

TRAVAUX DIRIGÉS DE T<sub>2</sub>

## Exercice 1 : Café

Un amateur de café aime boire son café chaud (à 50°C). Malheureusement le sucre qu'il y ajoute risque de le refroidir car il est à la température ambiante 20°C.

Il envisage trois méthodes pour obtenir une température finale de 50°C.

1. Prendre un café à 50°C et faire tomber le sucre de suffisamment haut pour que la température finale du mélange reste égale à 50°C.
2. Prendre un café à 50°C et lancer le sucre avec une vitesse suffisante pour que la température finale du mélange reste égale à 50°C.
3. Prendre un café à une température supérieure, l'addition du sucre l'amenant à 50°C.

La masse d'un sucre est  $m = 5$  g. L'énergie interne massique du sucre est du type  $U_m = U_{m_0} + c_m t$  ( $c_m = 500$  J · K<sup>-1</sup> · kg<sup>-1</sup> et  $t$  température en degré Celsius).

L'énergie interne de la tasse pleine de café sans sucre est du type  $U_{tasse} = U_0 + Ct$  avec  $U_0$  une constante et  $C = 100$  J · K<sup>-1</sup>.

On prendra  $g = 10$  m · s<sup>-2</sup>. La transformation est supposée s'effectuer sans transfert thermique de l'extérieur et la dissolution du sucre est athermique.

1. De quelle hauteur  $h$  doit-il faire tomber le sucre dans le premier cas ?
  2. Quelle vitesse doit-il communiquer au sucre dans le deuxième cas ?
  3. Quelle température initiale doit avoir le café dans le troisième cas ?
  4. Conclure.
1. On étudie l'ensemble café et sucre. Il s'agit de phases condensées. On suppose que la transformation subie est rapide donc adiabatique. D'après le premier principe :

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U = W + Q$$

Or,  $W = 0$  et  $Q = 0$ . De plus, l'ensemble est immobile dans l'état initial et dans l'état final donc  $\Delta E_c = 0$ . Ainsi,  $\Delta E_p + \Delta U = 0$  avec  $\Delta E_p = -mgh$  et  $\Delta U = m\Delta U_m + \Delta U_{\text{sucre}} = mC_m\Delta t$ . Ainsi :

$$h = \frac{C_m\Delta t}{g} = 1500 \text{ m}$$

2. On étudie l'ensemble café et sucre. Il s'agit de phases condensées. On suppose que la transformation subie est rapide donc adiabatique. D'après le premier principe :

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U = W + Q$$

Or,  $W = 0$  et  $Q = 0$ . De plus, on néglige la variation d'altitude du sucre entre l'état initial et l'état final donc  $\Delta E_p = 0$ . Ainsi,  $\Delta E_c + \Delta U = 0$  avec  $\Delta E_c = -\frac{1}{2}mv^2$  et  $\Delta U = m\Delta U_m + \Delta U_{\text{sucre}} = mC_m\Delta t$ . Ainsi :

$$v = \sqrt{2C_m\Delta t} = 173 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3. On étudie l'ensemble café et sucre. Le café est initialement à la température  $t_1$  inconnue, et le sucre à la température  $t_2 = 20^\circ$  C. Il s'agit de phases condensées. On suppose que la transformation subie est rapide donc adiabatique. D'après le premier principe :

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U = W + Q$$

Or,  $W = 0$  et  $Q = 0$ . De plus, on néglige la variation d'altitude du sucre entre l'état initial et l'état final donc  $\Delta E_p = 0$ . L'ensemble est immobile dans l'état initial et dans l'état final donc  $\Delta E_c = 0$ . Ainsi,  $\Delta U = 0$   $\Delta U = m\Delta U_m + \Delta U_{\text{sucre}} = mC_m(t_f - t_2) + C(t_f - t_1) = 0$ . Ainsi :

$$t_1 = t_f + \frac{mC_m}{C}(t_f - t_2) = 50,75^\circ \text{ C}$$

### Exercice 2 : Compressions d'un GP

Un gaz parfait est enfermé dans un cylindre de volume  $V_1 = 5 \text{ L}$  à l'intérieur duquel peut coulisser (sans frottement) un piston de masse négligeable.

