Corrigé du DS07

Partie I

Premiers pas dans la théorie cinétique des gaz

1. De la relation donnée on tire

$$\boxed{v^* = \sqrt{\frac{3}{m}k_B T} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}} \qquad \text{A.N.} \qquad \boxed{v^* = \sqrt{\frac{3 \times 8{,}314 \times 300}{0{,}03995}} = 433 \text{ m/s}}$$

2. En partant de l'équation d'état du gaz parfait :

$$PV = nRT = \frac{NRT}{N_A} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \boxed{n_V = \frac{N}{V} = \frac{PN_A}{RT}}$$

3. Lorsque la densité volumique n_V du gaz augmente, il y a plus d'atomes de gaz dans un même volume. Il y a donc une probabilité bien plus grande d'entrer en collision puisqu'une plus grande partie du volume est occupée par de la matière. Par conséquent le libre parcours moyen va **diminuer**, un atome parcourra en moyenne une distance plus courte entre deux chocs.

   Lorsque la taille des atomes augmente, il y a également une plus grande partie du volume qui est occupée par de la matière : un même nombre d'atomes occupera un volume propre plus grand. Par conséquent le libre parcours moyen va **diminuer**, un atome parcourra en moyenne un distance plus courte entre deux chocs.

4. L'atome particulier M^* va entrer en collision avec les atomes 2 et 3 sur son trajet si son trajet reste rectiligne. En effet, les distances entre les centres des atomes M^* et 2 (ou 3) sont inférieurs au diamètre d'un atome, ils vont donc entrer en contact.

5. Pour notre exemple $N^* = 2$, mais on compte également exactement 2 atomes dans le volume (hormis M^*), donc

$$n_V = \frac{2}{\pi R^2 L} = \frac{N^*}{\pi d^2 v^* \Delta t} \qquad \Longrightarrow \qquad \boxed{N^* = n_V \pi d^2 v^* \Delta t}$$

6. Pour que la longueur du cylindre L soit égal au libre parcours moyen ℓ_m , il faut qu'**un seul** atome soit heurté par M^* dans le cylindre. Donc si $N^* = 1$, alors $L = v^* \Delta t = \ell_m$. on en déduit

$$\boxed{\ell_m = \frac{1}{n_V \pi d^2}}$$

7. En utilisant les résultats des questions précédentes :

$$n_V = \frac{PN_A}{RT} \quad \text{donne} \quad \boxed{\ell_m = \frac{RT}{PN_A \pi d^2} = \frac{8{,}314 \times 300}{10^5 \times 6{,}02.10^{23} \times \pi \times (160.10^{-12})^2} = 0{,}515\ \mu\text{m}}$$

8. Le libre parcours moyen est suffisamment petit pour expliquer une diffusion lente puisqu'un atome subit un très grand nombre de collisions par seconde. ce nombre de collisions par seconde se calcule par

$$\boxed{f = \frac{1}{\Delta t} = \frac{v^*}{\ell_m} = \frac{433}{0{,}515.10^{-6}} = 8{,}40.10^8 \text{ s}^{-1}}$$

   Or dans chaque collision le trajectoire est modifiée : elles s'apparente donc à un grand « zigzag » et l'information « odeur » ne pourra pas être transportée en ligne droite à l'autre bout de la pièce mais fera les mêmes « zigzags ». On peut dire également que le libre parcours moyen est très petit au niveau macroscopique ce qui implique un grand nombre de collisions jusqu'à atteindre l'autre bout de la pièce et donc un parcours semé de nombreux « zigzags ».

   D'autre part le libre parcours moyen est suffisamment grand pour préserver le modèle cinétique : il est très grand devant la taille d'un atome, ce qui permet de garder les hypothèses de la théorie cinétique : absence d'interactions (atomes suffisamment loins les uns des autres), chocs élastiques, travail avec des grandeurs moyennées.

