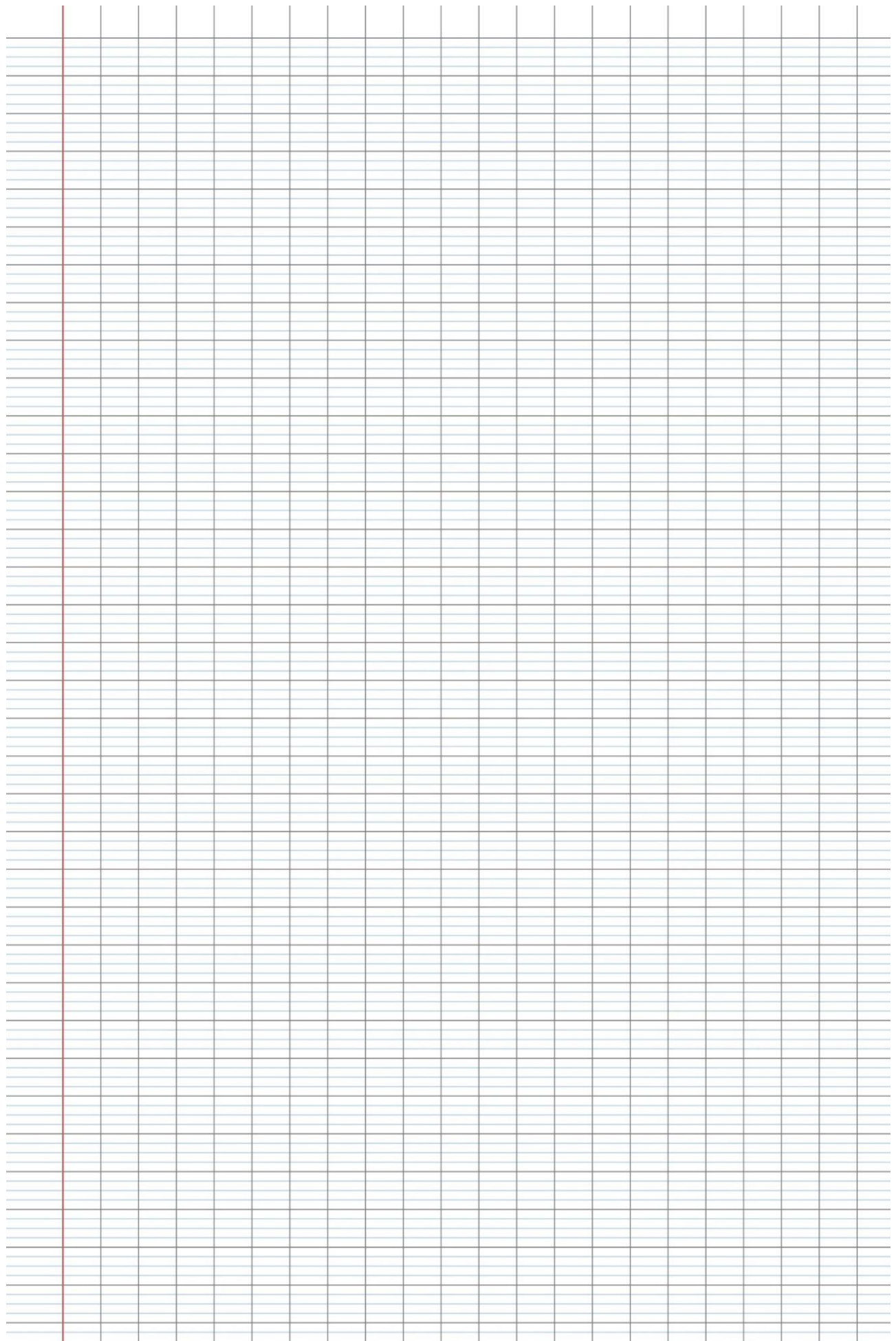
Question 10 : En supposant que cette action mécanique est une force selon la droite d'action $(Q, \vec{y}_1)$:

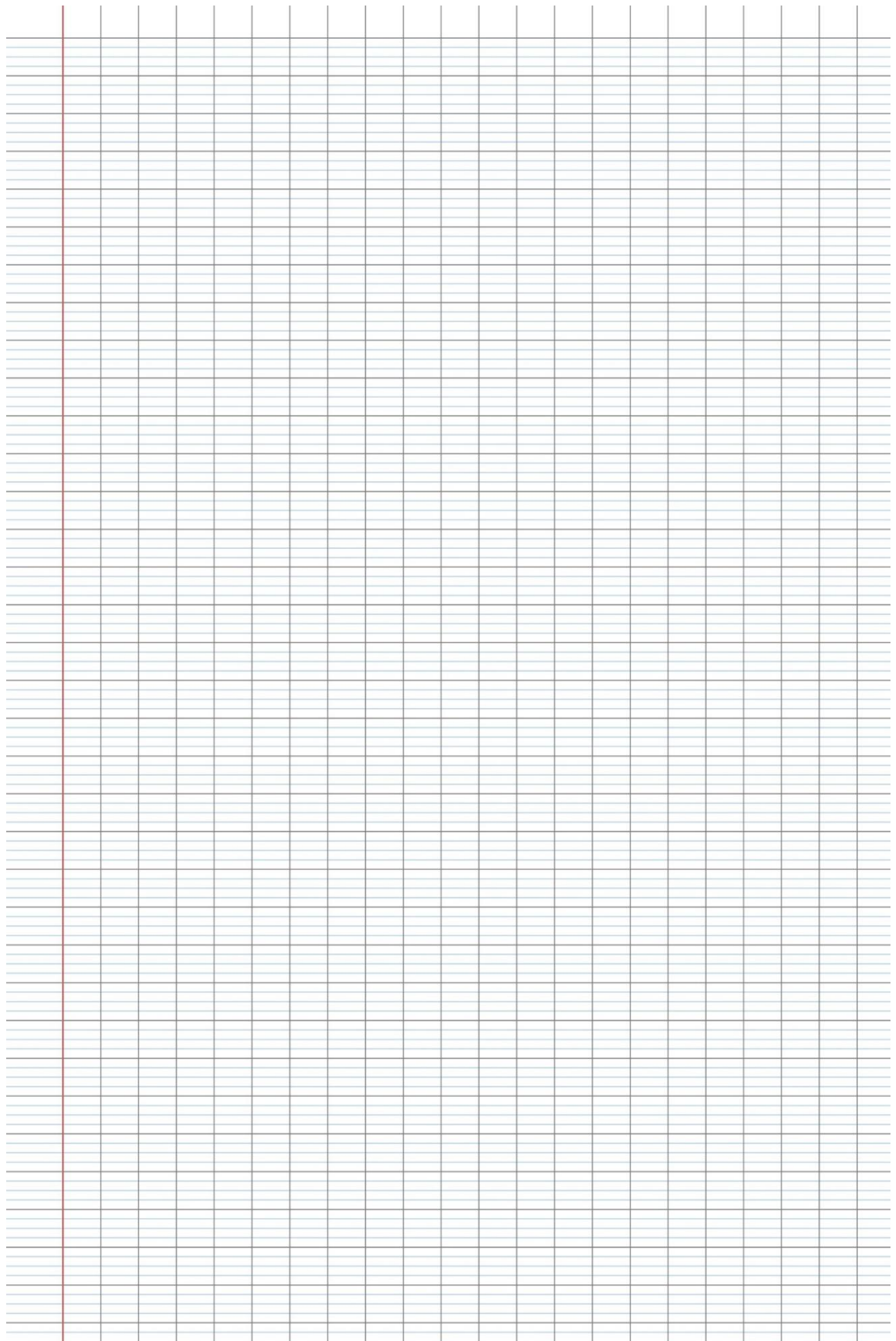
- Déterminer la pente a de la répartition de pression ;
- Puis déterminer la largeur minimale e de la cale de levage, pour que $p_{\max}$ n'excède pas la pression de matage admissible de 200 Mpa.

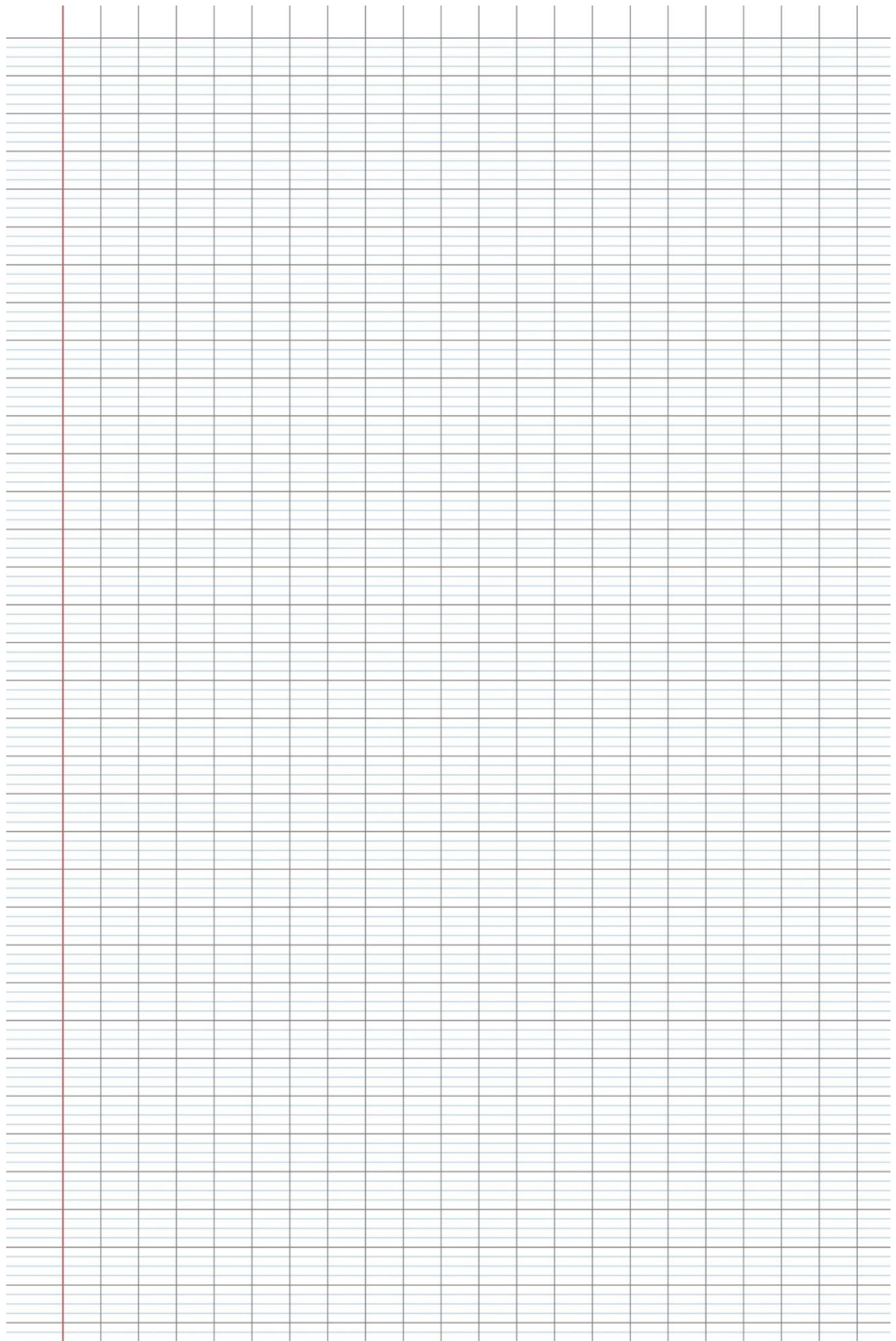
Remarque : le matage est une déformation plastique localisée (donc permanente) de la matière sous l'effet d'un choc ou d'une pression élevée.







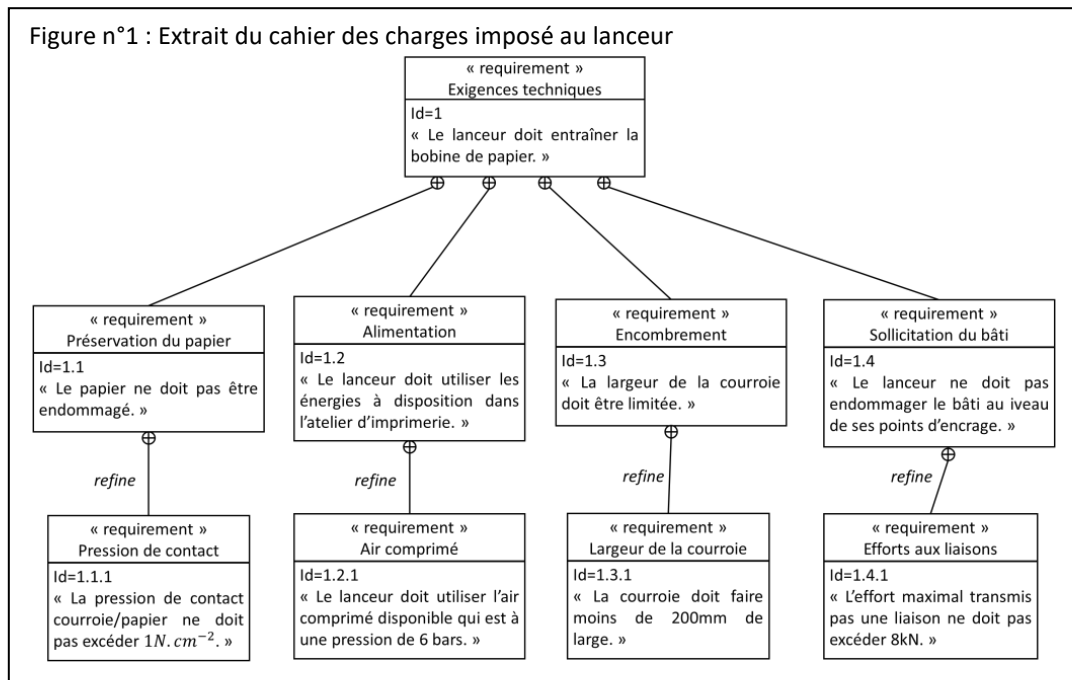




Exercice 14 : Dispositif d'entraînement de bobines

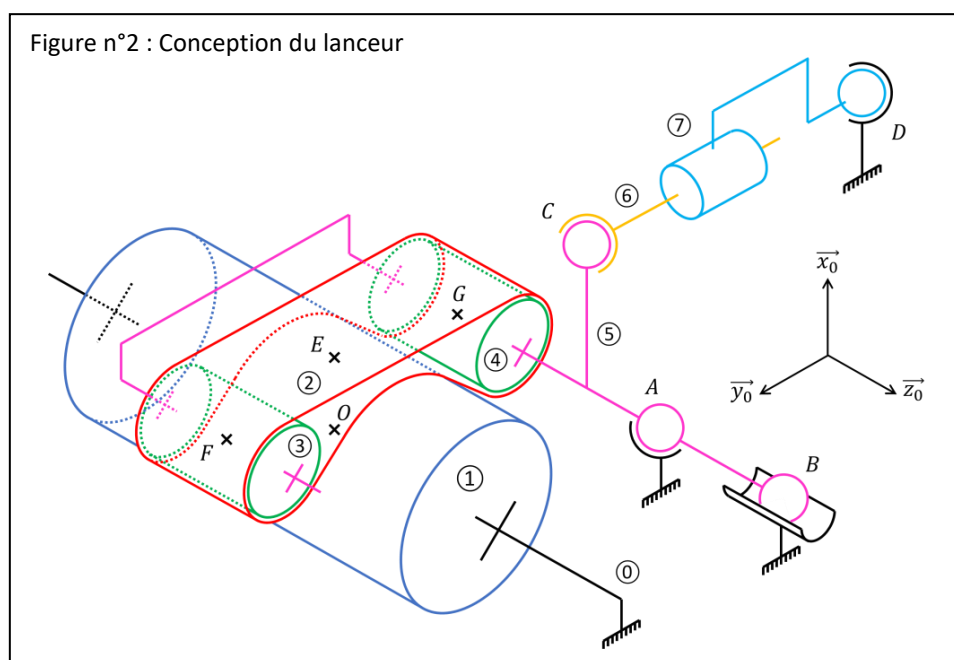
1 Présentation du système

On s'intéresse à un dispositif d'entraînement de bobines d'une machine à impression rotative. Ce type de machine est très utilisé pour l'impression de grands volumes d'un même ouvrage. Les rouleaux de papier (bobines) sont mis en mouvement à l'aide de deux dispositifs distincts : des motoréducteurs électriques qui entraînent directement les axes des bobines et des lanceurs qui apportent un effort supplémentaire à celui fourni par les moteurs. Chaque bobine est entraînée à l'aide d'un motoréducteur et d'un lanceur sur lequel on se focalise ici. Un extrait du cahier des charges est donné en figure n°1.



2 Modélisation du lanceur

La conception retenue pour le lanceur fait appel à une courroie qui entraîne les bobines par adhérence. Elle est plaquée sur une portion de la bobine à l'aide d'un vérin pneumatique. La mise en mouvement de la courroie est assurée par un moteur électrique qui entraîne une des poulies sur lesquelles la courroie est mise en place (cf. figure n°2).



La bobine ① est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti ④. La courroie ② est plaquée sur la partie supérieure de la bobine (le point E est au centre de la surface de contact entre la bobine et la courroie). Elle est liée aux poulies ③ et ④ qui sont en liaisons pivots d'axes $(F, \vec{z}_0)$ et $(G, \vec{z}_0)$ avec le berceau ⑤. La liaison pivot entre la poulie ③ et le berceau ⑤ est motorisée pour l'entraînement de la bobine :

$$\vec{\Omega}_{3/5} = \omega_{35} \cdot \vec{z}_0 \text{ avec } \omega_{35} < 0 \text{ pour obtenir } \vec{\Omega}_{1/0} = \omega_{10} \cdot \vec{z}_0 \text{ avec } \omega_{10} > 0 \text{ rd.s}^{-1}$$

Le berceau pivote autour de l'axe $(A, \vec{z}_0)$ sous l'effet du vérin ⑥+⑦. On fait l'hypothèse qu'en fonctionnement (courroie plaquée sur la bobine), le vérin est dirigé par $\vec{y}_0$.

Hypothèses de modélisation :

- Les solides sont indéformables et les liaisons entre solides sont parfaites
- Les motoréducteurs qui entraînent directement les axes des bobines sont négligés.
- Le fonctionnement de l'imprimerie engendre un couple résistant sur la bobine :

$$\{\mathcal{T}_{imp \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -C_{res} \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{VP} \text{ avec } C_{res} = 184 \text{ N.m}$$

- Coefficient de frottement/adhérence entre la courroie et la bobine : $f = 0.3$
- Les masses des composants sont négligées.

Dimensions (exprimées en mm) :

Rayon de la bobine : $R = 600 \text{ mm}$

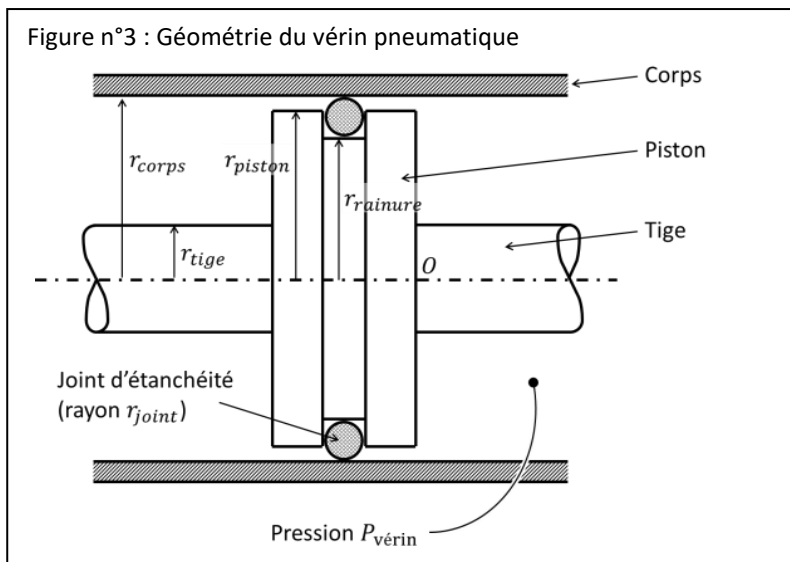
Largeur de la courroie : l (à déterminer)

Portion angulaire de contact bobine/courroie : $\psi = 60^\circ$

$$\begin{aligned} \vec{OE} &= R \cdot \vec{x}_0 \\ \vec{OA} &= x_A \cdot \vec{x}_0 - y_A \cdot \vec{y}_0 + z_A \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{OB} &= x_B \cdot \vec{x}_0 - y_B \cdot \vec{y}_0 + z_B \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{OC} &= x_C \cdot \vec{x}_0 - y_C \cdot \vec{y}_0 + z_C \cdot \vec{z}_0 \end{aligned}$$

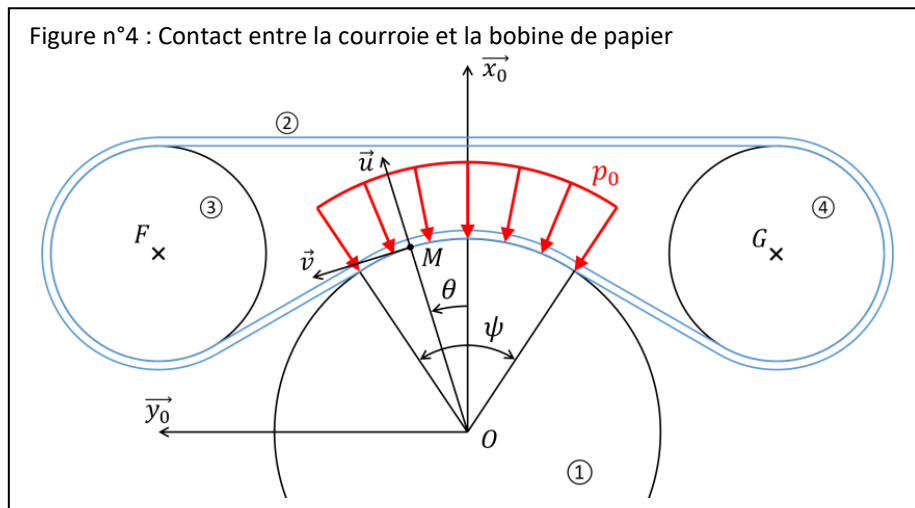
$$\begin{aligned} x_A &= 500, \quad y_A = 900, \quad z_A = 1000 \\ x_B &= x_A, \quad y_B = y_A, \quad z_B = z_A + 400 \\ x_C &= 800, \quad y_C = y_B = y_A, \quad z_C = 750 \end{aligned}$$

La géométrie du vérin est indiquée sur la figure n°3.



$$\begin{aligned} r_{corps} &= 50 \text{ mm} \\ r_{tige} &= 10 \text{ mm} \\ r_{piston} &= 49 \text{ mm} \\ r_{rainure} &= 48 \text{ mm} \\ r_{joint} &= 1 \text{ mm} \end{aligned}$$

Le contact entre la bobine et la courroie se fait avec adhérence. Le champ de pression entre les deux composants est supposé uniforme. Il est illustré sur la figure n°4.