À l'extérieur du piston, la température est  $T_{\text{ext}} = 293 \text{ K}$ , la pression est  $P_{\text{ext}} = 1 \text{ atm}$ .

La paroi du cylindre étant parfaitement diatherme (diathermane), à l'équilibre la température du gaz est toujours  $T_{\text{ext}} = 293 \text{ K}$ . Au départ, la pression du gaz est  $p = P_1 = P_{\text{ext}}$ .

1. En appuyant sur le piston, on augmente très lentement la pression jusqu'à  $P_2 = 10 \text{ atm}$ .  
Calculer  $T_2$ ,  $V_2$ ,  $\Delta U$  et  $Q$ .
2. On passe maintenant instantanément de  $P_1$  à  $P_2$  puis on attend l'équilibre qui interviendra forcément après quelques oscillations du piston si on considère la viscosité du gaz.  
Calculer  $T'_2$ ,  $V'_2$ ,  $\Delta'U$  et  $Q'$ .

On rappelle :  $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Dans les deux cas, on fait passer le système fermé { Gaz parfait } de l'état initial  $P_1 = P_{\text{ext}}$ ,  $V_1$ ,  $T_1 = T_{\text{ext}}$  à l'état final  $P_2 = 10P_{\text{ext}}$ ,  $V_2$ ,  $T_2 = T_{\text{ext}}$ .

1. Si on suppose la transformation suffisamment lente et les parois diathermes, le système évolue de façon quasistatique, c'est à dire en passant par une succession d'états d'équilibre infiniment proche. On a en particulier  $T = T_{\text{ext}}$  à tout instant : la transformation est isotherme.

On en déduit  $T_2 = T_1 = T_{\text{ext}} = 293 \text{ K}$  (soit  $20^\circ\text{C}$ ).

D'après l'équation d'état,  $pV = nRT \Rightarrow pV = Cte \Rightarrow V_2 = \frac{p_1}{p_2} V_1 = \frac{V_1}{10} = 0,5 \text{ L}$ .

Le gaz état parfait, son énergie interne ne dépend que de sa température (première loi de Joule) et  $\Delta U = C_V(T_2 - T_1) = 0$ . Par application du premier principe (usuel), on a  $\Delta U = W + Q \Rightarrow Q = -W$  avec  $\delta W = -p_e \cdot dV = -p \cdot dV$  car la transformation est quasistatique. Attention, ici  $p_e$  la pression extérieure appliquée au système varie de  $p_{\text{ext}} = 1 \text{ atm}$  à  $10P_{\text{ext}} = 10 \text{ atm}$ .

On calcule alors

$$W = - \int p dV = -nR \int \frac{T}{V} \cdot dV = -nRT_{\text{ext}} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -nRT_{\text{ext}} \ln \frac{V_2}{V_1} = P_{\text{ext}} V_1 \ln 10 > 0$$

Finalement,  $Q = -W \simeq -1,17 \text{ kJ} < 0$

2. Si on passe instantanément de  $P_1$  à  $P_2$ , la transformation n'est plus quasistatique. Par contre, on a toujours  $T_{\text{ext}} = Cte$  donc la transformation est monotherme.

De même, on peut considérer que dès le début de la compression,  $p_e = 10P_{\text{ext}} = P_2$  et ce jusqu'à l'état final donc la transformation est également monobare.

À la fin de la transformation, l'équilibre thermique est à nouveau atteint, on a donc à nouveau  $T'_2 = T_{\text{ext}} = 293 \text{ K}$  et  $V'_2 = \frac{p_1}{p_2} V_1 = 0,5 \text{ L}$  (mêmes paramètres d'état que dans le 1.).

Comme  $U$  est une fonction d'état, sa variation ne dépend que de l'état initial et final du système et on retrouve  $\Delta U = C_V(T'_2 - T_1) = 0$ .