Partie II

NASA's Mars Exploration Program : le voyage entre la Terre et Mars

II.1 Vitesse de la Terre et de Mars dans le référentiel héliocentrique

1. On se ramène à une expression connue. Par exemple la force gravitationnelle s'écrit $\mathrm{G}\mathrm{M}m/r^2$, d'où

$$\left[\frac{\mathrm{GM}m}{r^2}\right] = [\mathrm{F}] \qquad \text{soit} \qquad \boxed{[\mathrm{G}] = [\mathrm{F}] \times \frac{\mathrm{L}^2}{\mathrm{M}^2} = \mathrm{M.L.T}^{-2} \times \frac{\mathrm{L}^2}{\mathrm{M}^2} = \mathrm{M}^{-1}.\mathrm{L}^3.\mathrm{T}^{-2}}$$

G s'exprime donc en $\mathrm{kg}^{-1}.\mathrm{m}^3.\mathrm{s}^{-2}$ dans les unités du système international

2. En supposant que le Soleil est le seul à exercer une force sur la masse m, le moment de la force gravitationnelle par rapport au centre O du Soleil est nulle car la force est centrale (donc colinéraire au vecteur position). Ainsi le théorème du moment cinétique appliqué à la masse m soumise uniquement à l'attraction du Soleil stipule que ce dernier reste un vecteur constant au cours du temps car sa dérivée vectorielle est nulle.

3. Le moment cinétique étant vectoriellement constant, sa direction reste fixe au cours du temps et il est à tout moment orthogonal à un même plan Π passant par O. Or par définition $\vec{\mathrm{OM}}$ est orthogonal à $\vec{\mathrm{L}}_\mathrm{O}$, donc appartient au plan Π (qui reste fixe), donc le mouvement est bien plan. On se place en coordonnées polaires dans le plan du mouvement. On a alors par définition

$$\vec{\mathrm{L}}_\mathrm{O} = \vec{\mathrm{OM}} \wedge m\vec{v} = r\,\vec{e}_r \wedge m(\dot{r}\,\vec{e}_r + r\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta) = m\,r^2\,\dot{\theta}\,\vec{e}_z = m\,\mathrm{C}\,\vec{e}_z \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\mathrm{C} = \frac{\mathrm{L}_\mathrm{O}}{m}}$$

C est appelée la constante des aires car elle correspond (à un facteur deux près) à la vitesse aréolaire de la particule : la vitesse de balayage de l'aire par le rayon vecteur reste constante, comme affirmé dans la deuxième loi de Képler.

4. Pour une orbite circulaire de rayon R de centre O, l'accélération s'écrit $\vec{a} = -\mathrm{R}\,\dot{\theta}^2\,\vec{e}_r + \mathrm{R}\ddot{\theta}\,\vec{e}_\theta$. La vitesse s'écrit alors $\vec{\mathrm{V}} = \mathrm{V}\,\vec{e}_\theta = \mathrm{R}\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta$. La projection selon $\vec{e}_r$ de la relation fondamentale de la dynamique appliquée sur m soumise uniquement à la force gravitationnelle donne

$$-m\,\mathrm{R}\,\dot{\theta}^2 = -\frac{\mathrm{GM_S}m}{\mathrm{R}^2} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\mathrm{V} = \sqrt{\frac{\mathrm{GM_S}}{\mathrm{R}}}}$$

Pour la Terre, on obtient

$$\boxed{\mathrm{V_T} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \times 2 \cdot 10^{30}}{150 \cdot 10^9}} \approx \sqrt{\frac{7 \times 2 \cdot 10^{19}}{\frac{3}{2} \times 10^{11}}} = \sqrt{\frac{28}{3} \times 10^8} \approx 3 \cdot 10^4\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} = 30\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}}$$

Pour Mars, on obtient une vitesse plus faible, la planète étant plus éloignée

$$\boxed{\mathrm{V_M} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \times 2 \cdot 10^{30}}{228 \cdot 10^9}} \approx \sqrt{\frac{7 \times 2 \cdot 10^{19}}{\frac{7}{3} \times 10^{11}}} = \sqrt{6 \cdot 10^8} \approx 2{,}5 \cdot 10^4\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} = 25\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}}$$

II.2 Aspect énergétique et troisième loi de Kepler

5. Avec l'expression précédente de la vitesse sur une orbite circulaire, on obtient

$$\boxed{\mathscr{E}_c = \frac{1}{2}\,m\mathrm{V}^2 = \frac{1}{2}\,\frac{\mathrm{GM_S}m}{\mathrm{R}}}$$