Question 1 : Donner le graphe d'analyse du mécanisme illustré sur la figure n°2. La nature (dénomination) des liaisons entre la courroie et les poulies et entre la courroie et la bobine ne seront pas explicitées.

2.1 Dimensionnement de la courroie (en largeur) : Exigences 1.1.1 et 1.3.1

On donne l'expression du petit élément de surface de contact entre la courroie et la bobine : $dS = R \cdot d\theta \cdot dz$

Question 2 : En vous aidant de la figure n°4 et en supposant qu'on est à la limite de l'adhérence, donner l'expression détaillée de la force élémentaire $\overrightarrow{dF_{2 \rightarrow 1}}$ exercée au point quelconque M de la zone de contact courroie/bobine.

L'action mécanique de la courroie sur la bobine (modèle global) est représentée par le torseur dont la notation est la suivante (certaines composantes étant nulles à l'issue du calcul) :

$$\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\} = \left\{ \overrightarrow{R_{2 \rightarrow 1}} \right\}_{M_O(2 \rightarrow 1)} = \left\{ \begin{matrix} X_{21} \cdot \overrightarrow{x_0} + Y_{21} \cdot \overrightarrow{y_0} + Z_{21} \cdot \overrightarrow{z_0} \\ L_{21} \cdot \overrightarrow{x_0} + M_{21} \cdot \overrightarrow{y_0} + N_{21} \cdot \overrightarrow{z_0} \end{matrix} \right\}_O$$

Question 3 : Par intégration du modèle local, donner les expressions détaillées de $\overrightarrow{R_{2 \rightarrow 1}}$ et $\overrightarrow{M_O(2 \rightarrow 1)}$.

Question 4 : En étudiant l'équilibre de la bobine, donner la relation entre N_{21} (composante du moment suivant $\overrightarrow{z_0}$) et C_{res} .

Question 5 : En déduire la largeur minimale de la courroie de sorte que l'exigence 1.1.1 est respectée. Ce résultat permet-il aussi de respecter l'exigence 1.3.1 ?

Question 6 : Montrer que l'action de la courroie sur la bobine est une force.

Question 7 : Transporter $\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\}$ du point O vers le point E.

Question 8 : Montrer que pour un angle ψ petit, pour lequel $\sin \psi \sim \psi$, le point E peut être assimilé au centre de poussée de la force exercée par la courroie sur la bobine.

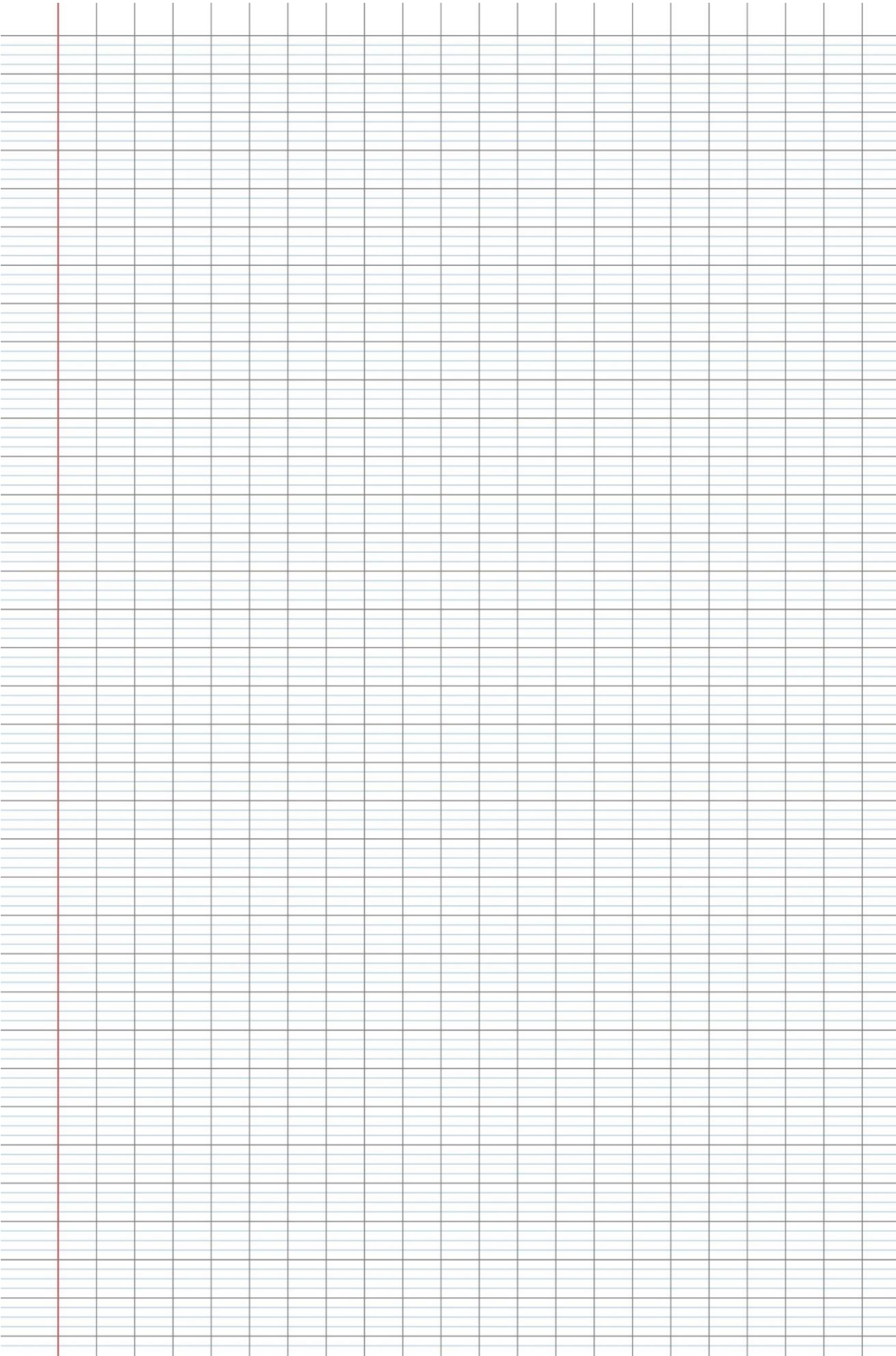
2.2 Dimensionnement du vérin : Exigence 1.2.1

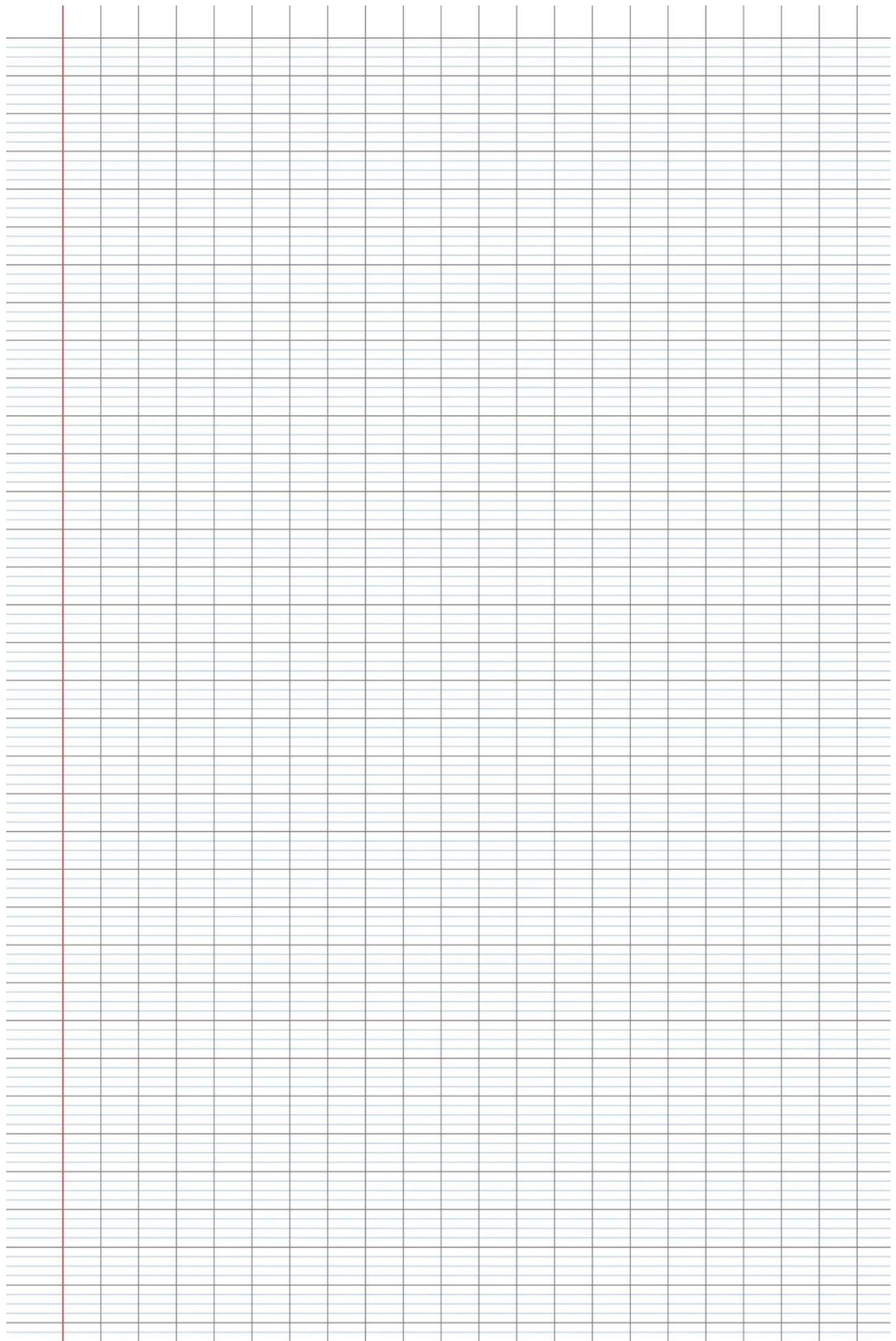
Dans la suite de l'étude, on admet que le torseur d'action mécanique de la courroie sur la bobine s'exprime de la façon suivante :

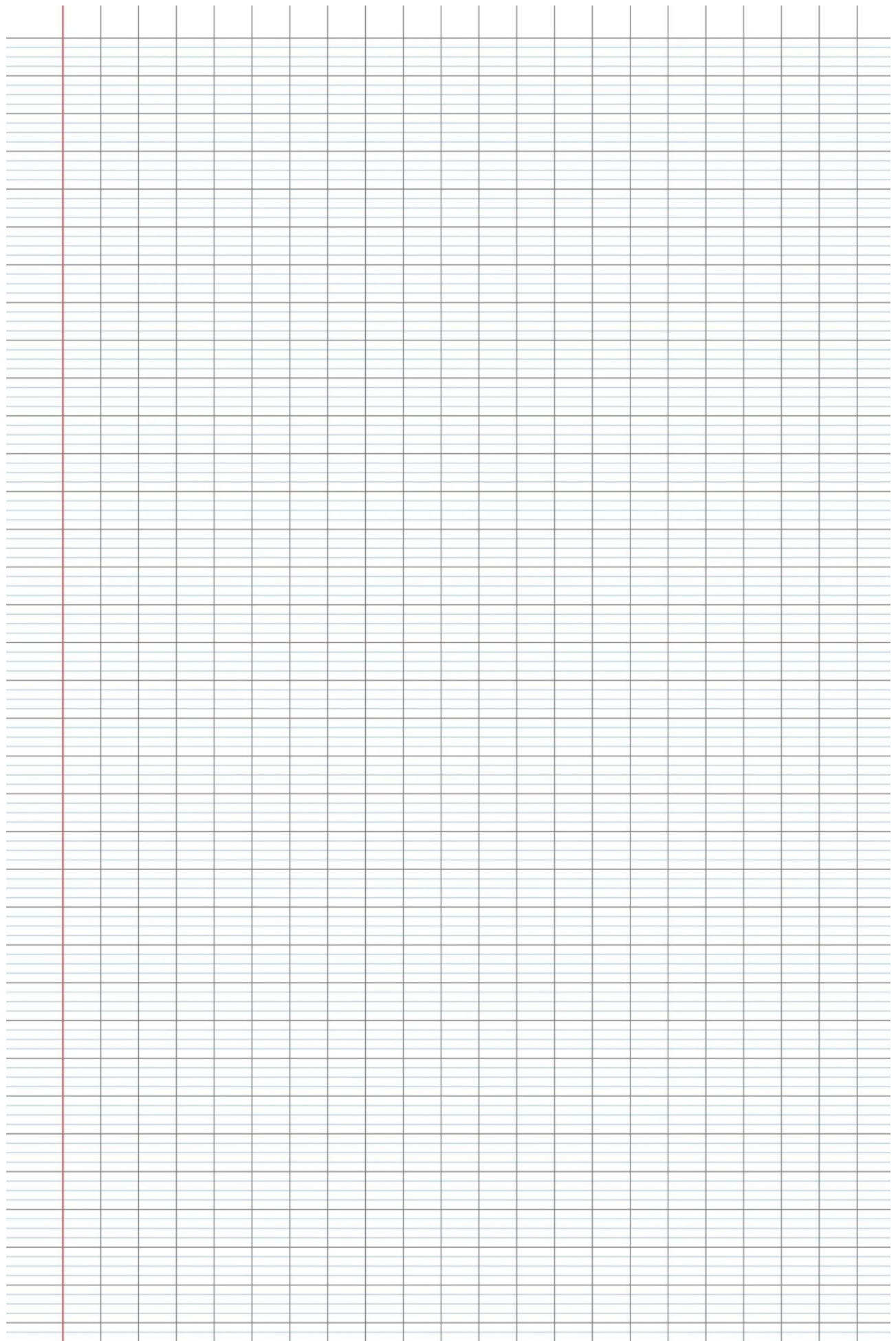
$$\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\} = \left\{ \overrightarrow{R_{2 \rightarrow 1}} = F_{bob} \cdot (-\overrightarrow{x_0} + f \cdot \overrightarrow{y_0}) \right\}_E \quad \text{avec } F_{bob} = 960N$$

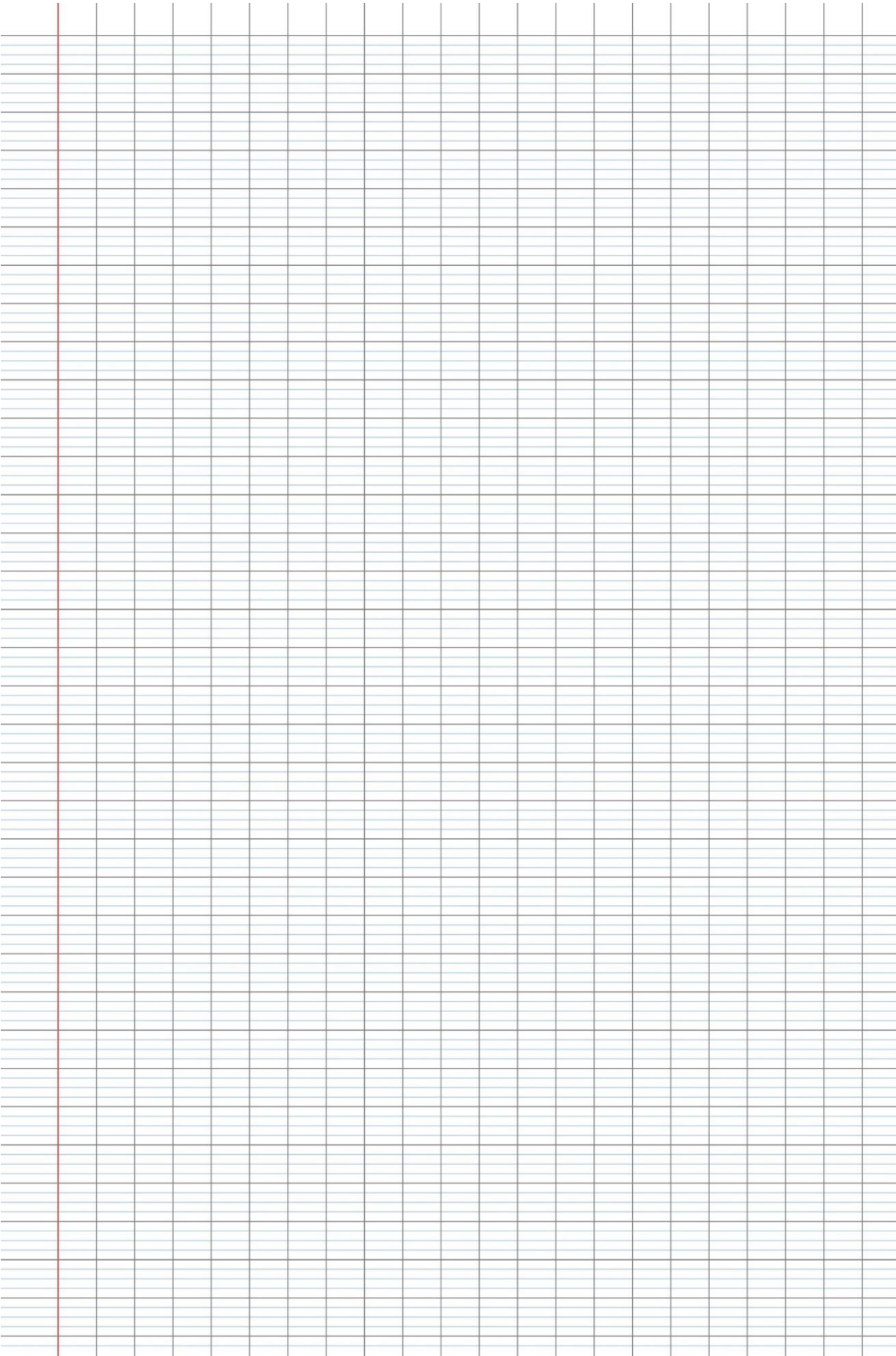
Question 9 : Déterminer l'effort à fournir par le vérin noté $F_{vérin}$ afin d'assurer le maintien de la courroie sur la bobine. La démarche d'isolement(s), les bilans d'actions mécaniques extérieures et le(s) théorème(s) utilisé(s) sont/seront clairement détaillé(s).