Par contre  $W$  et  $Q$  sont des grandeurs d'échange et ici

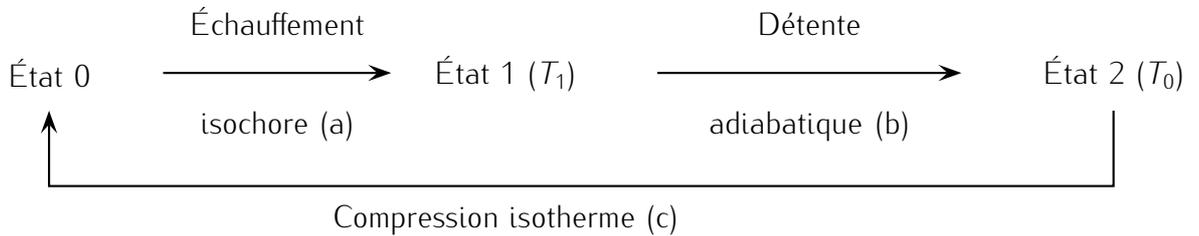
$$W' = - \int p_e \cdot dV = -p_{\text{ext}} \int_{V_1}^{V_2} dV = -p_{\text{ext}}(V_2 - V_1) \Rightarrow Q = -p_{\text{ext}}(V_1 - V_2) = -\frac{9}{10} P_{\text{ext}} V_1 \simeq -4,56 \text{ kJ}.$$

différents des résultats obtenus en 1.

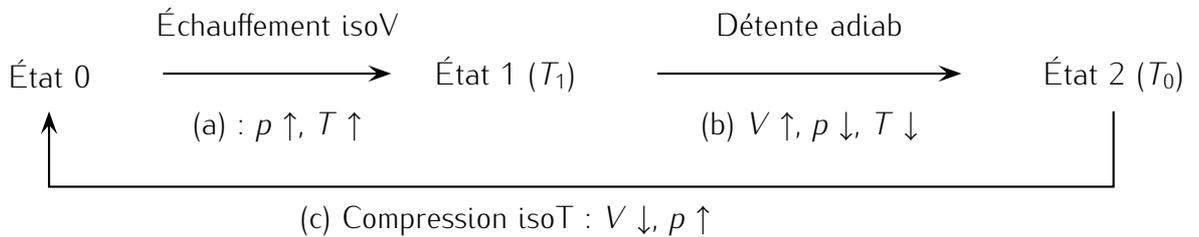
**Exercice 3 : Cycle d'un GPM**

Un réservoir contient un volume  $V_0$  d'un gaz parfait monoatomique à une température  $T_0$  et une pression  $p_0$ .

On réalise la suite des transformations quasi statiques suivante :



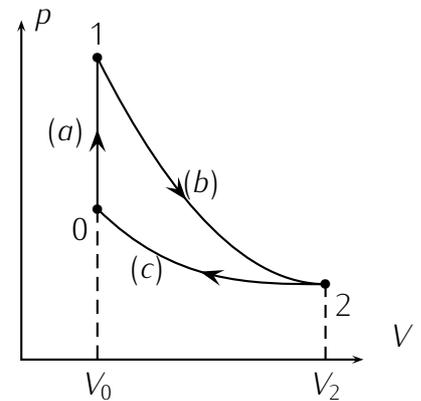
1. Représenter le cycle réalisé dans le diagramme de Watt  $p(V)$ .
2. Préciser pour chaque transformation (a), (b), (c) le travail échangé, le transfert thermique et la variation d'énergie interne du gaz parfait en fonction des seules données  $p_0$ ,  $V_0$ ,  $T_0$  et  $T_1$ .



1. On travaille sur le système thermodynamique : { gaz parfait monoatomique (GPM)}.

On peut résumer la suite de transformations subies par le GPM sous la forme suivante :

- Transformation (a) ,  $0 \rightarrow 1$  :  $V = Cte \Rightarrow \frac{T}{p} = Cte$  et  $T$  augmente donc  $p$  croît : verticale ascendante.
- Transformation (b) ,  $1 \rightarrow 2$  : détente adiabatique réversible d'un GP d'où  $pV^\gamma = Cte$ ,  $p$  diminue donc fortement et  $V$  augmente et  $T$  diminue.
- Transformation (c) ,  $2 \rightarrow 1$  : compression isotherme d'un GP d'où  $pV = Cte$ ,  $p$  augmente quand  $V$  diminue, allure hyperbolique.