L'énergie mécanique vaut donc

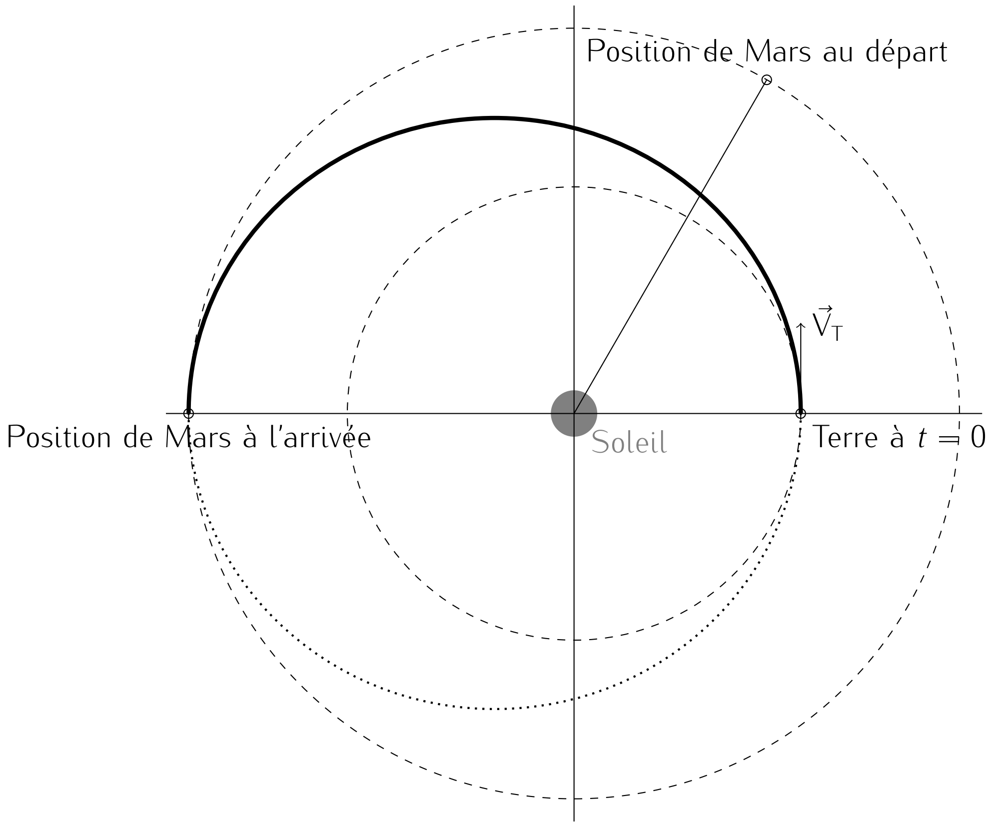
$$\boxed{\mathscr{E}_m = \mathscr{E}_c + \mathscr{E}_p = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{GM_S}m}{\mathrm{R}} - \frac{\mathrm{GM_S}m}{\mathrm{R}} = -\frac{\mathrm{GM_S}m}{2\mathrm{R}}}$$

6. La vitesse étant uniforme sur l'orbite circulaire, elle doit être égale au périmètre que divise la période nécessaire pour le parcourir. Ainsi, on doit avoir

$$\boxed{\mathrm{T} = \frac{2\pi\,\mathrm{R}}{\mathrm{V}} = 2\pi\,\mathrm{R}\sqrt{\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{GM_S}}}}$$

II.3 Voyage aller Terre - Mars, orbite de transfert

7. L'orbite de transfert est une ellipse qui démarre à la Terre et termine de l'autre côté au niveau de Mars.



8. L'ellipse de transfert a pour demi-grand axe a la demi-somme de a_T (périhélie) et a_M (aphélie). On en déduit la valeur $\mathscr{E}_m = -\mathrm{GM_S}m/2a = -\mathrm{GM_S}m/(a_T + a_M)$ de l'énergie mécanique et on en tire l'énergie cinétique

$$\frac{1}{2}m\,{\mathrm{V}'_T}^2 = \mathscr{E}_m - \mathscr{E}_p = -\frac{\mathrm{GM_S}m}{a_T + a_M} + \frac{\mathrm{GM_S}m}{a_T} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\mathrm{V}'_T = \sqrt{\frac{\mathrm{GM_S}}{a_T}\,\frac{2a_M}{a_T + a_M}} = \mathrm{V}_T\sqrt{\frac{2a_M}{a_T + a_M}}}$$