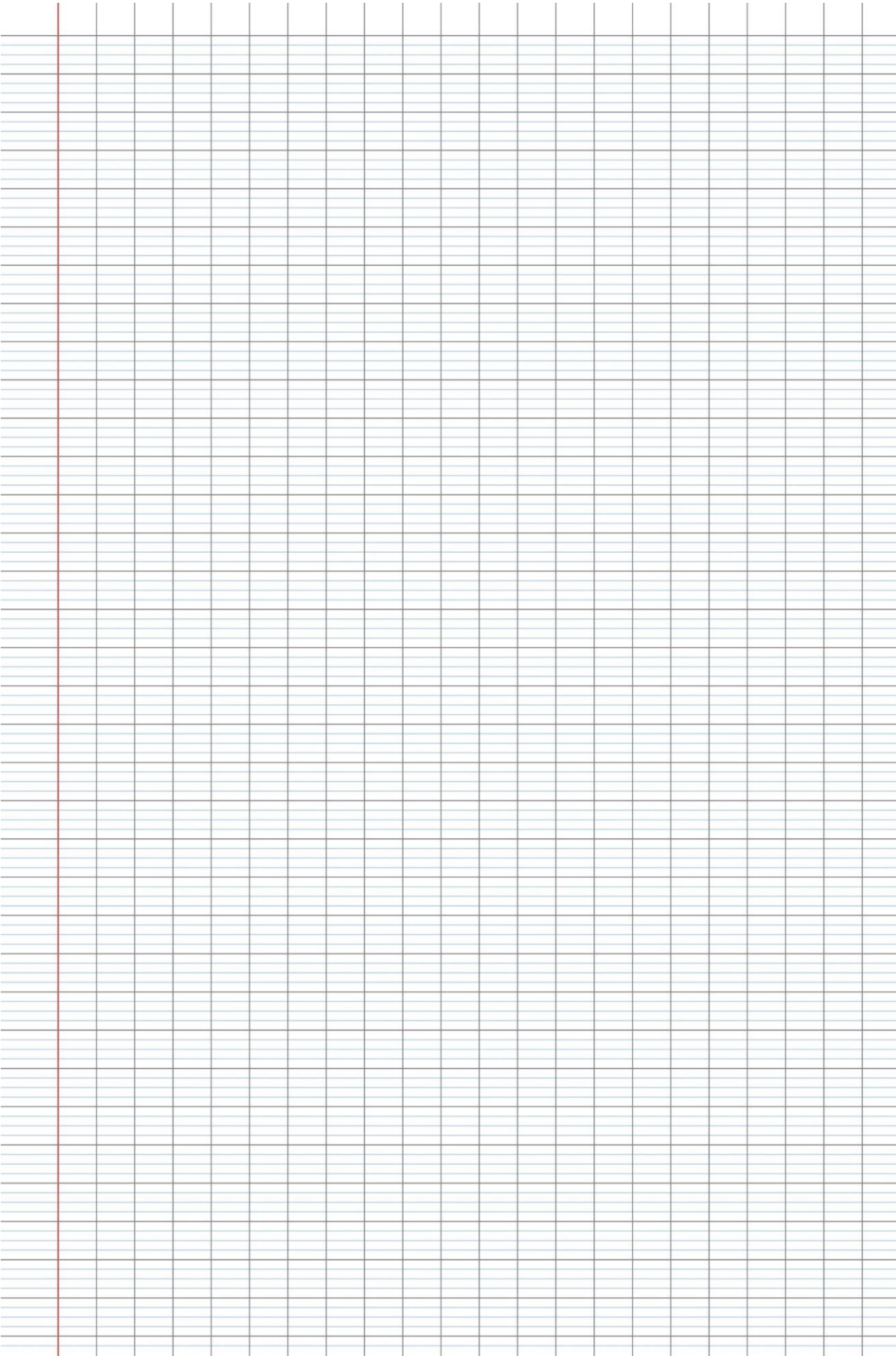
Question 10 : En déduire la pression d'alimentation à fournir pour garantir l'équilibre du système. Pour cela, on donnera clairement l'expression de la surface utile du vérin, notée S_{utile} , en fonction des dimensions données sur la figure n°3. Conclure ensuite quant au respect de l'exigence 1.2.1.





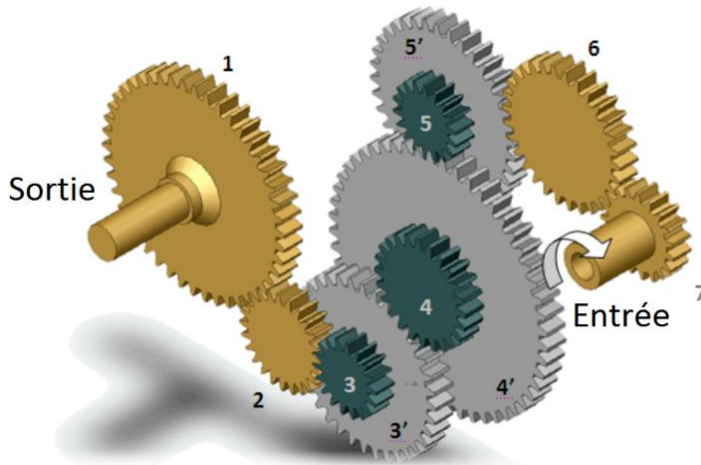






Transmission de puissance

Exercice 15 : Train d'engrenages



$Z_1 = 65$ dents	$Z_{4'} = 82$ dents
$Z_2 = 32$ dents	$Z_5 = 26$ dents
$Z_3 = 24$ dents	$Z_{5'} = 54$ dents
$Z_{3'} = 48$ dents	$Z_6 = 42$ dents
$Z_4 = 38$ dents	$Z_7 = 30$ dents

Question 1 : Indiquer par des flèches le sens de rotation de chacune des roues dentées.

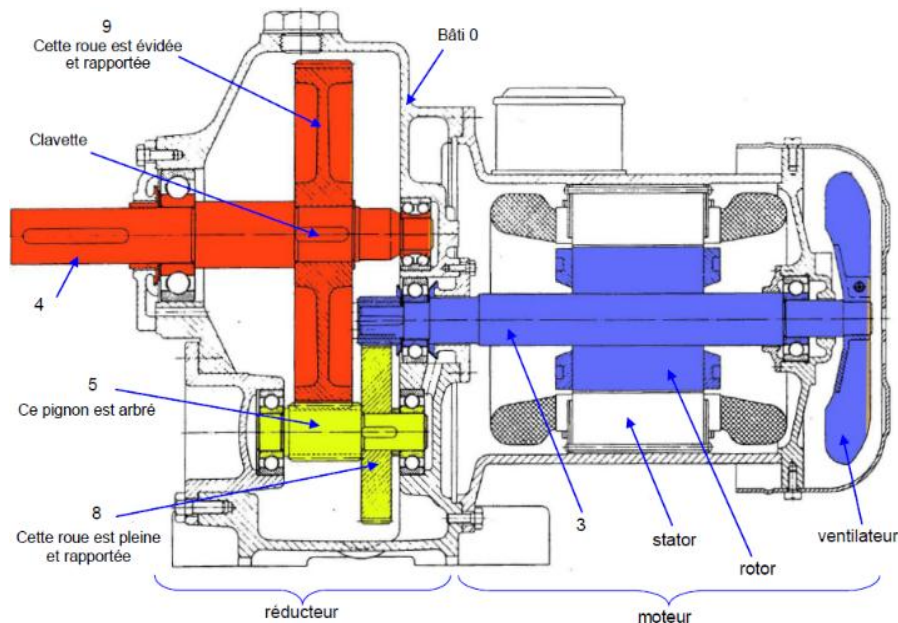
Question 2 : Déterminer le nombre d'engrenages ainsi que le nombre d'engrenages à contacts extérieurs.

Question 3 : Le sens de rotation en sortie est-il similaire au sens de rotation en entrée ?

Question 4 : Quelles sont les roues menantes et les roues menées de ce train d'engrenages ?

Question 5 : Donner l'expression du rapport de transmission $r = \frac{\omega_1}{\omega_7}$ de ce système. Faire l'application numérique et en déduire s'il s'agit d'un réducteur ($r < 1$) ou d'un multiplicateur ($r > 1$).

Exercice 16 : Motoréducteur



Question 6 : Donner le schéma cinématique du mécanisme (dans le plan).

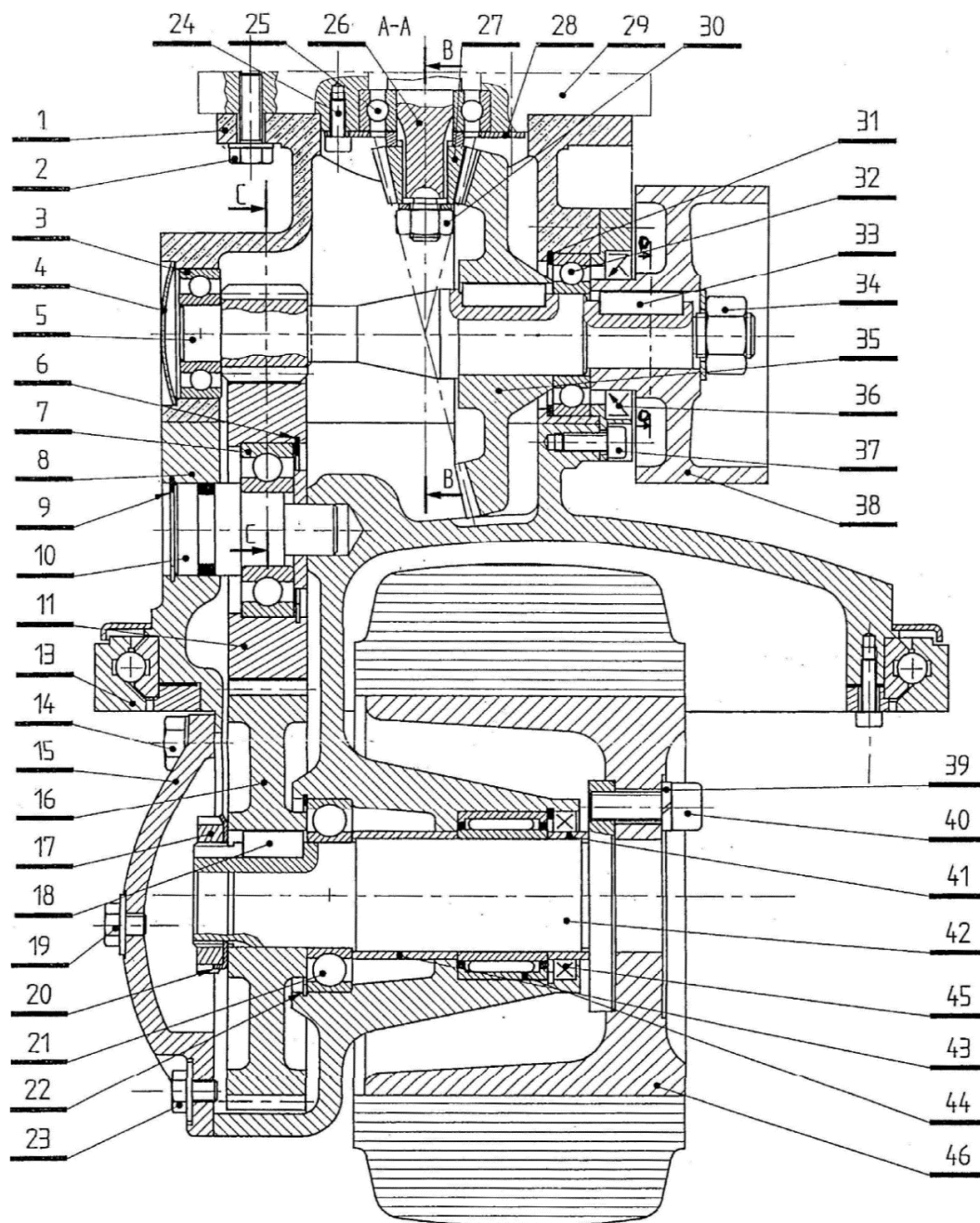
Question 7 : Donner sous forme littérale le rapport de transmission du train d'engrenages. A partir du dessin d'ensemble, peut-on conclure s'il s'agit d'un réducteur ou d'un multiplicateur ? Ceci paraît-il logique en regard du rôle du train d'engrenage dans ce système ?

Exercice 17 : Chariot de manutention

L'étude porte sur le chariot de manutention dont la roue arrière est motrice et directrice.

Caractéristiques des engrenages :

$Z_{27} = 16$ dents, $Z_{35} = 84$ dents, $Z_5 = 14$ dents, $Z_{11} = 56$ dents, $Z_{16} = 75$ dents, $R_{46} = 90\text{mm}$



Question 1 : Réaliser le schéma cinématique du système (dans le plan).

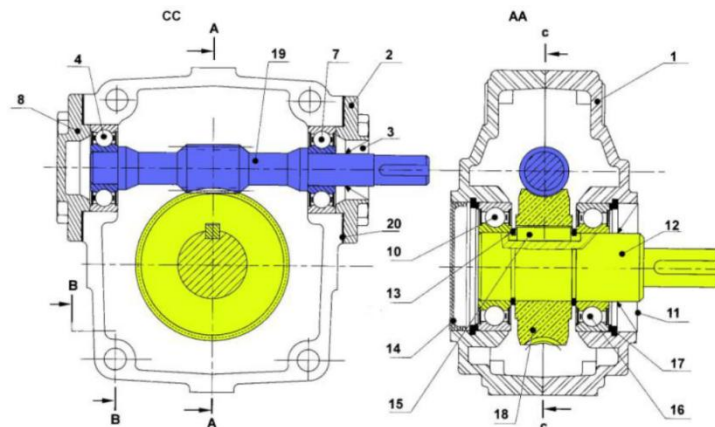
Le moteur électrique qui entraîne l'arbre 26 tourne à 1500tr.min^{-1} . Le cahier des charges du chariot stipule qu'il ne doit pas dépasser 2km.h^{-1} .

Question 2 : Le cahier des charges est-il respecté ?

Exercice 18 : Réducteur à roue et vis sans fin

On souhaite réaliser une réduction de rapport $r = \frac{\omega_{vis}}{\omega_{roue}} = 19.5$

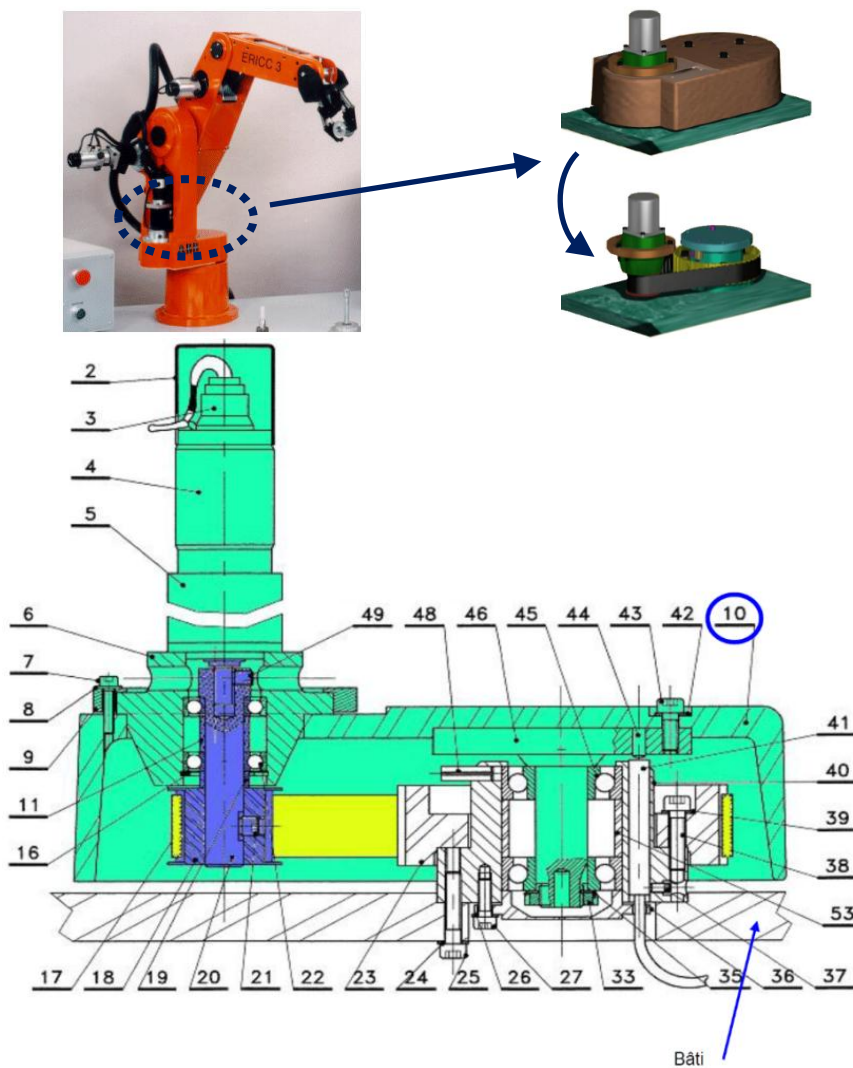
Le dessin d'ensemble du réducteur est donné ci-dessous, on précise en particulier que la vis comporte 4 filets.



Question 1 : Représenter le schéma cinématique du réducteur dans les plans $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ et $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Question 2 : Déterminer le nombre de dents que la roue doit avoir afin de respecter l'exigence sur r .

Exercice 19 : Pilotage du lacet du robot Ericc3



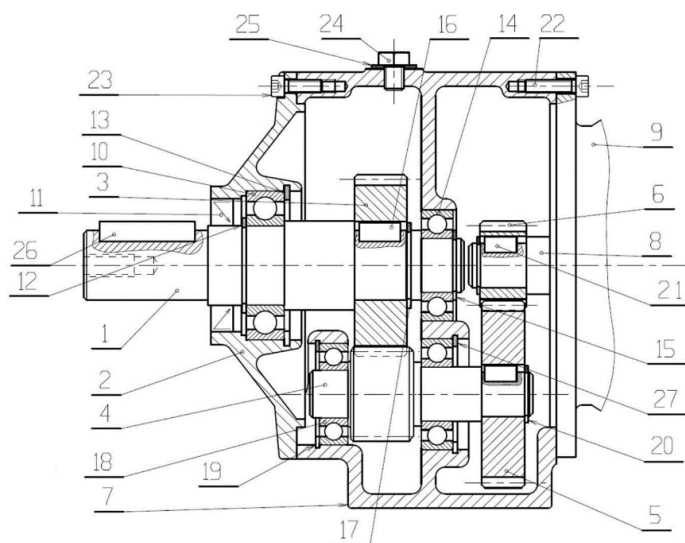
Question 1 : Représenter (dans le plan) le schéma cinématique de l'axe de lacet du robot.

Question 2 : Déterminer le rapport de transmission $r = \frac{\omega_{23/10}}{\omega_{20/10}}$.

Repère	nb.	Désignation	Repère	nb.	Désignation
2	1	Capot	25	1	Vis CHC M6 30
3	1	Génératrice tachymétrique	26	1	Rondelle M5 U
4	1	Moteur	27	1	Vis CHC M5 16
5	1	Réducteur	33	1	Ecrou à encoches M17 kM3
6	1	Excentrique	35	1	Rondelle frein
7	1	Vis CHC M4 20	36	1	Couvercle
8	1	Rondelle	37	1	Vis M4 8 à bout plat
9	1	Bague de serrage	38	1	Vis CHC M6 25
10	1	Socle chaise	39	1	Rondelle
11	1	Entretoise	40	1	Fourreau
16	1	Circlips intérieur	41	1	Détecteur de fin de course
17	1	Courroie crantée	42	1	Rondelle plate
18	1	Pignon 12 dents	43	1	Vis CHC M6 16
19	1	Entretoise	44	1	Axe
20	1	Arbre moteur	45	1	Roulement à contact oblique
21	1	Vis HC M8 à bout plat	46	1	Arbre
22	1	Roulement 1 rangée de billes	48	1	Goupille élastique
23	1	Roue 40 dents	49	1	Vis M6 7 à bout plat

Exercice 20 : Réducteur à train d'engrenages droits

On s'intéresse à un réducteur à train d'engrenages dont le dessin d'ensemble est donné ci-après. Le cahier des charges stipule que le rapport de réduction doit valoir 0,3.



Données : $Z_6 = 20$ dents, $Z_5 = 46$ dents, $Z_{5'} = 22$ dents, $Z_3 = 44$ dents

Question 1 : Construire le schéma cinématique du réducteur. Repérer en justifiant l'entrée et la sortie.

Question 2 : Déterminer le rapport de réduction et conclure quant au respect du cahier des charges.

Exercice 21 : Réducteur DEMAG

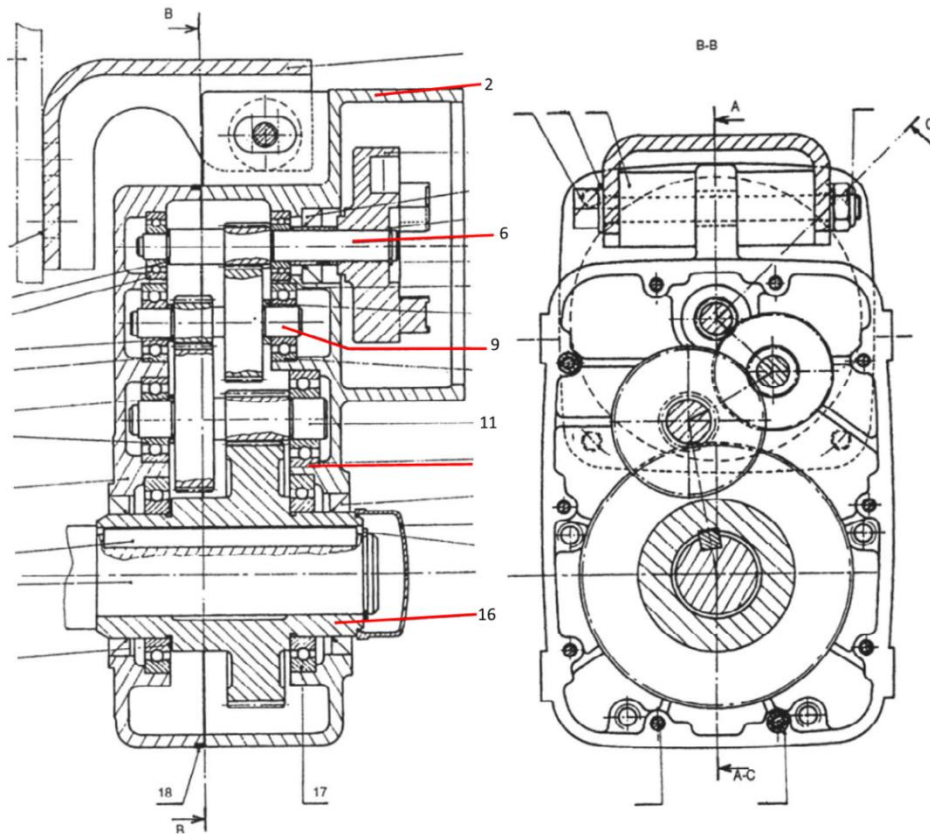
On s'intéresse à un réducteur dont on donne ci-dessous le dessin d'ensemble. On souhaite un rapport de réduction inférieur à 0,03.

