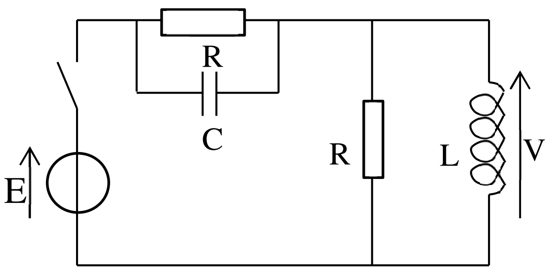
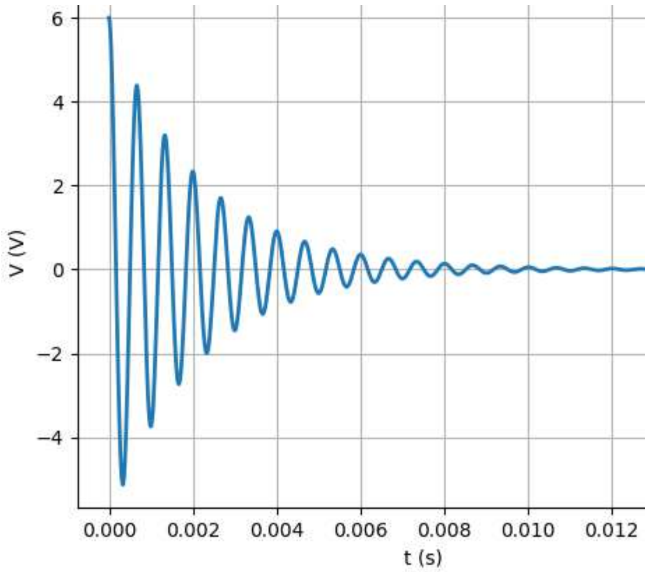
1.4.4 Oscillateur électrique amorti-Exercice 3

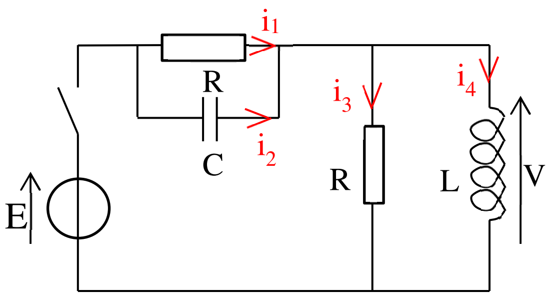
Initialement le condensateur de capacité C = 60 nF n'est pas chargé et aucun courant ne circule dans le circuit. A t = 0 on ferme l'interrupteur et on enregistre la tension V(t).





Déterminer les paramètres du système.

1.4.4 Oscillateur électrique amorti-Exercice 3



$$V = L\frac{di_4}{dt} = L\frac{d(i_1 + i_2 - i_3)}{dt}$$

On a : $i_3 = \frac{V}{R}$; $i_1 = \frac{E-V}{R}$; $i_2 = C\frac{d(E-V)}{dt} = -C\frac{dV}{dt}$

$$V = -\frac{L}{R}\frac{dV}{dt} - LC\frac{d^2V}{dt^2} - \frac{L}{R}\frac{dV}{dt}$$

D'où : $\boxed{\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{2}{RC}\frac{dV}{dt} + \frac{V}{LC} = 0}$

On pose : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{2}{RC}$ Donc : $\boxed{\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dV}{dt} + \omega_0^2 V = 0}$

D'après la courbe, le régime est pseudo-périodique donc la solution s'écrit :

$$V(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}[A\cos\omega t + B\sin\omega t] \quad \text{avec : } \omega = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

A t = 0 : continuité de la tension aux bornes du condensateur $U_c(0^+) = 0$ => $V(0^+) = E$ => $A = E$

continuité de l'intensité dans la bobine $i_4(0^+) = 0$ => $i_1(0^+) + i_2(0^+) - i_3(0^+) = 0$

$$\Rightarrow -C\frac{dV}{dt}(0^+) - \frac{E}{R} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dt}(0^+) = -\frac{E}{RC}$$

$$\Rightarrow -\frac{\omega_0}{2Q}E + B\omega = -\frac{E}{RC} = -\frac{\omega_0}{2Q}E \quad \Rightarrow B = 0$$

Donc : $V(t) = Ee^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}A\cos\omega t$

Avec la courbe on lit : • $V(0) = \underline{E = 6\ V}$

• $6T = 0{,}004$ s => $T = 6{,}67.10^{-4}$ s => $\omega = 9425$ rad.s^{-1} => $\omega_0\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}} = 9425\ \text{rad.s}^{-1}$

• $\frac{V(0)}{V(T)} = e^{\frac{\omega_0}{2Q}T} = \frac{6}{4{,}3} = 1{,}4$ => $\frac{\omega_0}{2Q}T = 0{,}33$ => $\frac{\pi\omega_0}{Q\omega} = 0{,}33$ => $\frac{\pi}{Q\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}} = 0{,}33$

On en déduit : $Q = 9{,}4$ et $\omega_0 = 9438$ rad.s^{-1}

Puis : $L = \frac{1}{C\omega_0^2}$ A.N : $\underline{L = 0{,}19\ H}$

$R = \frac{2Q}{\omega_0 C}$ A.N : $\underline{R = 33\ k\Omega}$