La différence de vitesse à imposer est donc, en remarquant que $\frac{2a_M}{a_T+a_M} = 1 + \frac{a_M-a_T}{a_M+a_T} = 1 + \frac{78}{378} \approx 1 + \frac{1}{5}$

$$\boxed{\Delta\mathrm{V}'_T = \mathrm{V}'_T - \mathrm{V}_T = \mathrm{V}_T\left(\sqrt{\frac{2a_M}{a_T + a_M}} - 1\right) \approx 30\cdot 10^3 \times \left(1 + \frac{1}{10} - 1\right) = 3\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}}$$

où l'on a utilisé que $\sqrt{1+\varepsilon} \approx 1 + \frac{1}{2}\varepsilon$

9. On ne peut **pas** utiliser la vitesse calculée précédemment pour estimer le temps de parcours car celle-ci n'est pas constante le long de l'orbite. En revanche, on a tout à fait le droit d'utiliser la forme générale de la loi de Képler redémontrée plus haut puisqu'on connaît le demi-grand axe $a = \frac{a_T+a_M}{2}$ de l'orbite et le temps de parcours correspond exactement à la demi-période par symétrie du trajet périhélie-aphélie. On a donc, en utilisant la formule de la question 6 en remplaçant R par a,

$$\boxed{\Delta t = \pi \frac{a_T + a_M}{2}\sqrt{\frac{a_T + a_M}{2 G M_S}}}$$

Avec quelques approximations bien senties, l'application numérique donne

$$\Delta t \approx 3 \times \frac{378 \cdot 10^9}{2} \times \sqrt{\frac{378 \cdot 10^9}{2 \times 6{,}67 \cdot 10^{-11} \times 2 \cdot 10^{30}}}$$

$$\approx 3 \times 200 \cdot 10^9 \times \sqrt{\frac{400 \cdot 10^{20}}{4 \times 7 \cdot 10^{30}}}$$

$$\boxed{\Delta t \approx 3 \times 200 \cdot 10^9 \times \frac{1}{3 \cdot 10^4} = 2 \cdot 10^7\ \mathrm{s}}$$

Comme une année correspond à environ $3 \cdot 10^7$ s, on y passe les 2/3 d'une année, soit environ 8 mois de voyage.

10. Comme $\theta_T(t = 0)$ vaut 0 par convention, cela revient à trouver $\theta_M(t = 0)$. Sachant que $\theta_M(\Delta t) = \pi$ et que $\theta_M(\Delta t) - \theta_M(0)$ vaut $2\pi\,\Delta t/T_M$, on en déduit

$$\boxed{\alpha_0 = \theta_M(0) = \pi - \frac{2\pi\,\Delta t}{T_M} = \pi\left(1 - \frac{4 \cdot 10^7}{687 \times 86\,400}\right) \approx \pi\left(1 - \frac{4 \cdot 10^7}{7 \cdot 10^2 \times 8 \cdot 10^4}\right) \approx \pi\left(1 - \frac{4}{6}\right) = \frac{\pi}{3}}$$

11. Si un problème survient et que le vaisseau reste sur son orbite de transfert, il sera de retour à l'emplacement de la Terre au bout de $2 \cdot 10^7$ s supplémentaire. Il se sera donc écoulé 4/3 d'année sur Terre et celle-ci se sera déplacée d'un tour 1/3 sur son orbite et ne sera donc pas là pour accueillir le retour du vaisseau puisqu'elle sera plus loin d'un tiers de tour, soit avec une position angulaire de $2\pi/3$ par rapport au point de départ... Impossible donc d'aider les astronautes qui vont devoir repartir pour un tour... Bonjour le sauvetage !