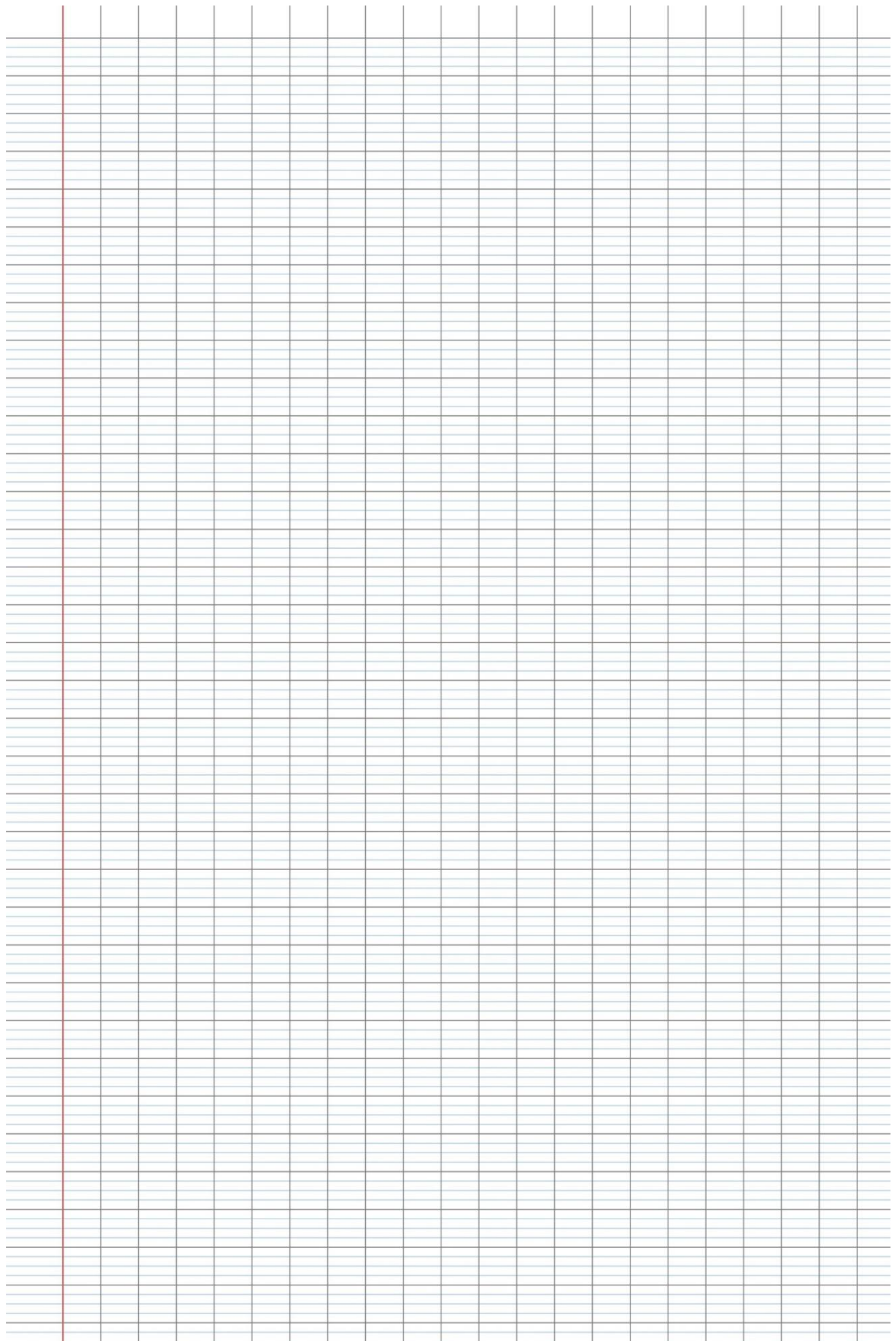
Question 1 : Construire le schéma cinématique et indiquer (en justifiant) quel est l'arbre d'entrée.

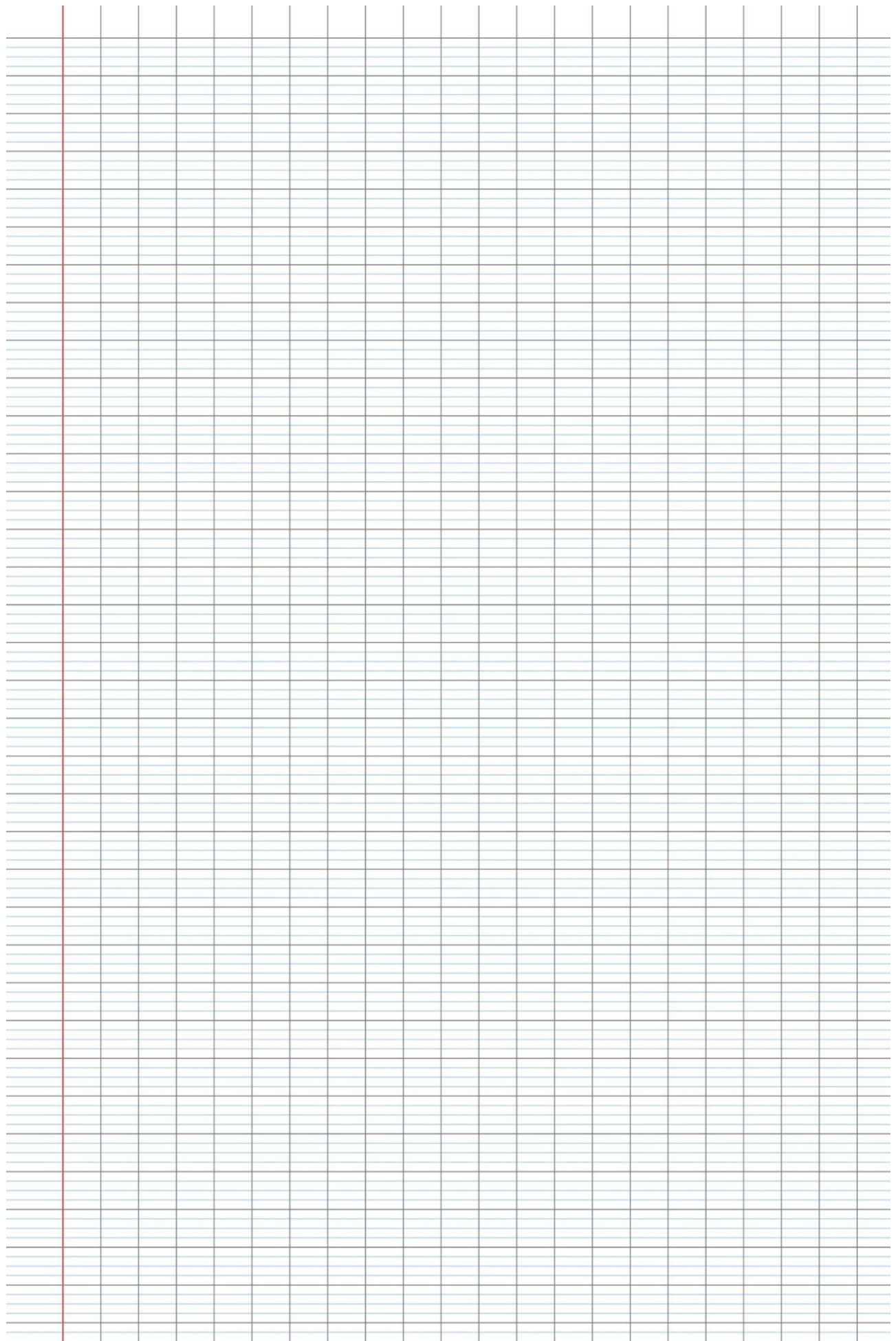
Question 2 : Le cahier des charges est-il respecté ?

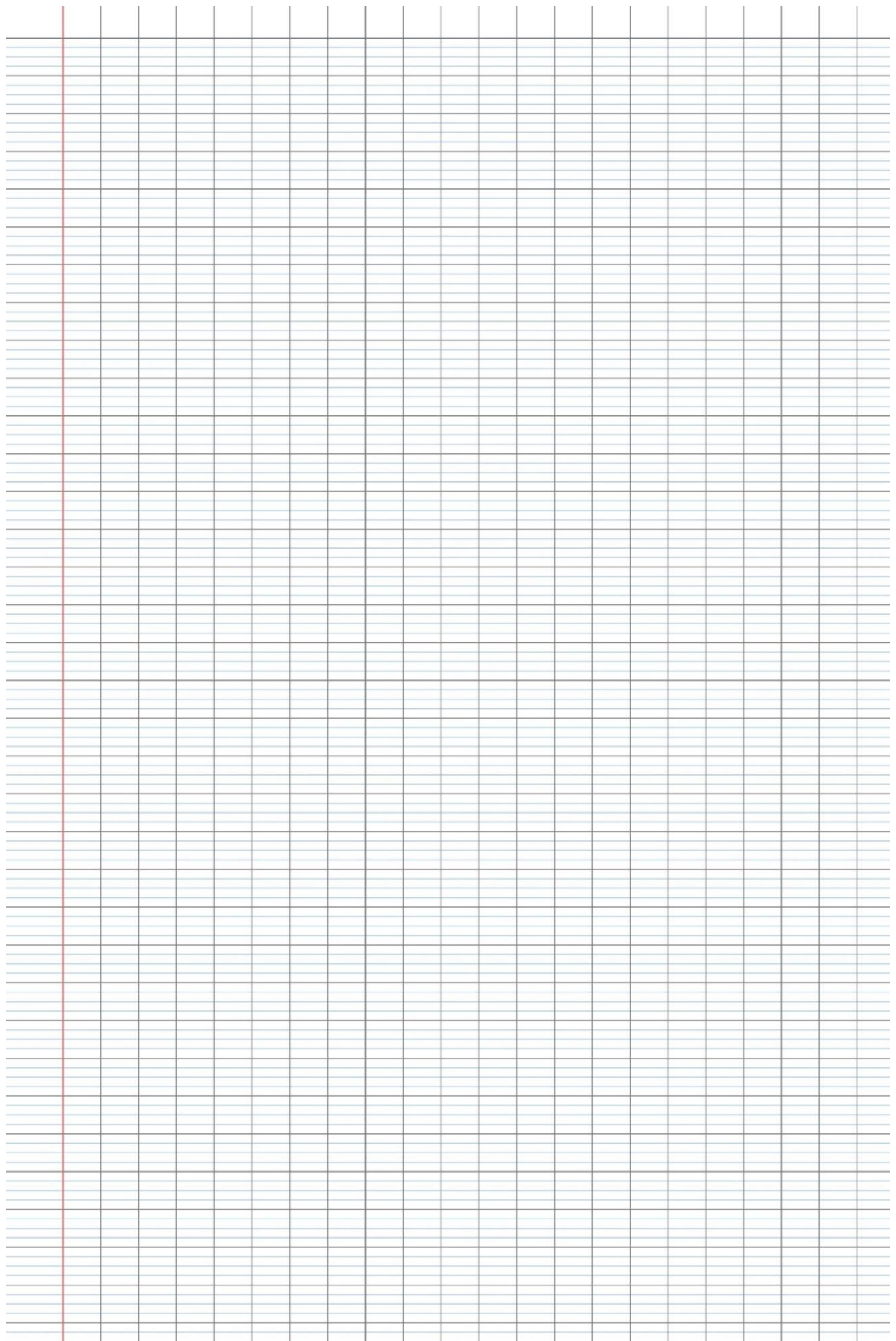
Données : $Z_6 = 16$, $Z_{9a} = 46$, $Z_{9b} = 19$, $Z_{11a} = 59$, $Z_{11b} = 17$, $Z_{16} = 85$

$m_6 = m_{9a} = m_{9b} = m_{11a} = 1\text{mm}$, $m_{11b} = m_{16} = 1.25\text{mm}$





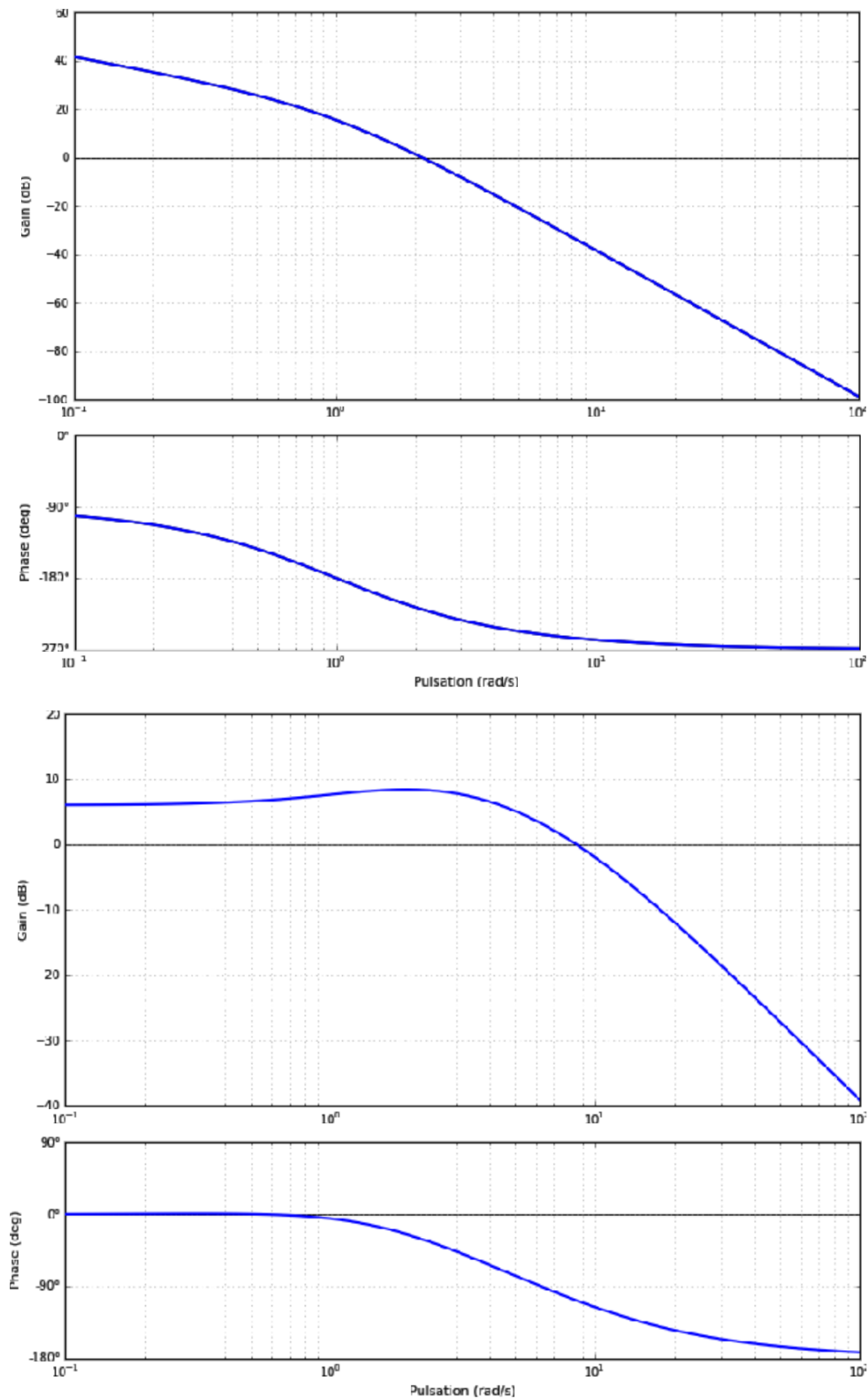


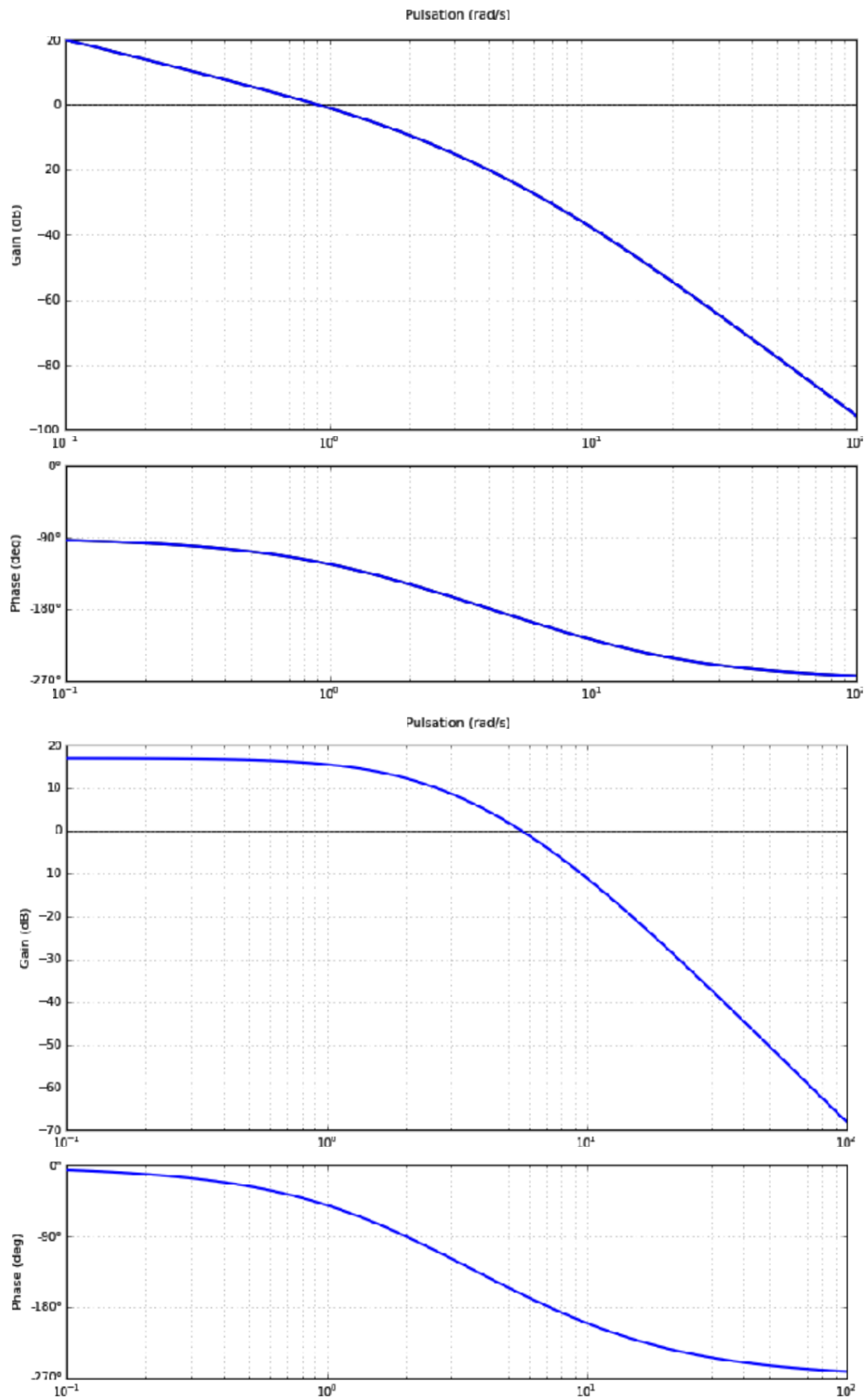


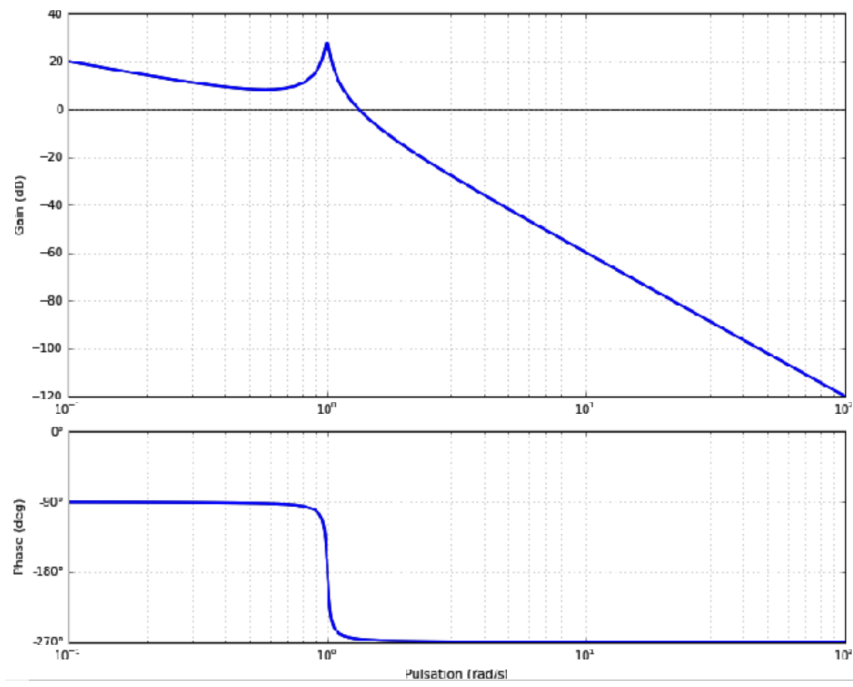
Stabilité et précision des SLCI

Exercice 22 : Application graphique du critère du revers

Caractériser la stabilité des SLCI en boucle fermée à partir des réponses fréquentielles de leurs FTBO qui sont indiquées sur les diagrammes de Bode ci-dessous.