2. Étude énergétique :

- Transformation (a) isochore  $V = Cte \Rightarrow \delta W = -p_e dV = 0$  d'où  $W_a = 0$  et  $\Delta U_a = W_a + Q_a = Q_a = C_V(T_1 - T_0)$  avec  $C_V = \frac{3}{2}nR$  et en utilisant l'équation d'état en 0,  $p_0V_0 = nRT_0 \Rightarrow nR = \frac{p_0V_0}{T_0}$  d'où finalement

$$Q_a = \Delta U_a = \frac{3p_0V_0(T_1 - T_0)}{2T_0} = \frac{3}{2}p_0V_0 \left( \frac{T_1}{T_0} - 1 \right)$$

- Transformation (b) adiabatique d'où  $Q_b = 0$  et

$$W_b = \Delta U_b = C_V(T_0 - T_1) = -\Delta U_a = -\frac{3}{2}p_0V_0 \left( \frac{T_1}{T_0} - 1 \right)$$

- Transformation (c) isotherme d'un GP d'où  $U = Cte \Rightarrow \Delta U_c = 0$  et  $Q_c = -W_c$  avec

$$\delta W = -p_e.dV = -p.dV = -nRT_0 \frac{dV}{V} = -p_0 V_0 \frac{dV}{V} \Rightarrow W_c = -p_0 V_0 \ln \frac{V_0}{V_2}$$

Pour exprimer ce résultat en fonction des températures  $T_0$  et  $T_1$ , on utilise une des relations de Laplace (valables lors de (c)) :  $pV^\gamma = Cte$  et  $pV = Cte \Rightarrow TV^{\gamma-1} = Cte$  d'où ici entre 1. et 2. ( $T_2 = T_0$ ,  $V_1 = V_0$ ),

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 V_0^{\gamma-1} = T_0 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \ln \left( \frac{V_0}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \ln \frac{T_0}{T_1} \Rightarrow \ln \frac{V_0}{V_2} = \frac{1}{\gamma-1} \ln \frac{T_0}{T_1}$$

avec  $\gamma = \frac{5}{3}$  (gaz parfait monoatomique).

$$\Rightarrow Q_c = -W_c = p_0 V_0 \ln \frac{V_0}{V_2} = \frac{p_0 V_0}{\gamma-1} \ln \frac{T_0}{T_1} = \frac{3p_0 V_0}{2} \ln \frac{T_0}{T_1} < 0$$

#### Exercice 4 : Calorimétrie

Un calorimètre contient une masse  $m_1 = 95$  g d'eau à  $20^\circ\text{C}$ , on ajoute  $m_2 = 71$  g d'eau à  $50^\circ\text{C}$ . On travaille à pression constante.

1. Quelle serait la température finale  $T_f$  si on négligeait la capacité thermique du calorimètre ?
2. La température d'équilibre observée est de  $31,3^\circ\text{C}$ . En déduire la valeur de la capacité thermique  $C$  du calorimètre.
3. Le même calorimètre contient maintenant  $100$  g d'eau à  $15^\circ\text{C}$ . On y plonge un échantillon métallique de  $25$  g à la température de  $95^\circ\text{C}$ . La température d'équilibre étant  $16,7^\circ\text{C}$ , calculer la capacité thermique massique du métal.

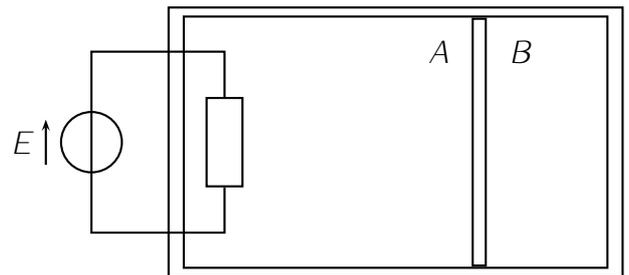
Donnée : Capacité thermique massique de l'eau :  $c_o = 4,18$  J.g<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>.

$$1. \Delta H = \sum m_i c_i \Delta_i T = 0 \iff T_f = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 305,8 \text{ K soit } 32,2^\circ\text{C}. \quad 2. C = \frac{c_o m_2 (T_2 - T_f)}{T_f - T_1} - m_1 c_o \simeq 94 \text{ J.K}^{-1}. \quad 3. c = \frac{(C + m_1 c_o)(T_1 - T_f)}{m_2 (T_f - T_2)} \simeq 0,44 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}.$$