Partie III

Montre à ressort spiral

12. Un moment s'exprime en N.m. Comme le module d'Young revient dimensionnellement à multiplier le moment par L (une longueur) et le diviser par $\ell\, e^3$ (soit une longueur puissance 4). Au final, cela revient à diviser les N.m par des m^3 donc

$$\boxed{\text{Le module d'Young E s'exprime en N.m}^{-2}\text{, soit en pascal (unité de pression).}}$$

13. Dans la couronne, toutes les parties (de masse totale m_0) sont à une distance r_0 de l'axe Δ. Le moment d'inertie associé vaut donc simplement $m_0 {r_0}^2$. Les quatre masselottes apportent quant-à-elle chacune une contribution $m_1 {r_1}^2$ au moment d'inertie total. On a donc

$$\boxed{I_\Delta = m_0 {r_0}^2 + 4 m_1 {r_1}^2 \qquad \text{soit} \qquad \alpha = 1 \quad \text{et} \quad \beta = 4}$$

14. Le théorème du moment cinétique énonce, dans sa version scalaire, que, dans un référentiel $\mathscr{R}$ galiléen, la dérivée du moment cinétique d'un système matériel par rapport à un axe fixe Δ est donnée par la somme des moment des forces exercée sur ce système par rapport à cet axe. Ici, le seul moment non nul après projection sur l'axe est Γ_z puisqu'on néglige les frottements et que l'axe est vertical (donc moment du poids et de la réaction du support sont orthogonaux à $\vec{e_z}$). Ainsi,

$$\boxed{\mathrm{I}_\Delta\,\ddot{\theta} = \Gamma_z = -\frac{1}{12}\,\frac{\mathrm{E}\,\ell\,e^3}{\mathrm{L}}\,\theta}$$

15. On reconnaît une équation d'oscillateur harmonique en la réécrivant sous la forme

$$\ddot{\theta} + \frac{1}{12}\,\frac{\mathrm{E}\,\ell\,e^3}{\mathrm{L}\,\mathrm{I}_\Delta}\,\theta = 0 \qquad \text{de solution} \qquad \boxed{\theta(t) = \theta_{\text{max}}\,\cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{12}\,\frac{\mathrm{E}\,\ell\,e^3}{\mathrm{L}\,\mathrm{I}_\Delta}}}$$

dont la période propre est donnée par

$$\boxed{\mathrm{T}_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{12\,\mathrm{L}\,(m_0{r_0}^2 + 4\,m_1{r_1}^2)}{\mathrm{E}\,\ell\,e^3}}}$$

16. En remplaçant $\mathrm{T}_0 = 1/f_0$, on peut isoler L de l'expression précédente pour obtenir

$$\boxed{\mathrm{L} = \frac{1}{12}\,\frac{\mathrm{E}\,\ell\,e^3}{m_0{r_0}^2 + 4m_1{r_1}^2}\,\left(\frac{1}{2\pi f_0}\right)^2 = 0{,}29\ \mathrm{m}}$$

La valeur peut surprendre de prime abord. Voyons quel est le rayon correspondant du ressort spiral. Celui-ci peut être modélisé par des cercles concentriques de rayons respectifs $r_k = k \times e$. Ainsi, la longueur totale du ressort est donnée par

$$\mathrm{L} = \sum k = 1n2\pi\,r_k = 2\pi\,e\sum k = 1nk = 2\pi\,e\,\frac{n(n+1)}{2} \approx 2\pi\,e\,\frac{n^2}{2} \qquad \text{soit} \qquad n = \sqrt{\frac{\mathrm{L}}{\pi e}} = 43$$

ce qui correspond finalement à un rayon total $r_n = n\,e = 2{,}2$ mm. D'après la figure 4, on devrait avoir de l'ordre de 2 ou 3 mm (à 4 mm, on tape dans les masselottes), cela semble donc raisonnable même s'il faut forcément prévoir un peu de place entre les cercles pour que le ressort puisse osciller.

17. Pour augmenter la période T_0, on peut soit augmenter la valeur de L, soit celle de I_Δ en augmentant r_1, les autres paramètres n'étant pas modifiables. Inversement, pour décroître T_1, on doit soit décroitre L, soit décroître r_1.