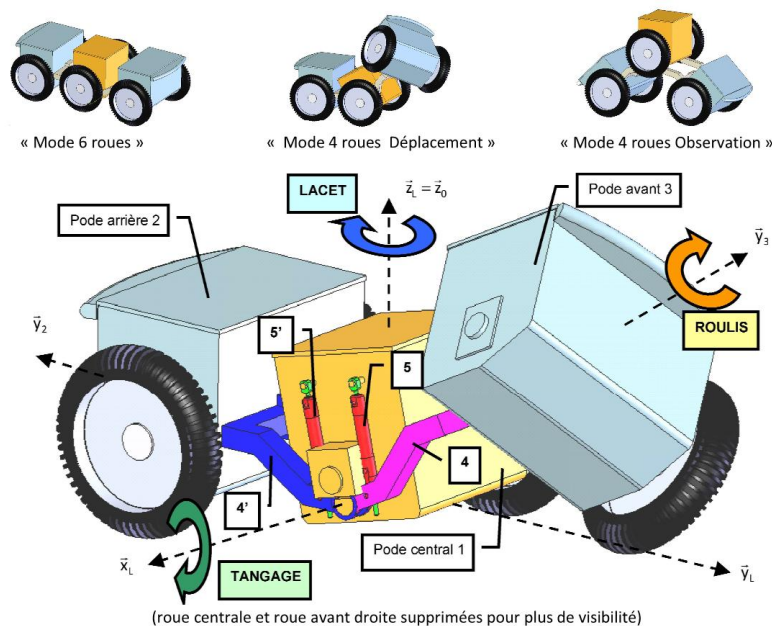


Exercice 23 : Plateforme d'exploration RobuRoc6

1 Présentation du RobuROC6



Cette plate-forme robotisée a été conçue pour des applications de recherche et d'exploration en milieu extérieur. Elle est équipée de 6 roues motrices indépendantes, de même diamètre, montées par paires sur 3 podés articulés en tangage et en roulis. Cette cinématique particulière permet à la plate-forme de se conformer au relief parcouru et de franchir des obstacles difficiles comme des trottoirs ou escaliers.



On s'intéresse dans ce sujet à l'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol dont on donne la modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges.

Hypothèses de modélisation :

- Un déplacement en ligne droite de la plate-forme est considéré (consigne de vitesse $V_c(t)$, les paramètres angulaires de lacet, tangage et roulis restent nuls) ;
- Le contact entre chaque pneumatique et le sol est considéré avec roulement sans glissement ;
- Pour la modélisation du fonctionnement des moteurs, nous supposons une équi-répartition de la charge extérieure sur chacun des six moteurs. Ainsi, pour une vitesse $V(t)$ de la plateforme, les six moteurs tourneront à la même vitesse $\Omega_{mot}(t)$. Ils seront alimentés par une même tension de commande $U(t)$ et devront fournir un même couple moteur $C_{mot}(t)$;
- Les efforts de perturbations (action mécanique de la pesanteur sur une pente...) seront répartis sur chacun des axes des six moteurs et seront donc modélisés par un même couple de perturbation équivalent $C_{eq}(t)$ appliqué sur chacun des axes moteurs ;
- Les caractéristiques inertielles de la plateforme seront représentées au niveau de chaque moteur par un moment d'inertie équivalent $\frac{J_{eq}}{6}$;
- Le comportement individuel d'un des six moteurs peut être approché par celui d'un moteur à courant continu avec les équations électromécaniques suivantes :

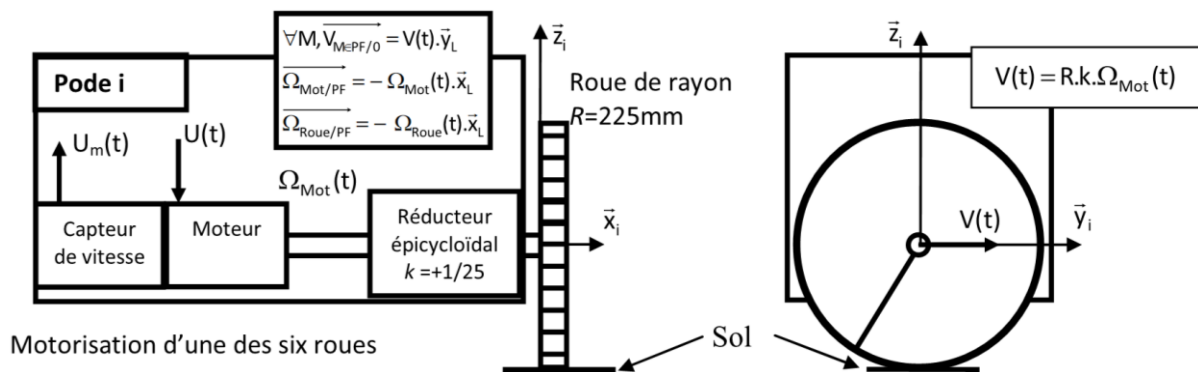
$$U(t) = E(t) + r \cdot I(t) + L \cdot \frac{dI(t)}{dt}$$

$$\frac{J_{eq}}{6} \cdot \frac{d\Omega_{mot}(t)}{dt} = C_{mot}(t) - C_{eq}(t)$$

$$E(t) = k_e \cdot \Omega_{mot}(t)$$

$$C_{mot}(t) = k_c \cdot I(t)$$

r	Résistance de l'induit d'un moteur	2.2Ω
L	Inductance de l'induit d'un moteur	4.62 mH
k_e	Constante de vitesse d'un moteur	$0.12 \text{ V} \cdot (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})^{-1}$
k_c	Constante de couple d'un moteur	$0.12 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$
J_{eq}	Inertie équivalent de la plateforme ramenée à l'axe d'un des six moteurs électriques	$14.4 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$



Pour une vitesse de consigne $V_c(t)$ (en m/s), les microcontrôleurs de pilotage génèrent une vitesse de rotation de consigne à appliquer à chaque moteur $\Omega_{cmot}(t)$ qui est convertie en une tension de consigne $U_c(t)$. Un capteur de vitesse monté sur l'axe de chaque moteur fournit une tension mesurée $U_m(t)$ image de la vitesse de rotation réelle $\Omega_{Mot}(t)$. Un correcteur (défini par la suite, différents cas d'étude) adapte le signal écart entre la tension de consigne et la tension mesurée, ce qui permet après amplification de définir la tension d'alimentation $U(t)$ à appliquer aux moteurs. La vitesse réelle de la plate-forme $V(t)$ est déterminée à partir de $\Omega_{Mot}(t)$ en l'absence de glissement.

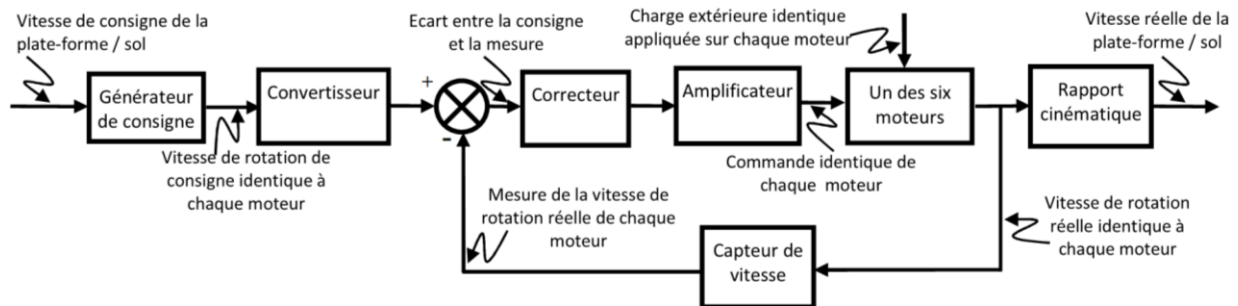


Schéma bloc fonctionnel de l'asservissement en vitesse d'un des six moteurs

Générateur de consigne	K_G (à déterminer)
Convertisseur	K_{conv} (à déterminer)
Correcteur	$C(p)$ (réglé par la suite)
Amplificateur	$K_A = 20$ (sans unité)
Capteur de vitesse	$K_{Capt} = 0.005 \text{ V} \cdot (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})^{-1}$
Rapport cinématique	K_R (à déterminer)

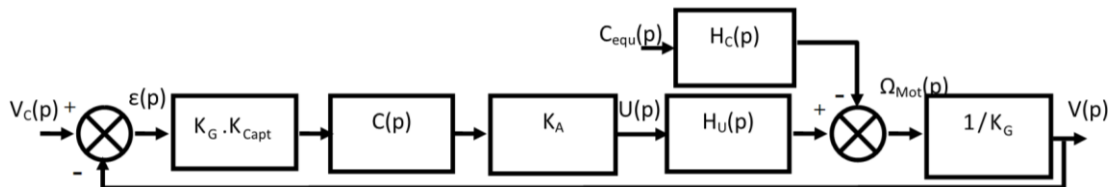
On donne ci-dessous un extrait du cahier des charges fonctionnelles.

Exigence	Critères	Niveaux
La vitesse de la plate forme doit être asservie avec les exigences techniques suivantes	STABILITE - Marge de gain - Marge de phase	$M_G = 6\text{dB mini}$ $M_\phi = 45^\circ \text{ mini}$
	PRECISION en poursuite Erreur statique à un échelon de vitesse	Nulle
	PRECISION en régulation Influence d'un échelon en couple de perturbation en régime permanent	Nulle
	RAPIDITE Temps de réponse à 5% (à une entrée en échelon de vitesse)	0,5 secondes

Question 1 : Déterminer les valeurs numériques et unités des gains associés au générateur de consigne (noté K_G), au rapport cinématique (K_R) et au convertisseur (K_{conv}) en sachant que lorsque la vitesse réelle de la plateforme $V(t)$ est égale à la vitesse de consigne $V_C(t)$, l'écart $\varepsilon(t)$.

Question 2 : Compléter le schéma bloc sur le document réponse n°1 en y faisant figurer les fonctions de transfert sous forme littérale dans le domaine de Laplace avec des conditions initiales nulles, ainsi que les signes des sommateurs.

Après manipulation du schéma bloc du document réponse n°1, on obtient le schéma bloc à retour unitaire suivant :



$H_U(p)$ et $H_C(p)$ sont les fonction de transfert caractéristiques d'un des six moteurs telles que :

$$H_U(p) = \frac{K_U}{(1 + T_1 \cdot p) \cdot (1 + T_2 \cdot p)} \quad , \quad H_C(p) = \frac{K_C \cdot \left(1 + \frac{L}{r} \cdot p\right)}{(1 + T_1 \cdot p) \cdot (1 + T_2 \cdot p)}$$

$$K_U = 8.3 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1} \quad , \quad K_C = 152.7 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \quad , \quad T_1 = 0.0021 \text{ s} \quad , \quad T_2 = 0.36 \text{ s}$$

2 Etude des performances en fonction de la correction

2.1 Absence de correction : $C(p) = 1$

On distinguera :

- La **poursuite** : le couple de perturbation est nul, la consigne de vitesse varie.
- La **régulation** : la consigne de vitesse est constante, le couple de perturbation varie.

Question 3 : Justifier que ce système est stable.

Question 4 : Etudier l'aptitude du système non corrigé à respecter les critères de précision. Pour cela, déterminer l'expression littérale de l'erreur statique en poursuite (consigne de vitesse de la plateforme $V_C(t)$ en échelon d'amplitude V_{CO}) et l'expression littérale de l'erreur statique en régulation d'une perturbation $C_{eq}(t)$ en échelon d'amplitude C_0 sur la vitesse réelle $V(t)$ de la plateforme en régime permanent. Pour rappel, erreur statique $\varepsilon_S = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot \varepsilon(p))$

2.2 Correction intégrale : $C(p) = \frac{K_I}{p}$

Question 5 : Reprendre la question précédente et étudier l'aptitude du système à respecter les critères de précision avec ce nouveau correcteur.

Question 6 : Les diagrammes de Bode de la FTBO non corrigée sont fournis sur le document réponse n°2. Compléter le document réponse n°2 en traçant les diagrammes de Bode du correcteur avec $K_I = 1 \text{ s}^{-1}$.

Question 7 : Déterminer la pulsation de coupure ω'_{co} que devrait avoir le système corrigé afin de respecter la marge de phase énoncée dans le cahier des charges.

Question 8 : Déterminer le gain en dB de la FTBO non corrigée pour la pulsation ω'_{co} ainsi que le gain en dB du correcteur pour la pulsation ω'_{co} . En déduire, pour la pulsation ω'_{co} , le gain en dB de la FTBO corrigée quand $K_I = 1s^{-1}$.

Question 9 : En déduire alors la valeur du gain du correcteur notée $K_{I_{max}}$ qui permet d'obtenir la pulsation de coupure ω'_{co} . Conclure vis-à-vis des marges de stabilité du cahier des charges.

2.3 Réduction de l'ordre du modèle

Afin d'évaluer analytiquement le temps de réponse à 5%, il est proposé d'adopter une modélisation simplifiée du comportement du moteur en conservant uniquement le mode associé au pôle dominant. On donne $t_{5\%} \cdot \omega_0 = 3$ avec ω_0 la pulsation propre non amortie d'un système du second ordre.

Question 10 : En comparant les valeurs numériques des pôles de la fonction de transfert du moteur en poursuite $H_U(p)$, préciser quel est le pôle dominant et proposer alors un modèle simplifié de la fonction de transfert $H_U(p)$. Déterminer alors la valeur numérique de K_I , notée $K_{I_{5\%}}$, minimisant le temps de réponse à 5% pour une entrée échelon en poursuite. Calculer alors la valeur approchée du temps de réponse à 5% minimale $t_{5\%min}$ et la comparer au cahier des charges.

2.4 Correction proportionnelle et intégrale : $C(p) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot p}\right)$

Le correcteur précédent est remplacé par un correcteur « PI ». Plusieurs réponses temporelles du système corrigé sont tracées sur le document réponse n°3 avec :

- Une consigne de vitesse unitaire de la plate-forme $V_c(t) = 1 \cdot u(t)$ avec $u(t)$ l'échelon unitaire ;
- Une perturbation sous la forme d'un échelon unitaire retardé de 5 secondes $C_{eq}(t) = u(t - 5)$;
- Un gain du correcteur $K_p = 1$;
- Différentes valeurs de T_I .

Question 11 : Parmi les différentes valeurs de T_I , choisir celle qui assure le temps de réponse à 5% le plus faible.

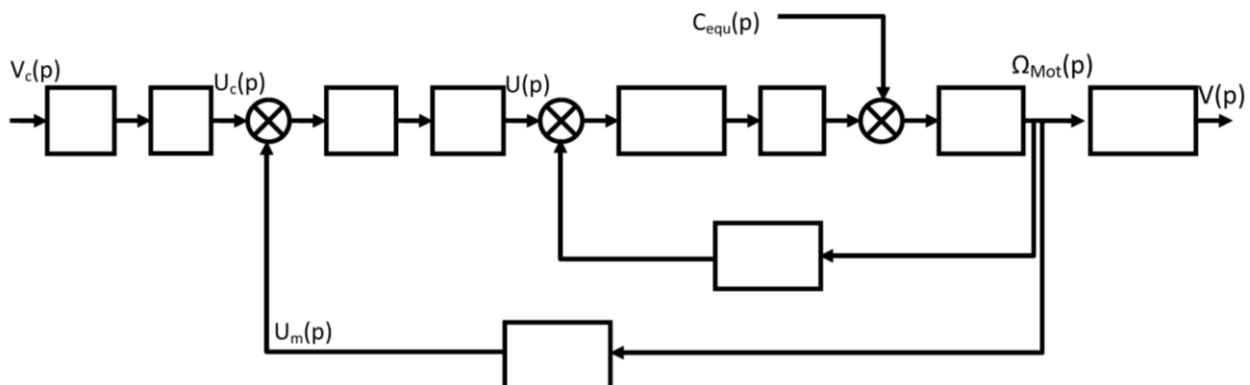
La valeur de T_I déterminée à la question précédente est retenue pour le réglage du correcteur PI. Il s'agit alors de choisir le gain K_p à partir des simulations proposées sur le document réponse n°4.

Question 12 : Parmi les différentes valeurs de K_p , choisir celle qui assure un temps de réponse à 5% au plus près de la valeur exigée par le cahier des charges.

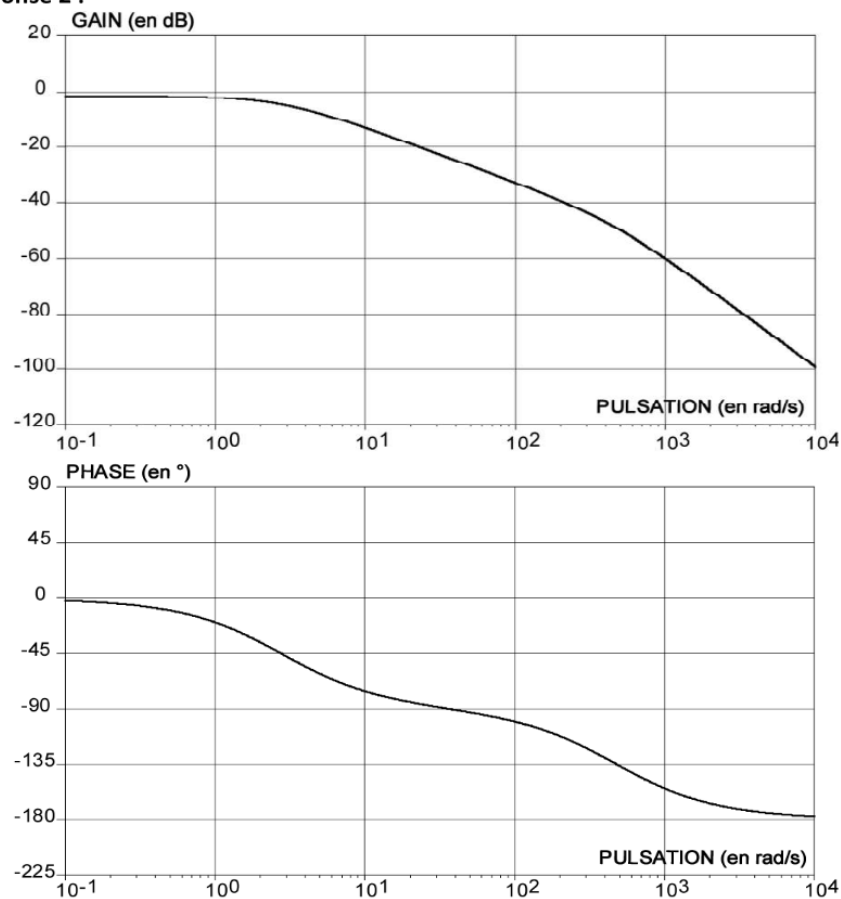
Avec le couple de valeurs T_I et K_p obtenu, la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte est tracée sur le document réponse n°5.

Question 13 : Conclure quant à la capacité de ce correcteur à respecter tous les critères du cahier des charges.