#### Exercice 5 : Transformations couplées

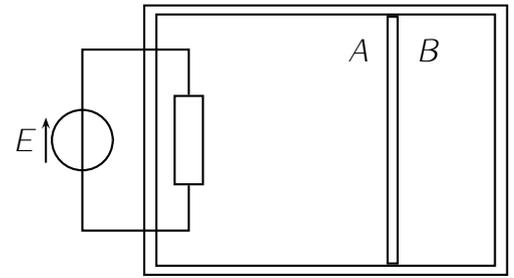
On considère un cylindre rigide aux parois adiabatiques séparé en deux compartiments  $A$  et  $B$  par un piston adiabatique mobile sans frottement. Ces deux compartiments contiennent le même gaz parfait dont on connaît l'exposant adiabatique  $\gamma$  supposé constant. Un conducteur ohmique de résistance  $R$  et de capacité thermique négligeable est placé dans  $A$ .

L'état initial correspond à  $V_{A0} = V_{B0} = V_0$ ,  $p_{A0} = p_{B0} = p_0$ ,  $T_{A0} = T_{B0} = T_0$ . On fait passer un courant  $I$  dans  $R$  sous une tension  $E$  pendant un temps  $\tau$ . Le gaz  $A$  passe alors lentement de  $V_{A0}$  à  $V_A = 2V_B$ .



1. Caractériser les transformations qui affectent les gaz  $A$ ,  $B$ ,  $\{A + B\}$  puis les systèmes  $\{R + A\}$  et  $\{A + B + R\}$ .
2. Quels sont les paramètres d'état ( $T_A$ ,  $p_A$ ,  $V_A$ ,  $T_B$ ,  $p_B$  et  $V_B$ ) des gaz dans l'état final.
3. Quels sont les échanges d'énergie (travail et transfert thermique) entre  $A$  et  $B$  ?
4. Quels sont les échanges d'énergie entre le résistor et  $A$  ?

1.  $A$  subit un chauffage irréversible,  $B$  subit une compression adiabatique réversible,  $\{A + B\}$  subit une transformation isochore irréversible,  $\{R + A\}$  subit une transformation adiabatique irréversible et  $\{A + B + R\}$  subit une transformation adiabatique isochore irréversible.
2. Comme l'enceinte contenant l'ensemble du dispositif est indéformable,  $V_A + V_B = Cte = 2V_0$  et à l'état final  $V_A = 2V_B \Rightarrow 2V_B + V_B = 2V_0 \Rightarrow V_B = \frac{2}{3}V_0$ .



$B$  est un gaz parfait qui subit une transformation adiabatique réversible, on peut utiliser les relations de Laplace  $pV^\gamma = Cte$  entre l'état initial et l'état final d'où la première équation :

$$p_{B0}V_{B0}^\gamma = p_B V_B^\gamma \Rightarrow p_B \cdot V_B^\gamma = p_0 V_0^\gamma \Rightarrow p_B = p_0 \left(\frac{3}{2}\right)^\gamma > p_0$$

L'équation d'état permet ensuite de déterminer

$$nR = \frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \Rightarrow T_B = T_0 \frac{p_B V_B}{p_0 V_0} = T_0 \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^\gamma = T_0 \left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma-1} > T_0$$

À l'équilibre final,  $p_A = p_B = p_0 \left(\frac{3}{2}\right)^\gamma$  (équilibre de la paroi mobile) et  $V_A = 2V_0 - V_B = \frac{4}{3}V_0$  d'où

$$nR = \frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \Rightarrow T_A = T_0 \frac{p_A V_A}{p_0 V_0} = T_0 p_0 \frac{4}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^\gamma = 2T_0 \left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma-1} = 2T_B$$

3.  $B$  ne reçoit aucun transfert thermique de  $A$  mais le travail

$$W_B = \Delta U_B = C_V(T_B - T_0) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_B - T_0) = \frac{p_0 V_0}{\gamma - 1} \left[ \left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma-1} - 1 \right]$$