18. Si la montre avance de 5 secondes, c'est que sa période d'oscillation est plus courte que la période qu'elle devrait avoir pour être à l'heure de

$$\frac{\delta\mathrm{T}_0}{\mathrm{T}_0} = \frac{5}{86400} = 5{,}8.10^{-5}$$

On doit donc augmenter r_1 de la quantité δr_1 pour que T_0 passe à $\mathrm{T}_0 + \delta\mathrm{T}_0$. Si on prend T_0 comme une fonction uniquement de r_1, alors en faisant un développement limité au premier ordre en δr_1, on a

$$\mathrm{T}_0(r_1) + \delta\mathrm{T}_0 = \mathrm{T}_0(r_1 + \delta r_1) = \mathrm{T}_0(r_1) + \frac{\mathrm{d}\mathrm{T}_0}{\mathrm{d}r_1}(r_1)\,\delta r_1 \approx \mathrm{T}_0(r_1) + \frac{\mathrm{d}\mathrm{T}_0}{\mathrm{d}r_1}(r_1)\,\delta r_1$$

soit

$$\delta\mathrm{T}_0 \approx \frac{\mathrm{d}\mathrm{T}_0}{\mathrm{d}r_1}(r_1)\,\delta r_1$$

Or comme $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{12\,L}{E\,\ell\,e^3}} \times \sqrt{m_0{r_0}^2 + 4m_1{r_1}^2}$, on calcule

$$\frac{dT_1}{dr_1} = 2\pi\sqrt{\frac{12\,L}{E\,\ell\,e^3}} \times \frac{1}{2\sqrt{m_0{r_0}^2 + 4m_1{r_1}^2}} \times 4m_1 \times 2r_1 = T_0 \times \frac{4m_1 r_1}{m_0{r_0}^2 + 4m_1{r_1}^2}$$

Finalement,

$$\boxed{\delta r_1 = \frac{\delta T_0}{\frac{dT_0}{dr_1}} = \frac{\delta T_0}{T_0} \times \frac{m_0{r_0}^2 + 4m_1{r_1}^2}{4m_1 r_1} = 0{,}68\ \mu\text{m}}$$

Il faut donc augmenter r_1 d'une fraction de micromètre pour corriger cette avance.

19. En pratique, il est très difficile d'être précis à ce point sur la position des masses, il sera donc plus simple de modifier la longueur L du ressort (on peut régler le point de fixation d'un côté du ressort en laissant dépasser un peu de marge pour les réglages en question). Ici, il faudrait un allongement relatif $\delta L/L$ correspondant à $2\delta T_0/T_0$, soit

$$\boxed{\delta L = 2\,\frac{\delta T_0}{T_0}\,L = 33\ \mu\text{m}}$$

ce qui est plus facile à mesurer.

Partie IV

Étude d'un gaz parfait

IV.1 Quelques propriétés d'un gaz parfait

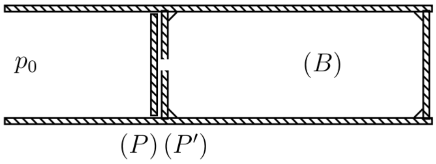
1. $\boxed{pV = nRT}$ pour n mole de gaz occupant un volume V sous une pression p et à une température T
2. $\boxed{H = U + pV}$
3. Pour un GP $H = U + pV = U + nRT \Rightarrow h = u + RT$. Par définition $C_{p,m} = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$ or pour un gaz parfait, h ne dépend que de T d'où $C_{p,m} = \frac{dh}{dT}$. De même $C_{V,m} = \frac{du}{dT}$. En dérivant par rapport à T la relation $h = u + RT$ on obtient $\boxed{C_{p,m} = C_{V,m} + R}$ d'où le résultat demandé. De plus $C_{p,m} = \gamma C_{V,m}$ d'où $C_{V,m}(\gamma - 1) = R \Rightarrow \boxed{C_{V,m} = \frac{R}{\gamma - 1} \Rightarrow C_{p,m} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}}$.
4. Puisque l'énergie interne molaire d'un gaz parfait ne dépend que de la température $\Delta U = n\Delta u = nC_{V,m}\Delta T$ or $C_{V,m} = \frac{R}{\gamma-1}$ et pour un gaz parfait $T = \frac{pV}{nR}$ d'où

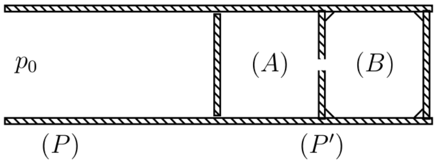
$$\boxed{\Delta U = n\frac{R}{\gamma - 1}\left(\frac{p_1V_1}{nR} - \frac{p_0V_0}{nR}\right) = \frac{p_1V_1 - p_0V_0}{\gamma - 1}}$$