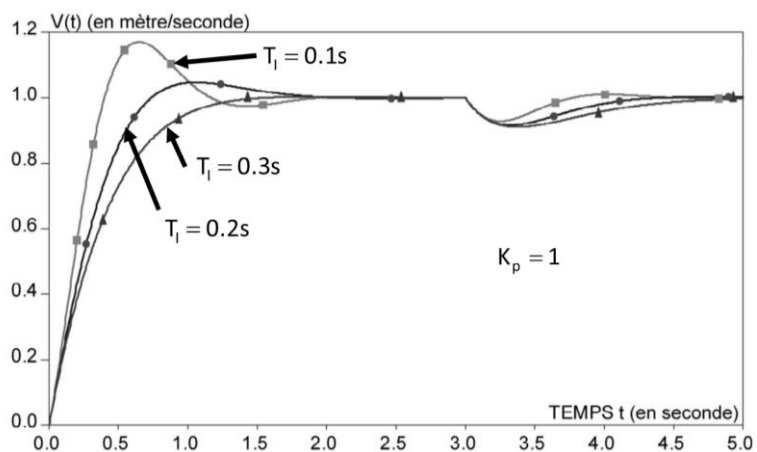
Document réponse 1 :



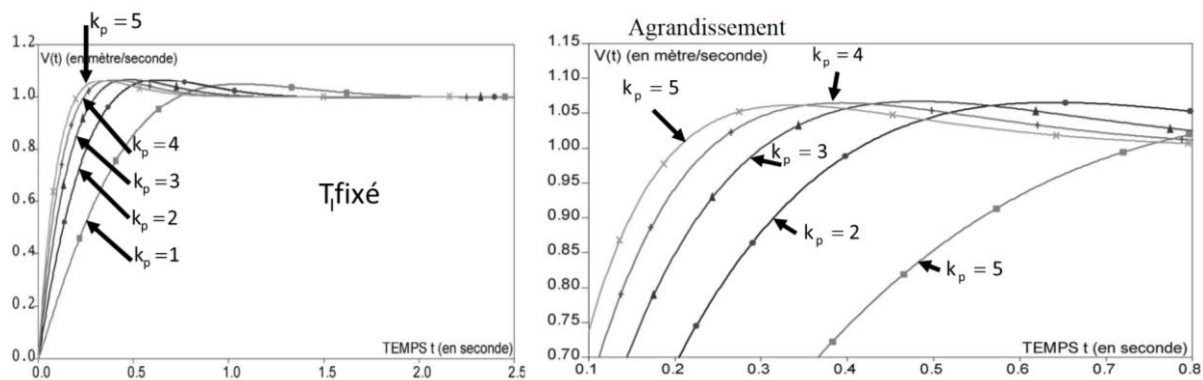
Document réponse 2 :



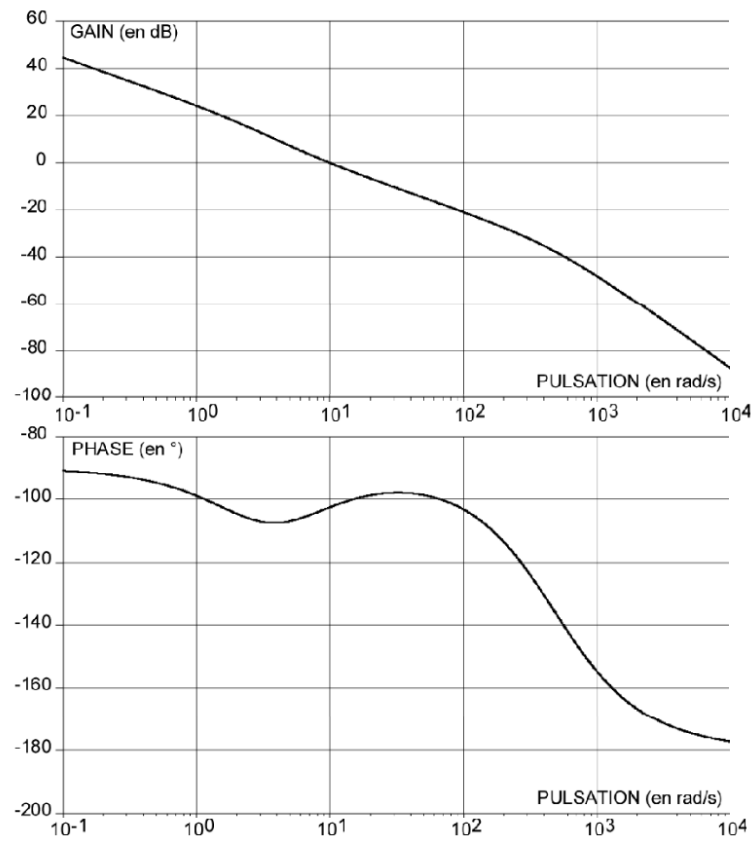
Document réponse 3 :

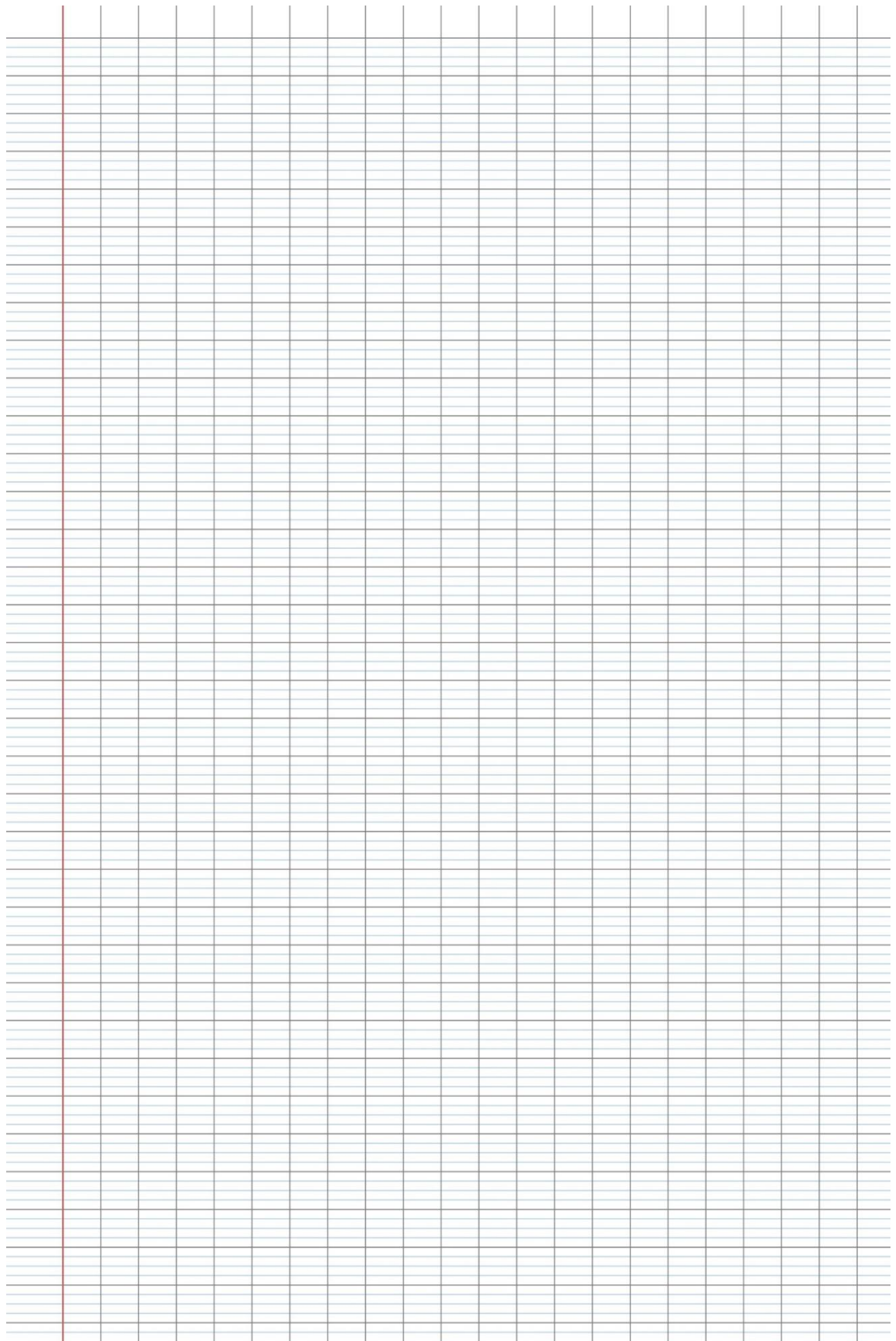


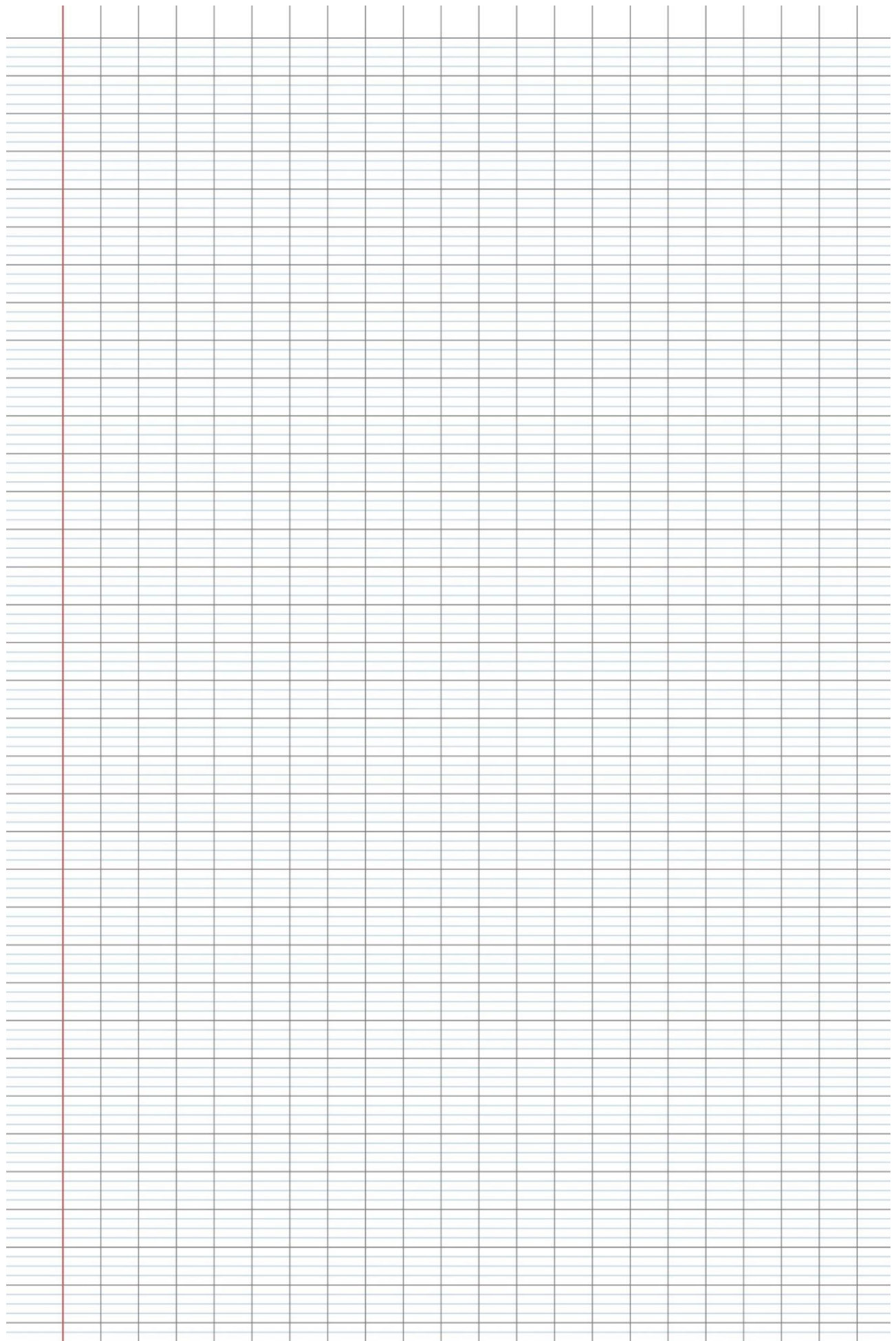
Document réponse 4 :

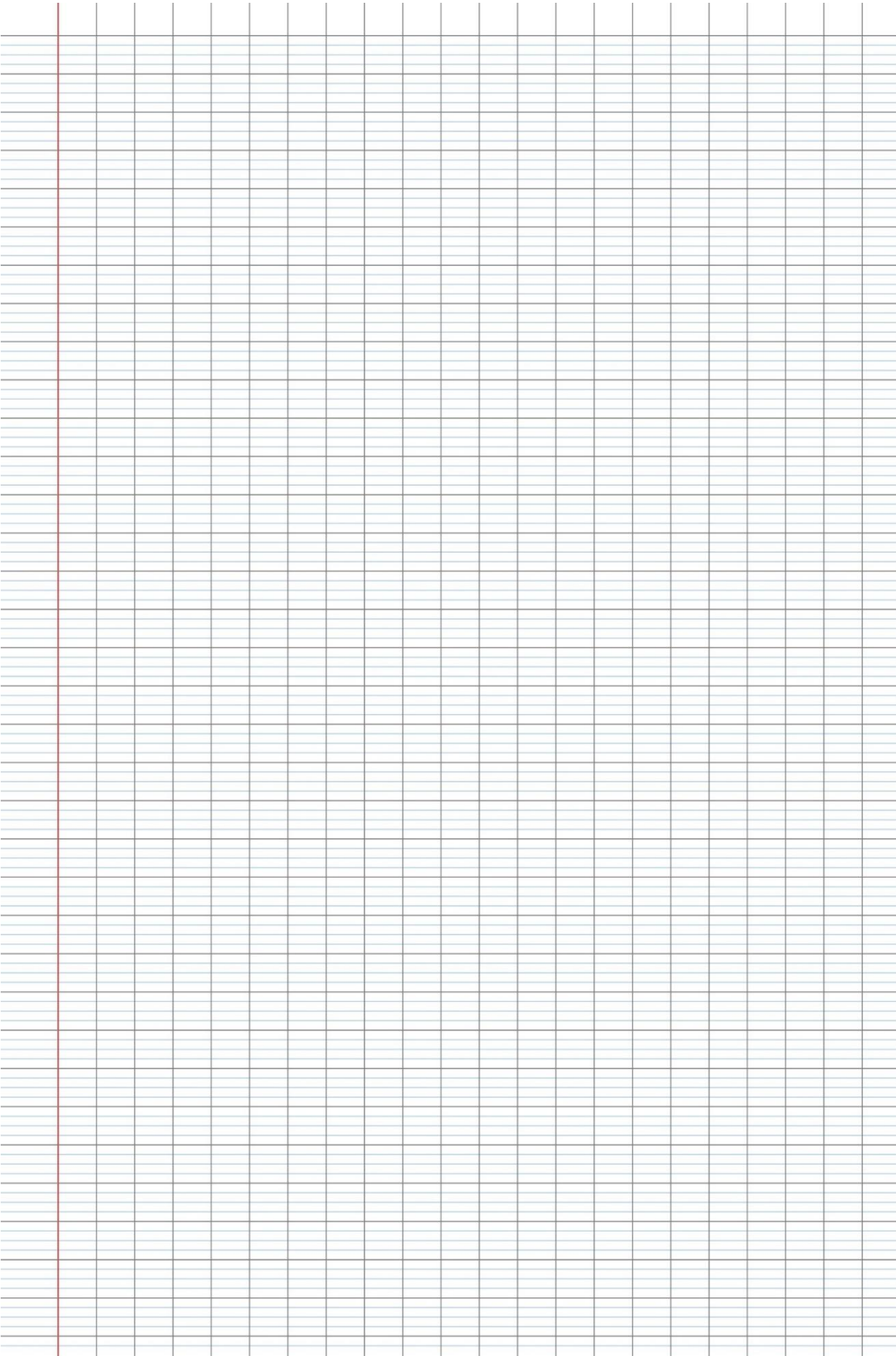


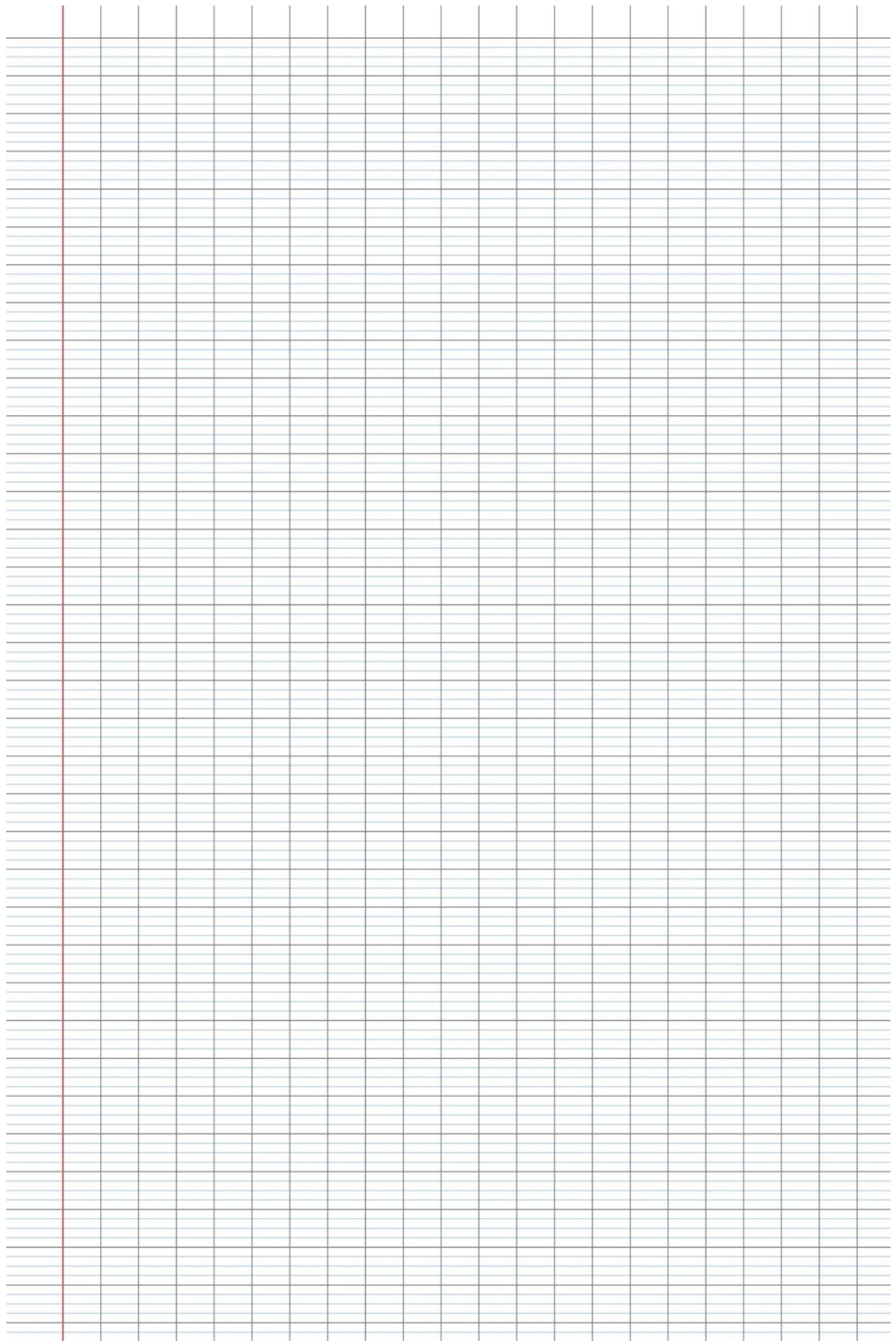
Document réponse 5 :

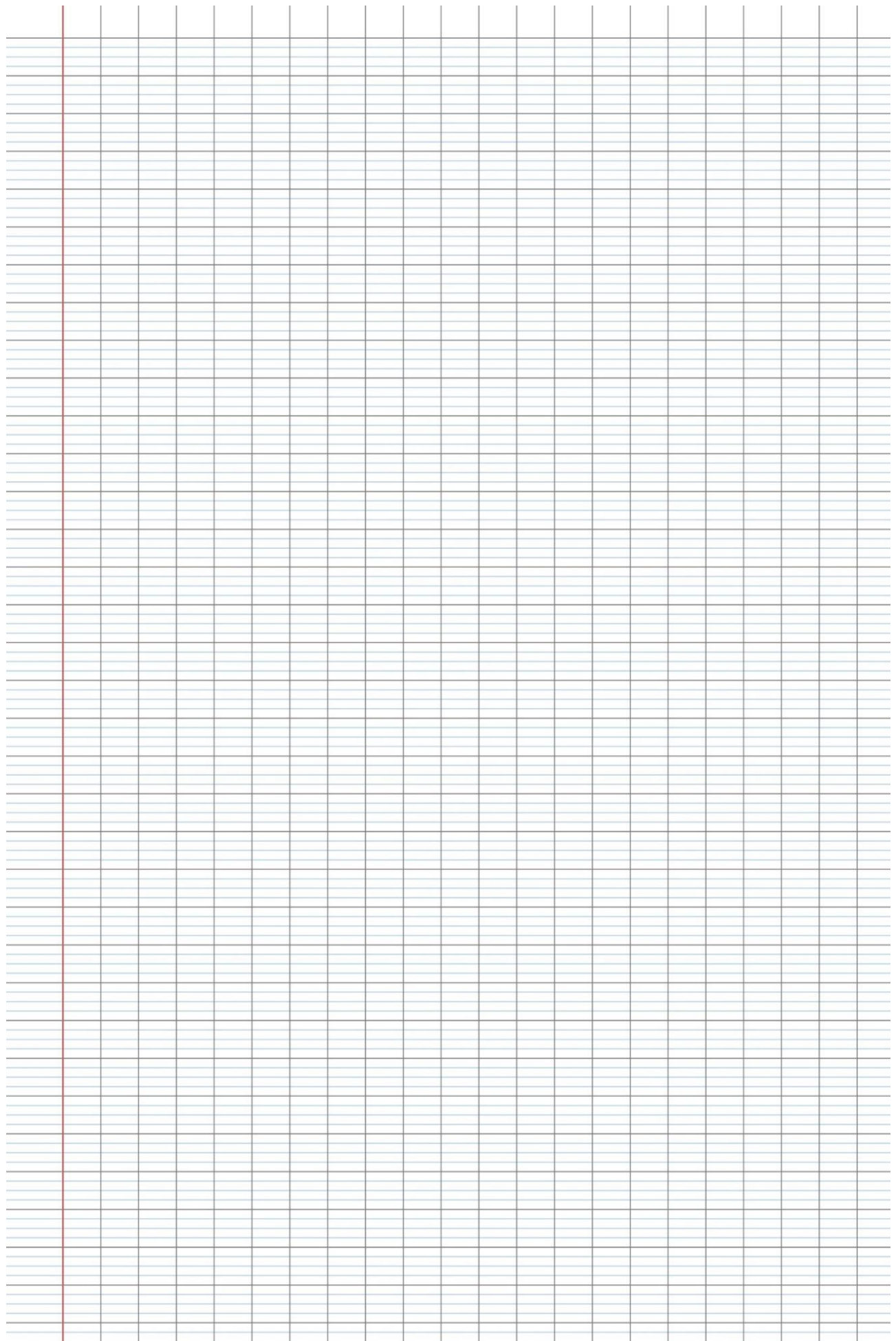












Exercice 24 : Microfraisage par électroérosion

1 Electroérosion

1.1 Principe général

La réalisation de composants dans des matériaux de grande dureté (aciers trempés) peut être limitée en utilisant des procédés conventionnels par enlèvement de matière tels que l'usinage. On peut alors avoir recours à l'enlèvement de matière par électroérosion.

L'électroérosion est un procédé d'usinage consistant à enlever de la matière par l'intermédiaire de décharges électriques entre deux électrodes immergées dans un fluide diélectrique (liquide ou gaz). L'une des électrodes constitue l'outil et l'autre la pièce à usiner. La distance entre ces deux électrodes est appelée entrefer. L'effet des décharges électriques est le creusement de la pièce (et l'usure de l'outil) par création d'un micro-plasma suivi de l'expulsion dans l'entrefer de débris provenant des deux électrodes. Le renouvellement du diélectrique dans l'entrefer et le rapprochement de l'outil et de la pièce permettent de redéfinir les conditions autorisant les nouvelles décharges. Par un mouvement relatif de l'outil par rapport à la pièce, il est ainsi possible d'usiner la pièce.