4. Le gaz  $A$  reçoit un transfert thermique  $Q_A$  de la part du résistor tel que  $\Delta U_A = Q_A + W_A$  où  $W_A$  est le travail des forces de pression exercées sur  $A$  :  $\delta W_A = -p_A \cdot dV_A = -p_B \cdot dV_A = +p_B \cdot dV_B$  car  $V_A + V_B = Cte \Rightarrow dV_A = -dV_B$  d'où  $W_A = -W_B$  et on en déduit

$$Q_A = \Delta U_A - W_A = C_V(T_A - T_0) + W_B = C_V(T_A - T_0) + C_V(T_B - T_0) = \frac{nR}{\gamma-1}(T_A + T_B - 2T_0)$$

$$\Rightarrow Q_A = \frac{nR}{\gamma-1} T_0 \left[ 3 \left(\frac{3}{2}\right)^{\gamma-1} - 2 \right]$$

### Exercice 6 : Chauffage d'un local

Un local est chauffé à l'aide d'un radiateur électrique d'une puissance  $\mathcal{P}_{\text{rad}} > 0$ .

La pression atmosphérique est constante et la température extérieure est  $T_{\text{ext}}$  K (12°C).

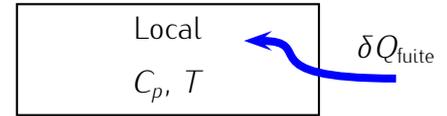
Le local a une capacité thermique  $C_p$  indépendante de la température.

Il existe des fuites thermiques. La puissance dissipée dans ces fuites est proportionnelle à l'écart entre la température  $T$  de la pièce et la température extérieure :  $\mathcal{P}_{\text{fuite}} = \frac{\delta Q_{\text{fuite}}}{dt} = \frac{T - T_{\text{ext}}}{R_{\text{th}}}$  où  $R_{\text{th}}$  est la résistance thermique des parois.

1. Établir l'équation différentielle à laquelle satisfait la fonction  $T(t)$  quand le chauffage du local n'est pas actif. Donner la solution littérale de cette équation pour une température initiale  $T_1 > T_{\text{ext}}$ . Quelle est, sans chauffage, la valeur limite de la température de la pièce ?
2. Montrer que la température de la pièce tend vers une limite  $T_{\text{lim}}$  quand le chauffage est en fonctionnement permanent.

3. Établir l'équation différentielle à laquelle satisfait la fonction  $T(t)$  quand le chauffage du local est actif. Donner la solution littérale de cette équation pour une température initiale  $T_0 > T_{\text{ext}}$ .
4. Représenter graphiquement l'allure des variations de température au cours d'un cycle de chauffage si le radiateur se déclenche dès que  $T \leq T_0$  avec  $T(t)$  décroissante et s'arrête dès que  $T \geq T_1$  avec  $T(t)$  croissante.

1. Représentons le système { local } de capacité thermique  $C_p$  constante et à la température  $T$ . Pendant une durée  $dt$ , la présence des fuites thermiques entraîne un transfert thermique  $\delta Q_{\text{fuite}}$  négatif si  $T > T_{\text{ext}}$  et négatif si  $T < T_{\text{ext}}$  (convention thermodynamique).



On en déduit avec les notations de l'énoncé

$$\delta Q_{\text{fuite}} = -P_{\text{fuite}} \cdot dt = \frac{T_{\text{ext}} - T}{R_{\text{th}}} \cdot dt$$

Comme l'opération se déroule à pression constante, on peut écrire

$$dH = C_p dT = \delta Q = \delta Q_{\text{fuite}} = \frac{T_{\text{ext}} - T}{R_{\text{th}}} \cdot dt \Rightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{T}{R_{\text{th}} C_p} = \frac{T_{\text{ext}}}{R_{\text{th}} C_p} \Rightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_{\text{ext}}}{\tau}$$

En posant  $\tau = R_{\text{th}} C_p$  pour se ramener à la forme canonique.

La solution de cette équation est de la forme  $sol = sol_H + sol_P \Rightarrow T = A \cdot \exp(-\frac{t}{\tau}) + T_{\text{ext}}$  et à l'instant initial,  $T = T_1 > T_{\text{ext}}$  (condition initiale) d'où  $T_1 = A + T_{\text{ext}} \Rightarrow T = (T_1 - T_{\text{ext}}) \exp(-\frac{t}{\tau}) + T_{\text{ext}}$ .

