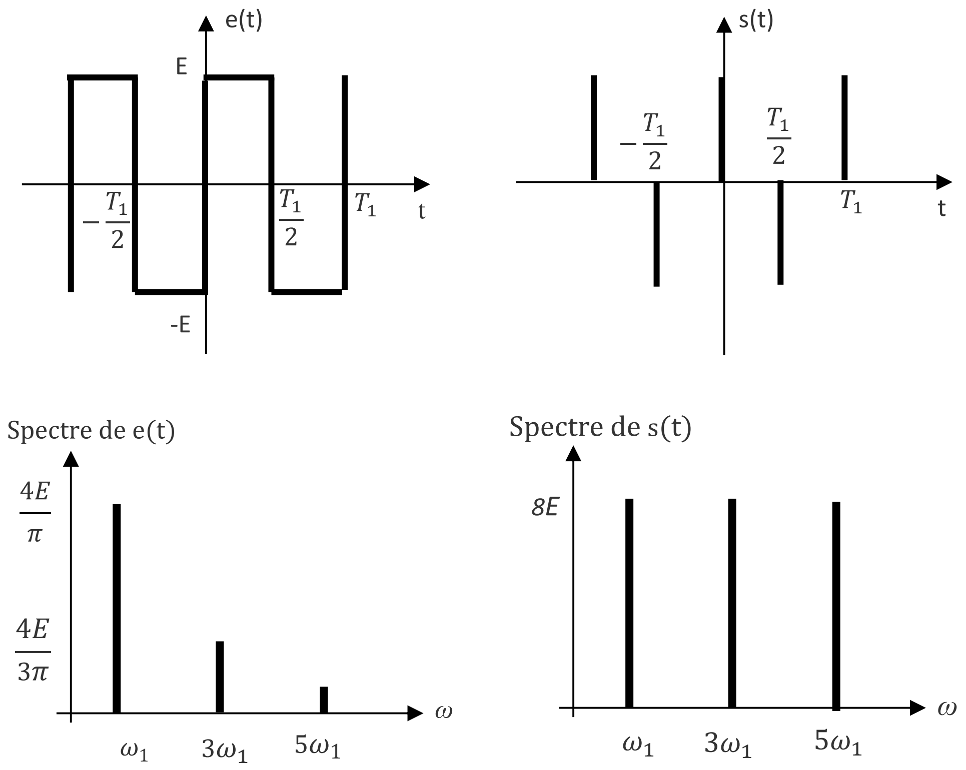

Décomposition en série de Fourier du signal d'entrée : $e(t) = \frac{4E}{\pi}(\sin\omega_1 t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_1 t + \cdots)$

Fonction de transfert du filtre : $\underline{H} = j\omega\tau$

On donne : $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 1$ ms et $\tau = 1$ ms



a-Justifier le nom de « dérivateur » donné au filtre. Le filtre est-il stable ?

b-Justifier qualitativement l'allure de s(t).

c-Justifier les spectres de e(t) et s(t).

---

a-On notation complexe, la multiplication par $j\omega$ est équivalente à l'opération de dérivation. D'où le nom de dérivateur donné au filtre.

$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = j\omega\tau$ est équivalent à l'équation différentielle : $s(t) = \tau\frac{de}{dt}$

Un signal d'entrée finie ne peut pas donner de signal de sortie croissant exponentiellement vers l'infini, donc le filtre est stable.

b-Lorsque le créneau passe de E à -E en un temps très court Δt, la dérivée de e(t) est négative et de grande valeur pendant cette durée Δt. La dérivée est positive lorsque le créneau passe de -E à +E.

c-Le spectre de e(t) comporte les multiples impairs de la pulsation fondamentale ω_1.

L'harmonique de rang n impair a pour amplitude $\frac{4E}{n\pi}$.

On a : $s(t) = \tau\frac{de}{dt} = \tau\frac{4E}{\pi}(\omega_1 cos\omega_1 t + \frac{1}{3}3\omega_1 cos3\omega_1 t + \frac{1}{5}5\omega_1 cos5\omega_1 t + \cdots)$

$s(t) = \tau\frac{4E}{\pi}\omega_1(\cos\omega_1 t + \cos 3\omega_1 t + \cos 5\omega_1 t + \cdots)$

Or $\tau\frac{4E}{\pi}\omega_1 = \tau\frac{4E}{\pi}\frac{2\pi}{T_1} = 8E$ car $T_1 = \tau$

Donc : $s(t) = 8E(\cos\omega_1 t + \cos 3\omega_1 t + \cos 5\omega_1 t + \cdots)$

Les raies du spectre de s(t) ont donc toutes la même amplitude 8E.