La figure 1 en résume le principe en six étapes clés.

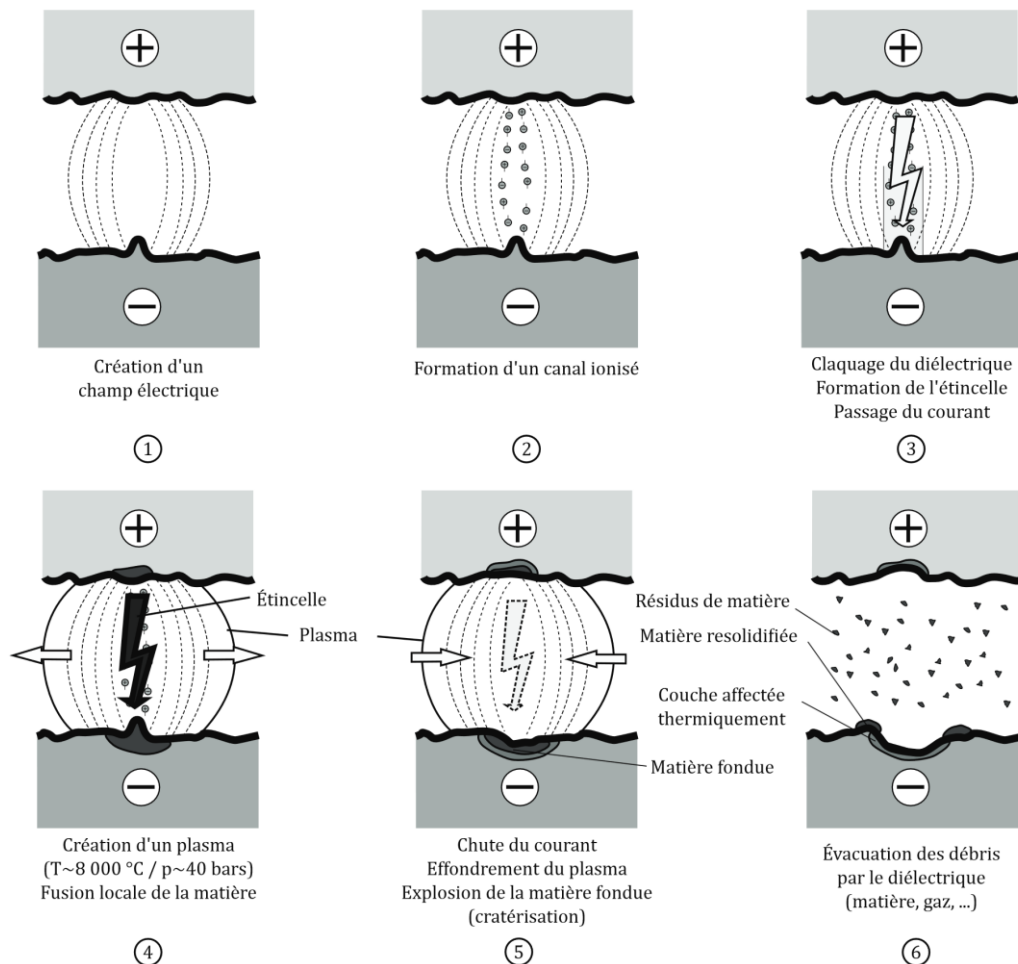


Figure 6 : Les six étapes d'enlèvement de matière par électroérosion

On dénombre trois principaux procédés d'électroérosion dont la représentation est donnée dans la figure 2 :

- L'électroérosion par enfonçage** consistant à déplacer verticalement l'électrode normalement à la surface à usiner (figure 2a). On retire donc le négatif de la forme de l'électrode à l'entrefer près ;
- L'électroérosion à fil fin** (figure 2b), qui consiste à contourner, perpendiculairement à la surface (ou en inclinant légèrement le fil), le profil d'une pièce en déroulant un fil conducteur qui joue le rôle d'électrode ;
- Le fraisage par électroérosion** utilisé pour réaliser des formes par contournage ou des trous par enfonçage à l'aide d'électrodes cylindriques ou de formes.

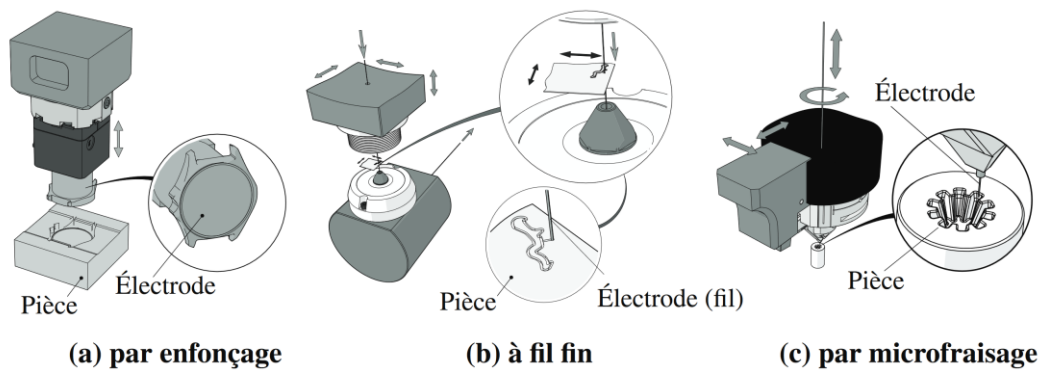


Figure 1 : Principaux procédés d'électroérosion

1.2 Electroérosion par fil fin

On étudie une machine d'électroérosion à fil fin Ariane. Le diagramme partiel des exigences associé à la découpe au fil est donné en figure 3.

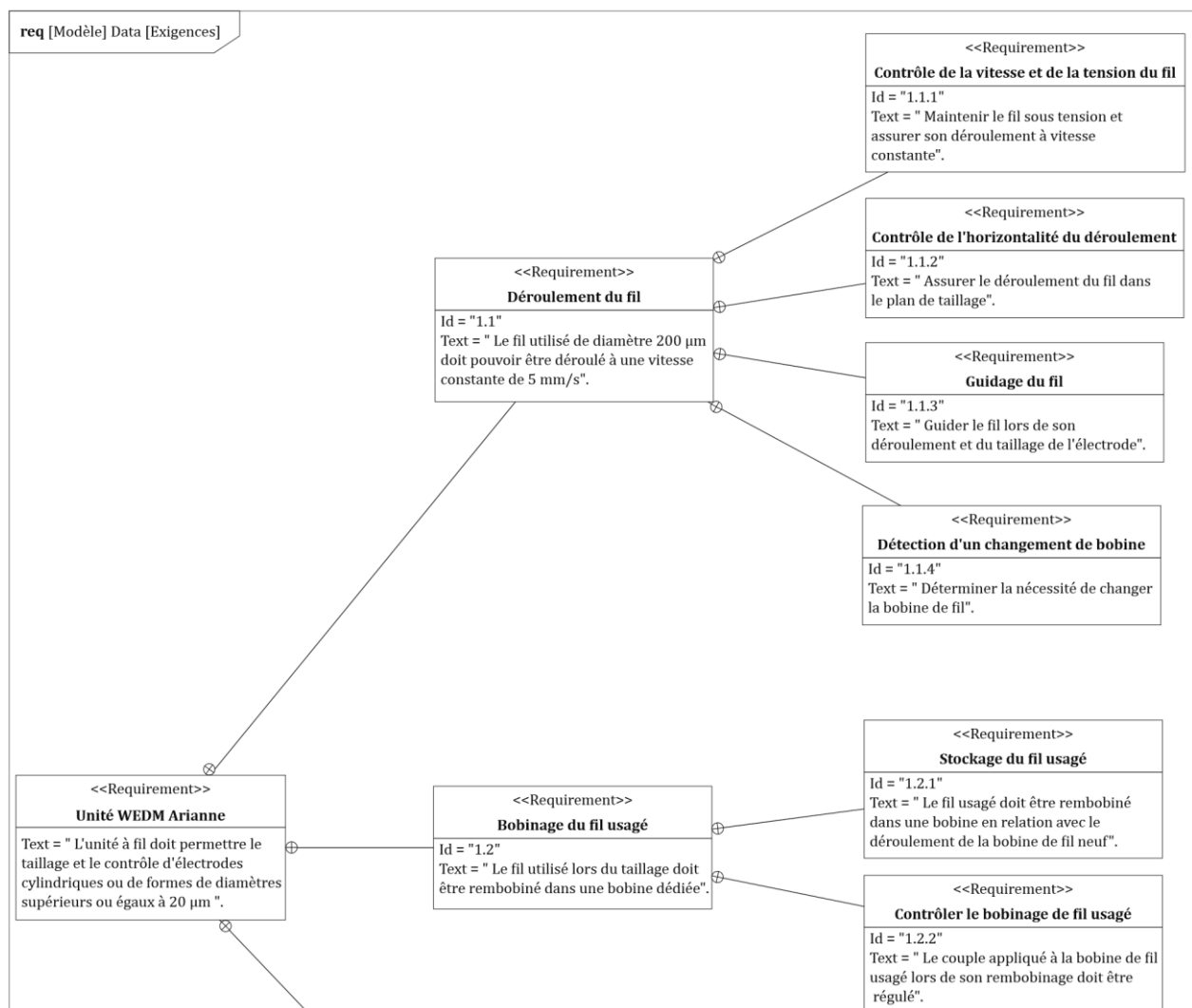


Figure 2 : Diagramme des exigences partiel de la machine Ariane

Le cœur de la machine de découpe à fil est l'unité d'électroérosion. Elle déroule le fil et le maintien tendu. De sa construction complexe n'est retenue que le module d'asservissement en tension (mécanique) illustré sur la figure 4.

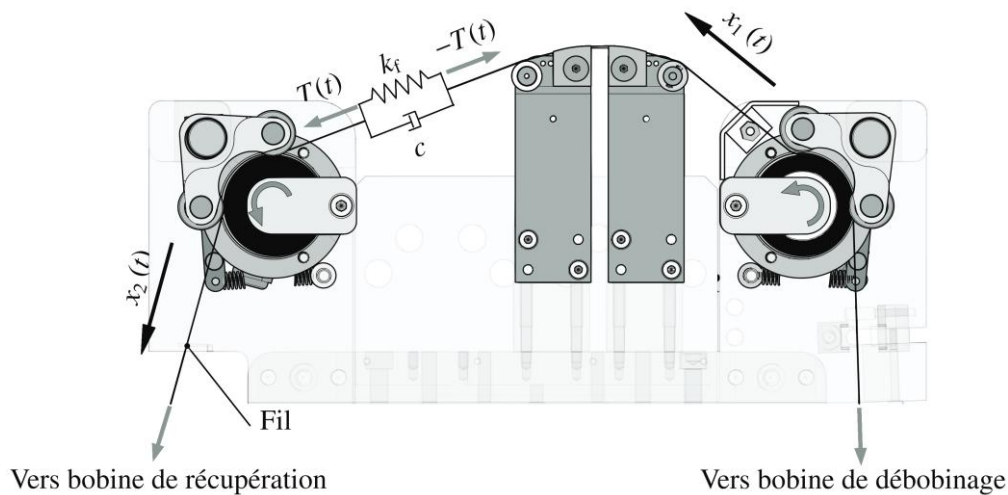


Figure 3 : Unité Ariane de déroulement du fil avec asservissement en tension (effort de traction sur le fil)

$x_1(t)$ et $x_2(t)$: position courante du fil en sortie des rouleaux droit et gauche, en mètres ;

$\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$: position angulaire des rouleaux droit et gauche, en radians ;

$T(t)$: tension du fil en Newton ;

k_f et c : raideur équivalente et constante visqueuse du système ressort/amortisseur modélisant le fil ;

Les deux moteurs sont identiques : moment d'inertie J en kg.m^2 , constante de couple k_m en N.m.A^{-1} .

Les moteurs sont asservis en courant pour moduler la tension du fil, on note $i_1(t)$ et $i_2(t)$ leurs courants d'alimentation. On déduit une nouvelle variable de commande :

$$i_d(t) = i_1(t) - i_2(t)$$

$i_d(p)$ traduit la différence de courant d'alimentation des deux moteurs, donc la différence de couple moteur qu'ils génèrent. Il en résulte la tension $T(t)$ après modélisation des effets dynamiques (types ressort/amortisseur) et la prise en compte des effets mécaniques $F_{ext}(t)$ au niveau du contact entre le fil et la pièce taillée.

On admet qu'une étude dynamique antérieure donne la relation suivante entre la tension pilotée $T_{pil}(t)$ et la différence des courants d'alimentation :

$$H(p) = \frac{T_{pil}(p)}{I_d(p)} = \frac{K}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$$

$$K = 6 \quad \xi = 0,27 \quad \omega_0 = 355 \text{ rd/s}$$

L'asservissement en tension avec un correcteur $C(p)$ peut alors est représenté par le schéma-blocs de la figure 5 :

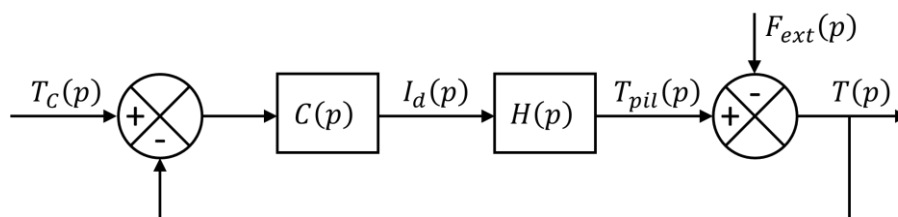


Figure 4 : Schéma-bloc de l'asservissement en tension

On donne ci-dessous un extrait du cahier des charges pour l'asservissement en tension.

Critères	Niveaux
Marges de stabilité	$M_\phi = 45^\circ$ $M_G = 6\text{dB}$
Précision	$\varepsilon_{S,\text{poursuite}}$ nulle $\varepsilon_{S,\text{régulation}}$ nulle

2 Optimisation de l'asservissement en tension du fil

Question 1 : Pour la fonction $H(p)$ seule (sans correction) représenter les diagrammes de Bode asymptotiques en gain et en phase sur le document réponse 1.

Question 2 : Justifier que la courbe de gain présente une résonance. Calculer le gain à la résonance et la pulsation à laquelle elle a lieu.

Question 3 : Ajouter l'allure des tracés réels en gain et en phase avec la résonance clairement identifiée.

2.1 Correction proportionnelle : $C(p) = C$

Question 4 : L'asservissement en tension est-il stable ? Justifier.

Question 5 : Caractériser le système en précision. Pour cela :

- Déterminer l'expression littérale de l'erreur statique en poursuite (on la note $\varepsilon_{S,poursuite}$) pour une entrée en échelon d'amplitude T_0 ;
- Déterminer l'expression littérale de l'erreur statique en régulation (on la note $\varepsilon_{S,regul}$) pour une perturbation en échelon d'amplitude F_0 ;
- Conclure quant à la pertinence de ce type de correcteur.

2.2 Correction intégrale : $C(p) = \frac{K_i}{p}$

Question 6 : Caractériser de nouveau le système en précision avec ce correcteur (en régulation et en poursuite) et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

2.2.1 Etude de stabilité : méthode graphique

Question 7 : Compléter le document réponse 1 en représentant les diagrammes de Bode (gain et phase) du correcteur pour $K_i = 1$.

Question 8 : Représenter alors les tracés asymptotiques et l'allure des tracés réels de la boucle ouverte corrigée pour $K_i = 1$.

Question 9 : Mesurer graphiquement les marges de stabilité en les indiquant sur les diagrammes de Bode du document réponse 1, puis conclure quant au respect du critère de stabilité avec ce réglage initial à $K_i = 1$.

2.2.2 Etude de stabilité : méthode analytique

Question 10 : Déterminer la pulsation de coupure à 0dB que doit avoir le système corrigé pour respecter le critère de marge de phase. On la note $\omega_{M\phi}$.

Question 11 : Calculer la valeur du gain en dB à la pulsation $\omega_{M\phi}$ pour la boucle ouverte non corrigée, et pour le correcteur seul (avec $K_i = 1$). En déduire la valeur de la boucle ouverte corrigée à cette pulsation pour $K_i = 1$.

Question 12 : Déterminer alors la valeur de K_i qui permet de respecter précisément le critère de marge de phase.

Question 13 : Pour le réglage de K_i ainsi obtenu, la marge de gain est-elle respectée ?

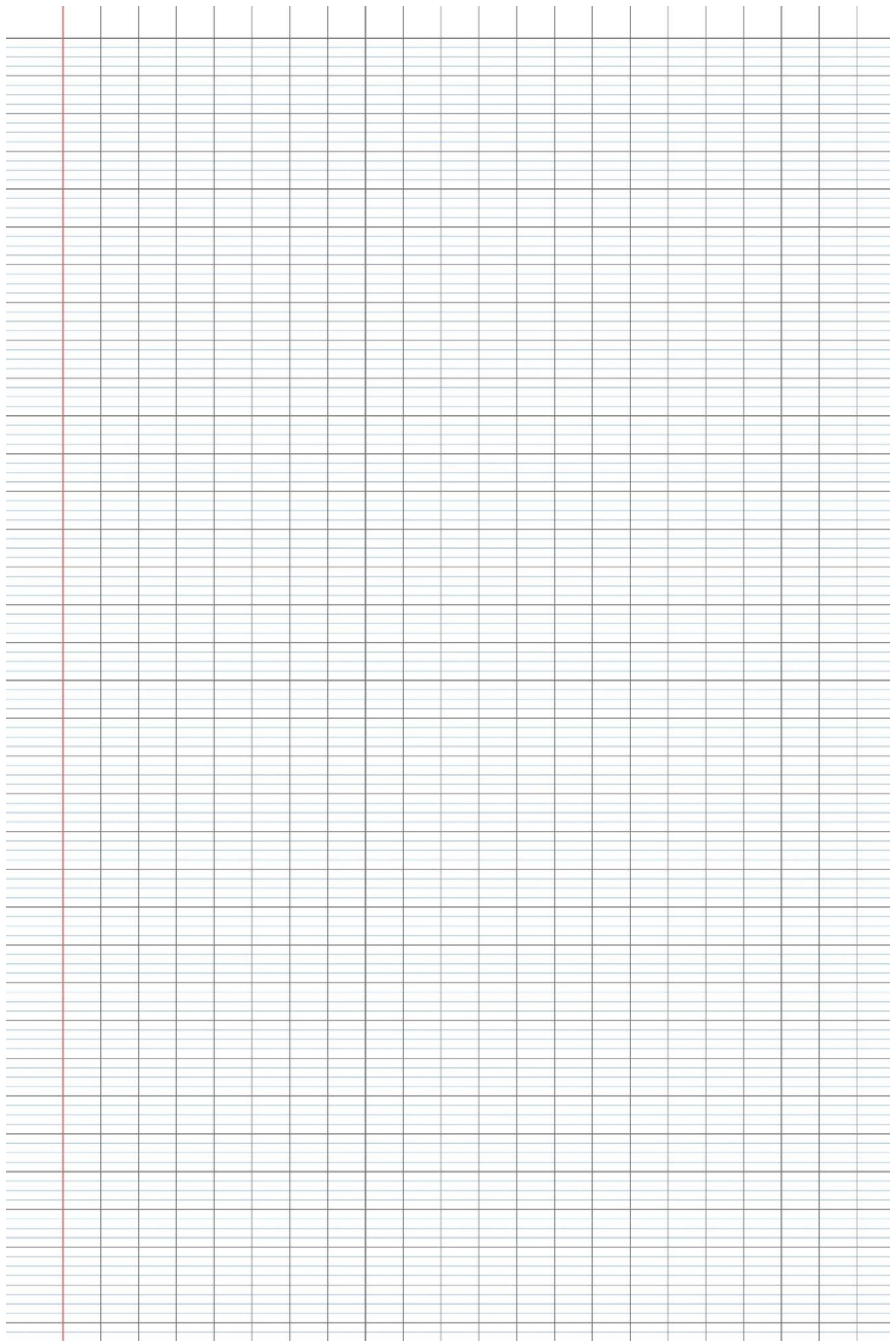
Question 14 : Déterminer alors le réglage de K_i qui permet de respecter la marge de gain.