Au bout de quelques  $\tau$ , le régime transitoire sera terminé et  $T$  correspondra à la solution particulière de l'équation différentielle :  $T = T_{\text{ext}}$ .

2. Quand le chauffage du local est actif, les radiateurs apportent un transfert thermique

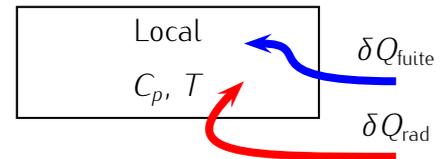
$$\delta Q_{\text{rad}} = P_{\text{rad}} dt > 0 \text{ pendant la durée } dt.$$

On a donc maintenant

$$dH = C_p dT = \delta Q = \delta Q_{\text{fuite}} + \delta Q_{\text{rad}} = (P_{\text{rad}} - P_{\text{fuite}}) \cdot dt$$

d'où

$$C_p \frac{dT}{dt} = (P_{\text{rad}} - P_{\text{fuite}})$$



et en régime permanent,  $T = T_{\text{lim}}$  constante

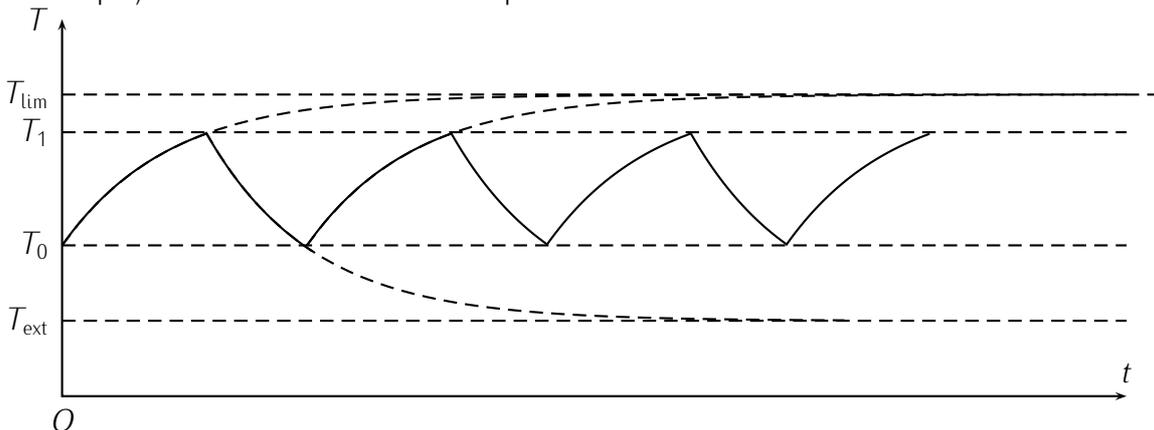
$$\Rightarrow \frac{dT}{dt} = 0 \Rightarrow P_{\text{rad}} = P_{\text{fuite}} = \frac{T_{\text{lim}} - T_{\text{ext}}}{R_{\text{th}}} \Rightarrow T_{\text{lim}} = T_{\text{ext}} + R_{\text{th}} P_{\text{rad}}$$

3. Hors régime permanent,

$$C_p \frac{dT}{dt} = (P_{\text{rad}} - P_{\text{fuite}}) \Rightarrow \frac{dT}{dt} = \frac{P_{\text{rad}}}{C_p} - \frac{T - T_{\text{ext}}}{R_{\text{th}} C_p} \Rightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{P_{\text{rad}}}{C_p} + \frac{T_{\text{ext}}}{R_{\text{th}} C_p} = \frac{T_{\text{lim}}}{\tau}$$

La solution de cette équation est de la forme  $T = T_{\text{lim}} + B \cdot \exp(-\frac{t}{\tau})$  et en utilisant la condition initiale  $T = T_0$  à  $t = 0$ , on en déduit comme dans 1.,  $T = (T_0 - T_{\text{lim}}) \exp(-\frac{t}{\tau}) + T_{\text{lim}}$ .

4. On va assister à l'équivalent d'une suite de charges et décharges de condensateur (analogie électrique) avec une constante de temps  $\tau$ .