IV.2 Transformation irréversible d'un gaz parfait

Attention : Dans ce problème, un certain nombre d'étudiants ont voulu utiliser les lois de Laplace. On a bien un gaz parfait, on a bien une transformation adiabatique, mais elle n'est pas quasi-statique (ou réversible) ! En effet, (B) est initialement vide et donc la détente de (A) dans (B) est brusque et irréversible (voir l'exemple de la détente de Joule-Gay-Lussac dans le cours). Les lois de Laplace ne sont donc pas applicables ici.

1. À l'équilibre la somme des forces appliquées sur le piston est nulle. Les forces de pression se compensent donc : $p_A S = p_0 S$ d'où $p_A = p_0$. On a d'après l'équation d'état des gaz parfaits : $T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \boxed{\frac{p_0 V_A}{nR}}$
Il est nécessaire de faire un bilan de force car dans certains cas, d'autres forces sont appliquées au piston. Par exemple dans le cas d'un piston vertical de masse non nulle, le bilan des forces aurait donné $p_A = p_0 + \frac{mg}{s}$ avec s la section du piston. Donc l'argument « on est à l'équilibre donc $p_A = p_{ext}$ est insuffisant.
2. Soit V_B est très grand, auquel cas tout le gaz va s'engouffrer en B et le piston (P) va venir coller la paroi (P′) (à gauche). Soit le volume de (B) est « petit » et seule une partie du gaz va venir en B (à droite).





3. On est dans le cas de droite.
   (a) $\boxed{p_1 = p_0}$ d'après l'équilibre mécanique tel que décrit plus haut.
   (b) Le premier principe appliqué au système { gaz + parois + piston + vide } est : $\Delta U = W + Q$. Les parois étant calorifugées, $Q = 0$. Le travail reçu est seulement dû au travail des forces de pression à gauche puisqu'à droite dans le vide, la pression est nulle. La variation est $V_{A,f} - V_{A,i} = V_{A,f} + V_B - V_{A,i} - V_B = V_1 - V_A - V_B$. Le travail est donc $W = -p_0(-V_A - V_B + V_1) = p_0(V_A + V_B - V_1)$. D'après les questions de la partie précédente, on a $\Delta U = \frac{p_1 V_1 - p_0 V_0}{\gamma - 1}$ d'où
   $\frac{p_0 V_1 - p_0 V_A}{\gamma-1} = p_0(V_A + V_B - V_1) \Rightarrow V_1 - V_A = (\gamma - 1)(V_A + V_B - V_1) \Rightarrow \gamma V_1 = \gamma V_A + (\gamma - 1) V_B$
   $\Rightarrow \boxed{V_1 = V_A + V_B \frac{\gamma - 1}{\gamma}}$
   (c) $T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = \boxed{\frac{p_0\left(V_A + V_B \frac{\gamma-1}{\gamma}\right)}{nR}}$
   (d) Il faut que V_1 soit plus grand que V_B sinon notre raisonnement est absurde. D'où
   $V_A + V_B\frac{\gamma-1}{\gamma} \geq V_B \Rightarrow V_A \geq V_B\left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma}\right) \Rightarrow \boxed{V_B \leq \gamma V_A = V_{B,s}}$
4. On est dans le cas de gauche.
   (a) cf schéma de l'énoncé pour l'état initial et le schéma de gauche ci-dessus pour l'état final.
   (b) $\boxed{V_2 = V_B}$
   (c) Le travail reçu par le système { gaz + parois + piston + vide } est $p_0 V_A$ d'où
   $\Delta U = \frac{nR}{\gamma-1}(T_2 - T_A) = W = p_0 V_A = nRT_A \Rightarrow \boxed{T_2 = \gamma T_A}$
   (d) $p_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = nR\frac{\gamma T_A}{V_B} = nR\frac{\gamma \frac{p_0 V_A}{nR}}{V_B} = \boxed{\frac{\gamma V_A}{V_B} p_0}$ et on a bien $p_2 < p_0$ car $V_B > V_{B,s} = \gamma V_A$