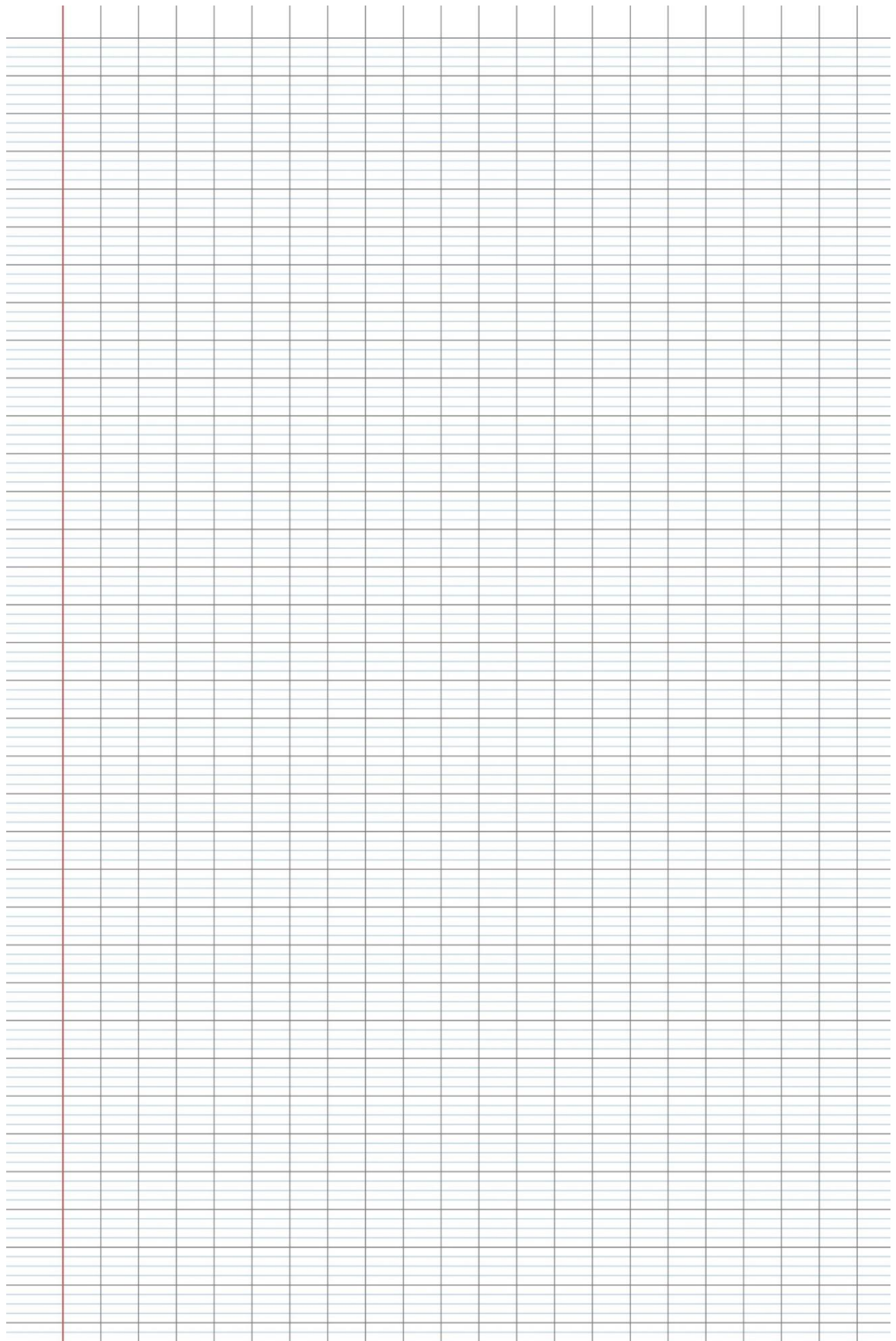
Question 15 : Quelle valeur de K_i peut-on finalement retenir pour respecter les marges de gain et de phase ?

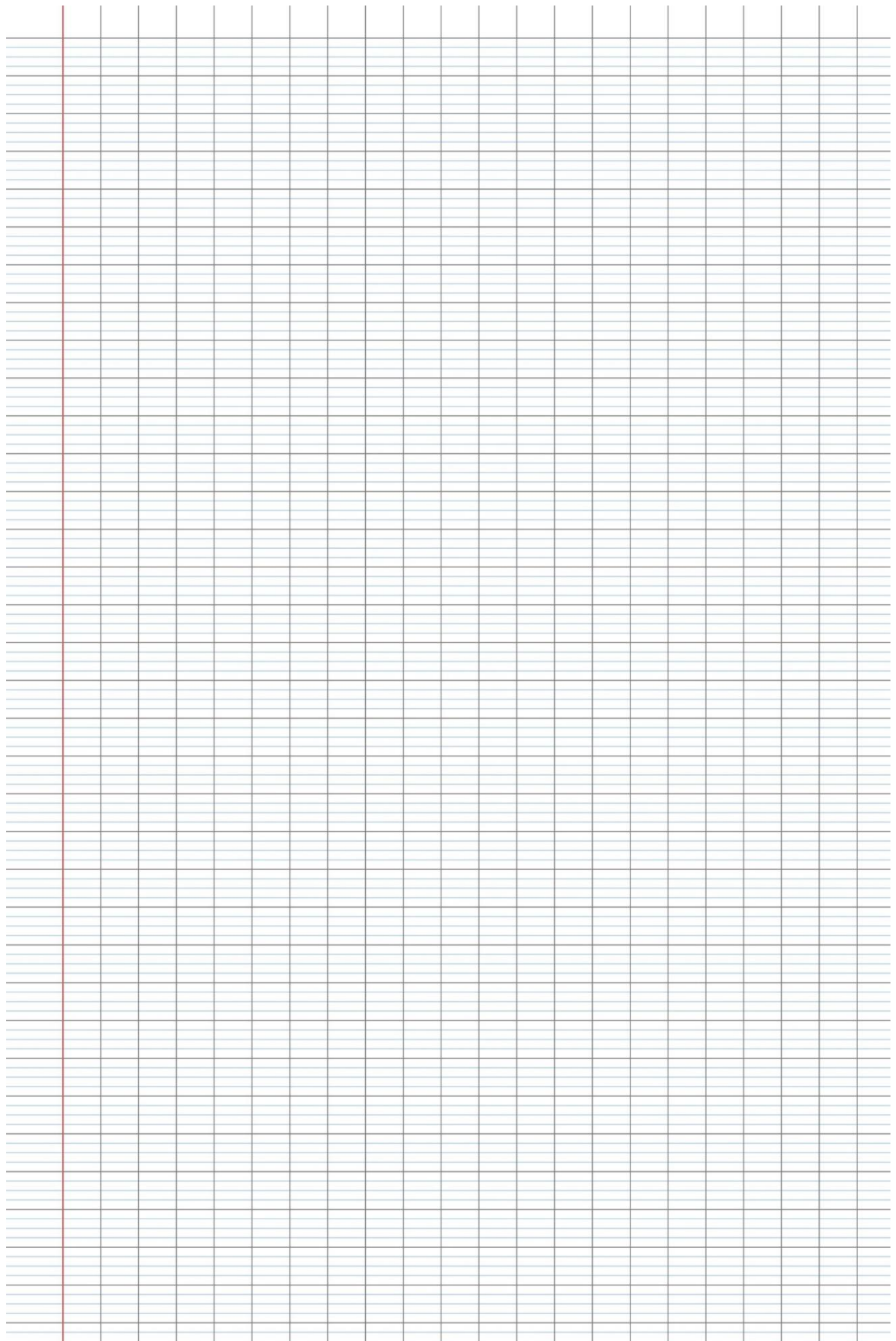
2.3 Correction proportionnelle et intégrale : $C(p) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p}\right)$

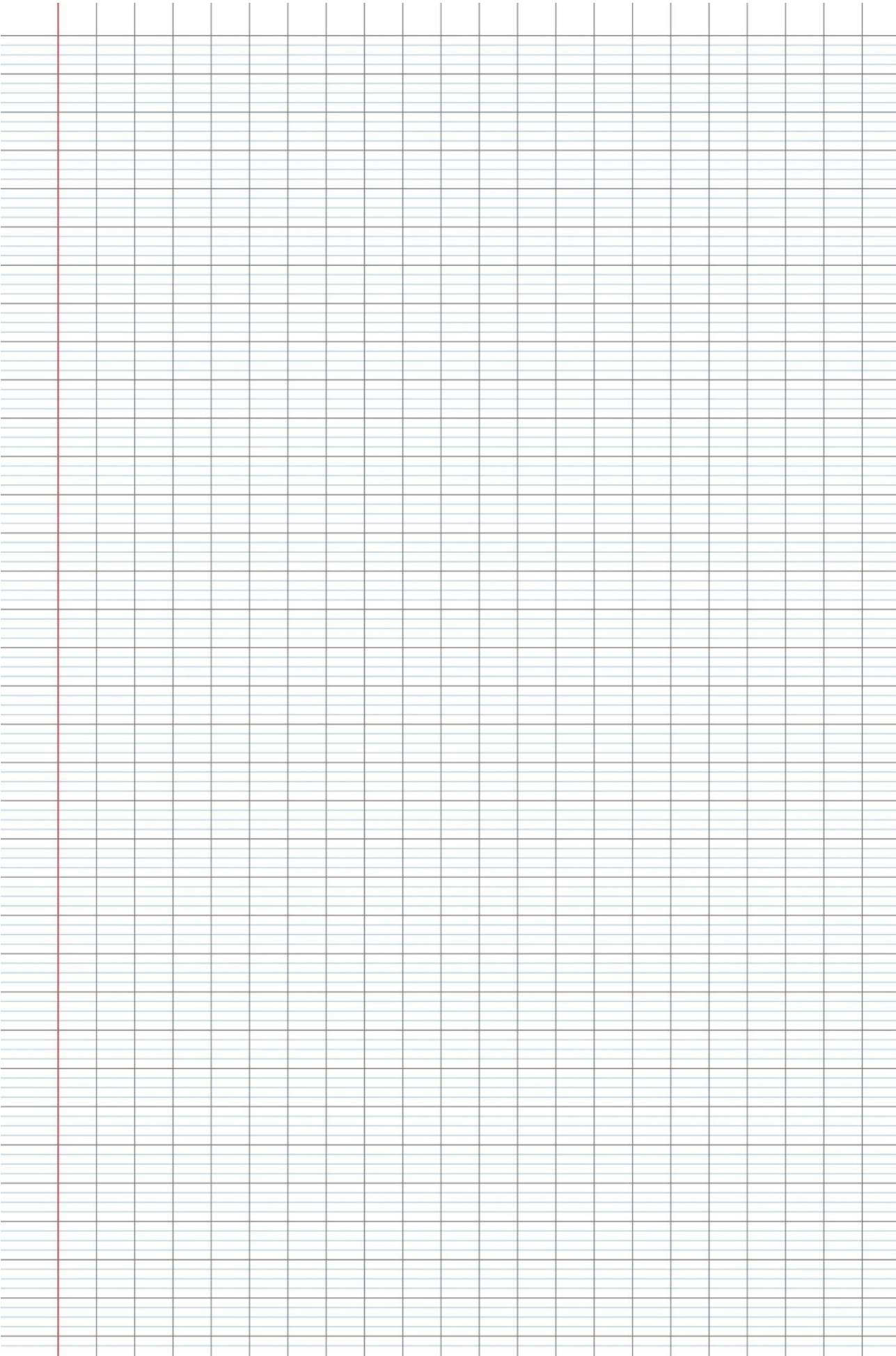
Un réglage initial du correcteur est opéré. Les tracés des diagrammes de Bode de la boucle ouverte sont donnés sur le document réponse 2.

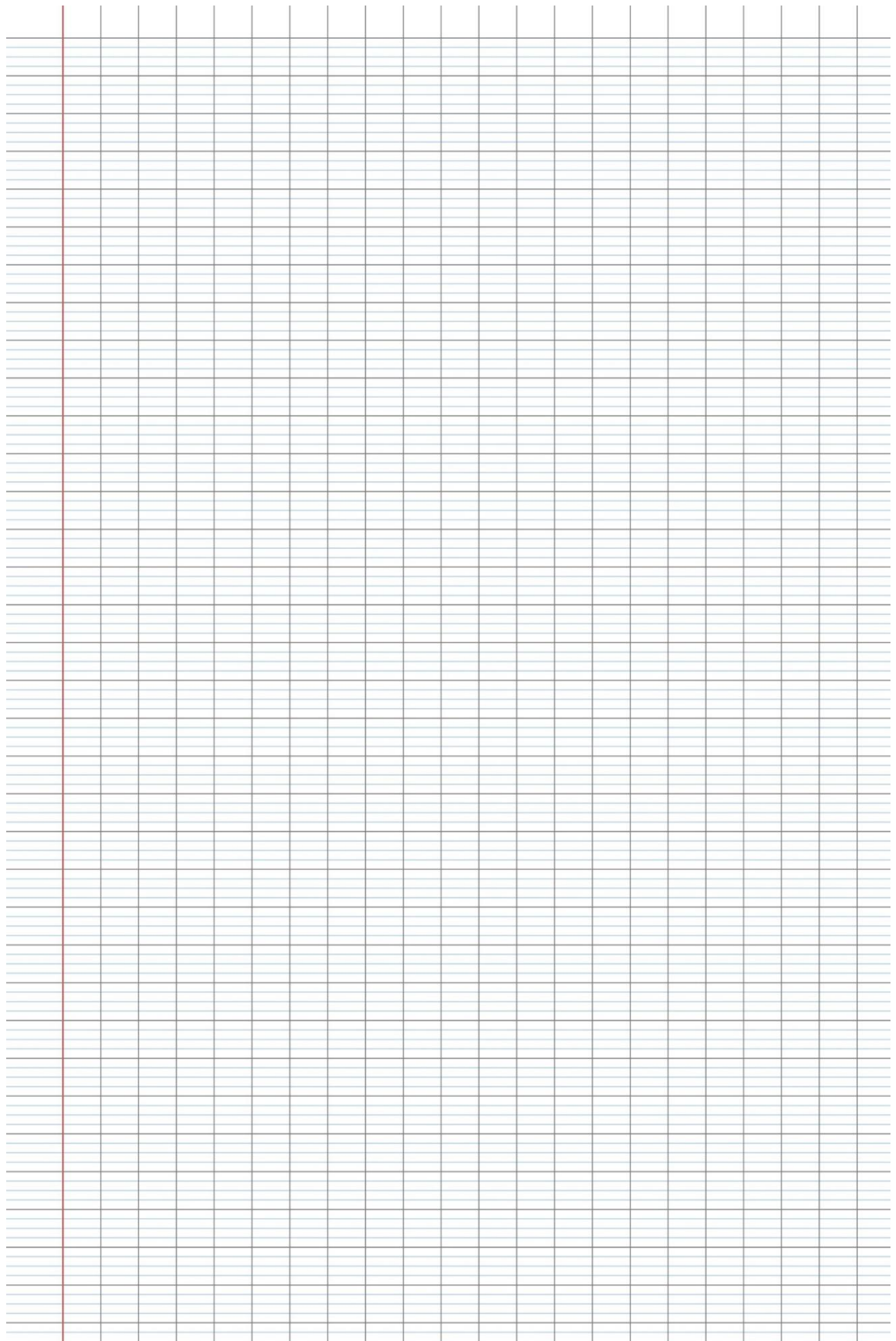
Question 16 : Mesurer graphiquement les valeurs des marges de gain et de phase avec ce premier réglage, et conclure quant au respect du cahier des charges.

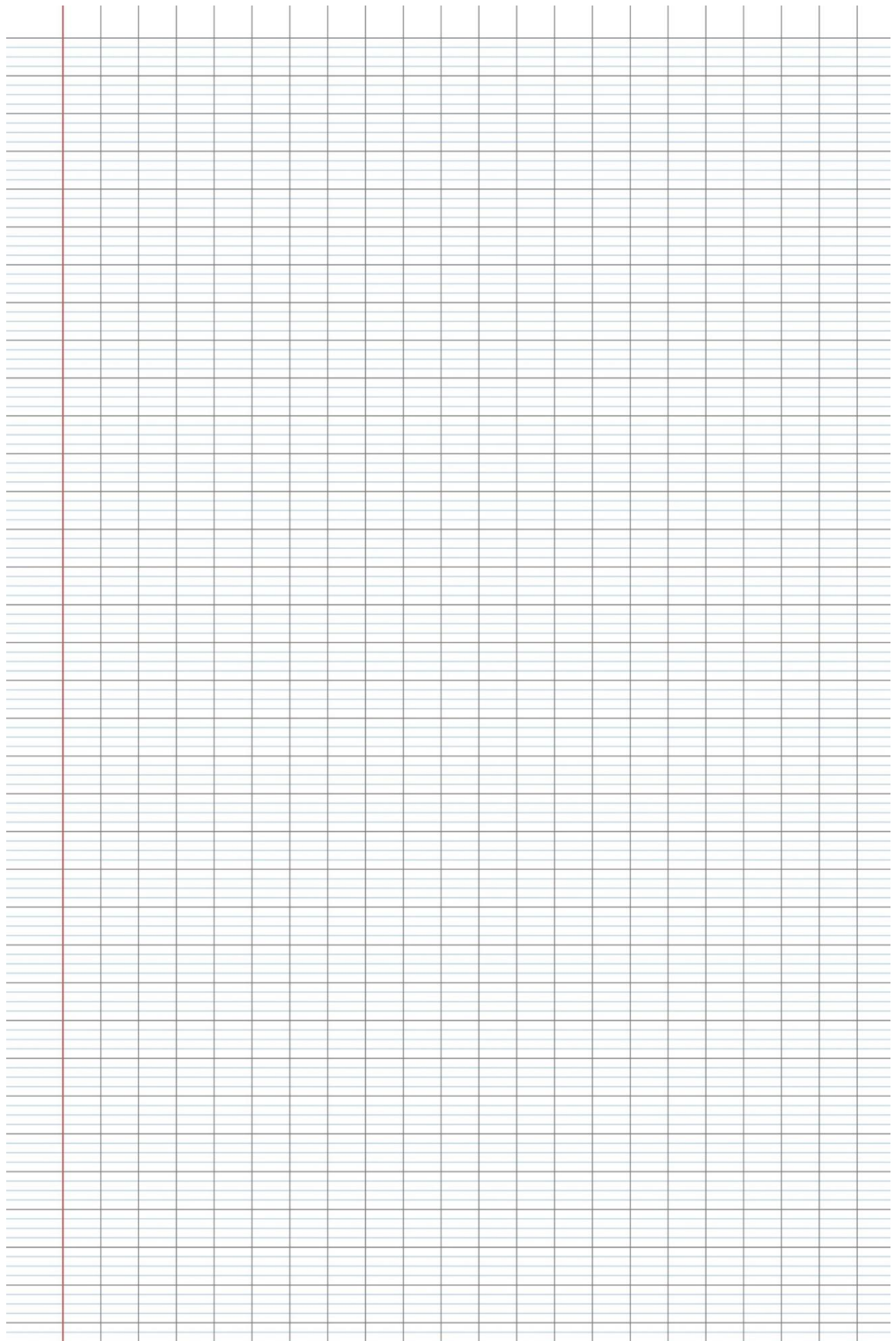






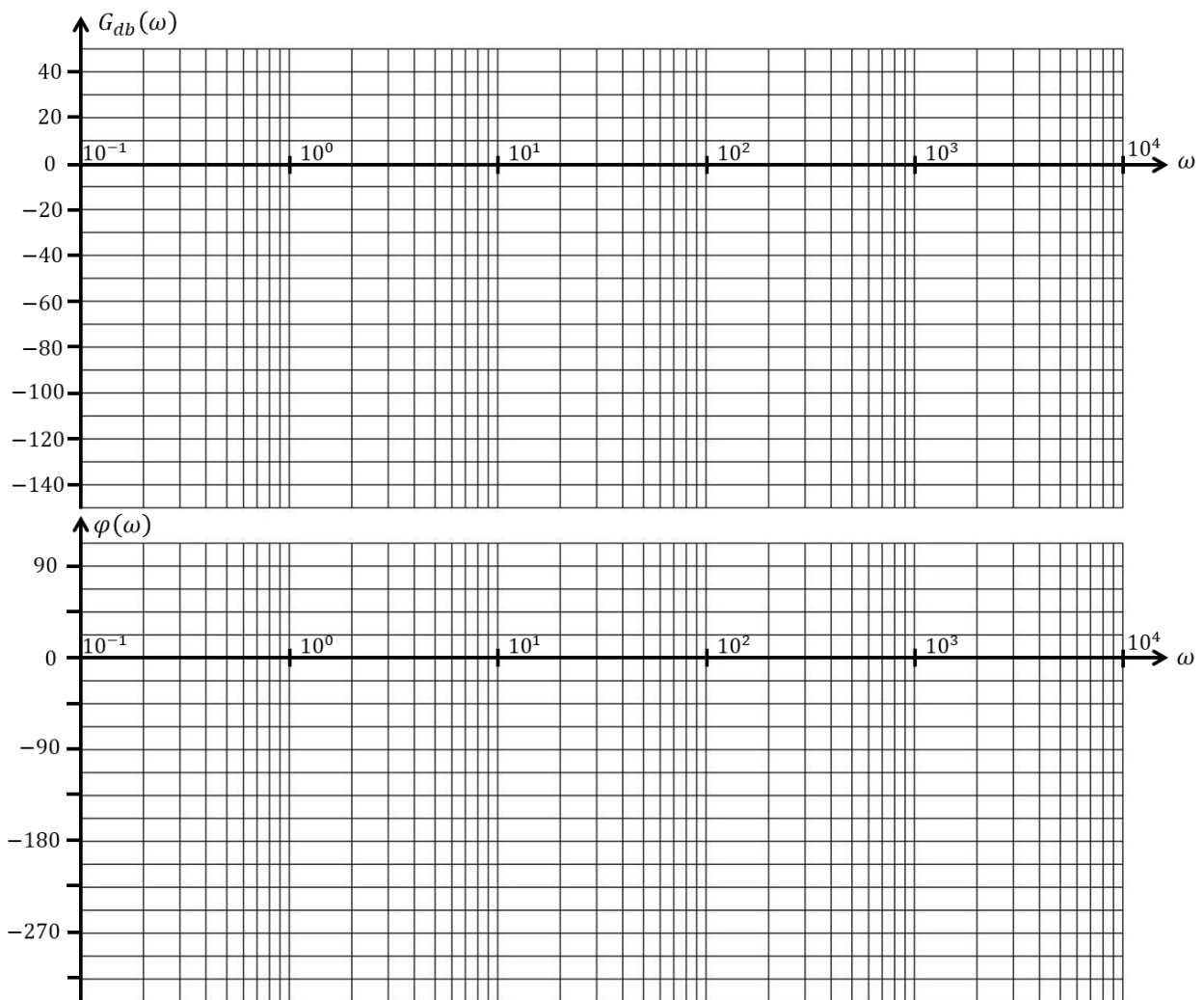






Document réponse

Document réponse 1 :



Document réponse 2 :