**Exercice 7 : Anémomètre**

*D'après CCINP PC 2022*

Lorsqu'on veut mesurer la vitesse de l'air à l'intérieur des habitations, par exemple pour contrôler le bon fonctionnement d'un système de ventilation, on utilise préférentiellement un anémomètre à fil chaud. Son principe est le suivant : un fil électrique parcouru par un courant s'échauffe par effet Joule, tandis qu'il est refroidi par l'air circulant autour du fil. Plus l'air a une vitesse élevée, plus l'effet de refroidissement est important.

L'anémomètre à fil chaud est un fil électrique, de diamètre  $d = 1 \mu\text{m}$  et de longueur  $\ell = 1 \text{mm}$ , est parcouru par un courant continu d'intensité  $I$ . Sa résistance  $R_f$  dépend de la température  $T_f$  du fil, supposée uniforme dans tout le fil :  $R_f = R(T_f) = R_0(1 + \gamma(T_f - T_0))$ , où  $T_0$  est la température de l'air loin du fil,  $R_0$  la résistance du fil à  $T_0$ , et  $\gamma = 5 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$  une constante caractéristique du matériau dont est constitué le fil.

L'air s'écoule à la vitesse  $U$  perpendiculairement au fil. Sur l'ensemble des modes de transfert thermique possibles entre le fil et son environnement, c'est la convection forcée par l'écoulement de l'air qui est le mode prédominant. Ainsi, le transfert thermique cédé par le fil à son environnement pendant la durée  $dt$  est donné par la loi de Newton :

$$\delta Q_{\text{cédé}} = h(T_f - T_0) S_{\text{lat}} dt$$

avec  $S_{\text{lat}}$  la surface latérale du fil en contact avec l'air et  $h$  le coefficient de transfert thermique de surface. On traduit l'efficacité de la convection forcée avec la vitesse  $U$  de l'écoulement par la relation :

$$h = a_0 + b_0 \sqrt{U}$$

où  $a_0$  et  $b_0$  sont deux constantes.

1. Le fil est en platine, de résistivité  $\rho_{\text{Pt}} = 1,11 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$  à  $T_0 = 300 \text{K}$ . Calculer  $R_0$ .
2. On se place en régime permanent : le fil est à la température  $T_f$  constante. En appliquant le premier principe de la thermodynamique sur le fil, établir la loi de King :

$$\frac{R_f I^2}{R_f - R_0} = K (a_0 + b_0 \sqrt{U})$$

dans laquelle  $K$  est à exprimer en fonction de  $\gamma$ ,  $\ell$ ,  $d$  et  $R_0$ .

3. L'anémomètre à fil chaud est utilisé en maintenant la température  $T_f$  constante. Pour permettre cela, un système de rétroaction adapte l'intensité dans le fil en fonction des variations de vitesse de l'écoulement. Comment doit varier l'intensité lorsque la vitesse de l'écoulement augmente ? Justifier brièvement.
4. On mesure la tension  $E_f$  aux bornes du fil (en convention récepteur). Établir la relation entre  $E_f$  et  $U$ , en fonction de  $R_f$ ,  $R_0$ ,  $K$ ,  $a_0$  et  $b_0$ .
  1.  $R_0 = \frac{\rho_{\text{Pt}} \ell}{\pi d^2 / 4} = 140 \Omega$
  2. On applique le 1er principe de la thermodynamique entre deux instants très proches,  $dU = \delta Q + \delta W$ . Or en régime stationnaire  $dU = 0$ . De plus,  $\delta W = R_f I^2 dt$  et  $\delta Q = -\delta Q_{\text{cédé}}$ . On trouve la relation demandée avec  $K = \frac{\pi d \ell}{\gamma R_0}$ .
  3. D'après la relation précédente, si la vitesse de l'écoulement  $U$  augmente, il faut augmenter  $I$ . Ceci se comprend qualitativement : si la vitesse de l'écoulement augmente, le fil se refroidit plus vite, il faut donc augmenter l'effet Joule pour compenser.
  4. En convention récepteur  $E_f = R_f I$ , on isole  $I$  de la relation trouvée plus haut et on remplace :

$$E_f = \sqrt{R_f (R_f - R_0) K (a_0 + b_0 \sqrt{U})}$$