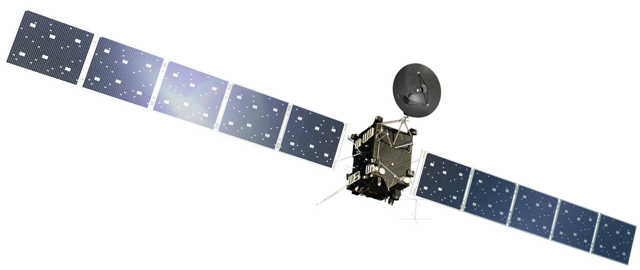
Conseils :

- Lisez attentivement l'énoncé du début à la fin et choisissez **ensuite** par quel problème commencer (aucun ordre n'est imposé).
- Le correcteur tiendra compte de la **présentation** (soin apporté aux schémas) et de la **rédaction de votre copie** : justifiez rapidement vos affirmations, donnez la **valeur littérale simplifiée** des résultats en fonction des données de l'énoncé, **vérifiez l'homogénéité et la cohérence** (tout résultat non homogène sera sanctionné).

  Les résultats NON ENCADRÉS ne seront pas notés. Laissez une marge à gauche pour le correcteur.
- Numérotez les questions et ajoutez le label de la marge Q1, etc.
- L'usage des **calculatrices est autorisé**.

À propos de la sonde Rosetta



Rosetta est une mission de l'agence spatiale européenne (ESA) qui a pour but d'étudier la comète Tchourioumov-Guérassimenko (67P/TG). La sonde a été lancée le 2 Mars 2004 par une fusée Ariane 5. Après un voyage de près de 10 ans pendant lequel elle aura parcouru près de 6,5 milliards de km, Rosetta a atteint la comète en août 2014 pour une période d'observation de 18 mois. La sonde est constituée d'un satellite principal et d'un atterrisseur (Philae). En novembre 2014, le module Philae a été envoyé à la surface de la comète. L'objet de cette épreuve est d'aborder quelques questions relatives à la mission Rosetta. On désigne dans l'énoncé par v le module du vecteur $\vec{v}$. Tout résultat fourni par l'énoncé peut être utilisé par la suite même s'il n'a pas été obtenu par le candidat. Les données numériques utiles sont fournies **à la fin du problème**.

On s'intéresse à une étude simplifiée de problématiques liées à la navigation spatiale. *Une deuxième partie abordait dans le sujet d'origine l'optique d'un instrument embarqué. Elle n'a pas été incluse dans ce devoir.*

A. Question Préliminaires

Q1 1. Montrer que la force de gravitation $\vec{F}$ que le Soleil exerce sur un objet de masse m situé à une distance r de son centre est conservative et déterminer l'expression de l'énergie potentielle associée.

Q2 2. Montrer que le mouvement d'un astre en orbite autour du Soleil est plan.

Q3 3. On suppose que le mouvement de la Terre autour du Soleil est circulaire. Montrer que le mouvement est uniforme et retrouver l'expression (et la valeur) de la vitesse de la Terre.

Q4 4. Montrer que l'énergie mécanique d'un objet de masse m pour une orbite elliptique autour d'un corps de masse M est donnée par $E_m = -\frac{1}{2}\frac{\mathcal{G}Mm}{a}$, où a est le demi grand axe de l'ellipse.

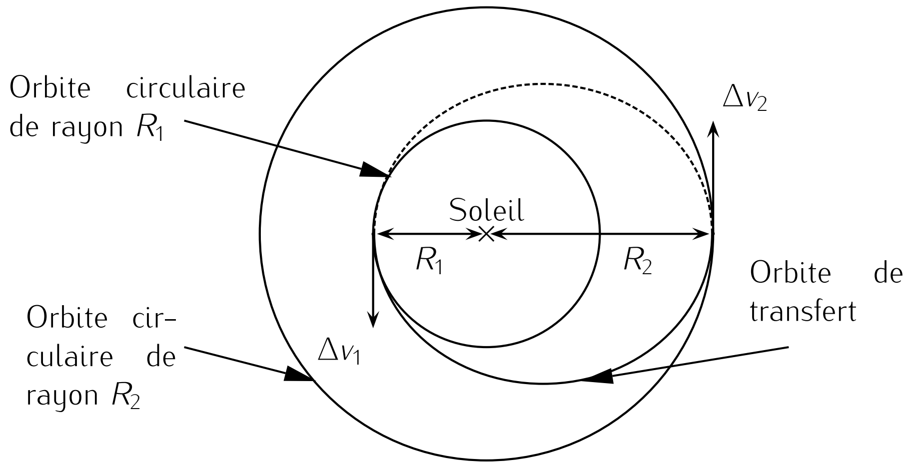
B. Ellipse de Hohmann

Une façon simple d'envoyer un engin spatial d'une orbite circulaire à une autre (coplanaire) est de lui faire parcourir une orbite temporaire de transfert elliptique. Cette trajectoire est tangente aux orbites de départ et d'arrivée. Elle est appelée orbite de transfert de Hohmann. Deux impulsions sont nécessaires pour effectuer ce transfert. Une première impulsion engendre une variation de vitesse Δv_1 (voir Figure 1) ce qui permet le passage de l'orbite circulaire de départ vers l'orbite elliptique de transfert. Une seconde impulsion, associée à une variation de vitesse Δv_2, permet le passage de l'orbite de transfert vers l'orbite d'arrivée.

Figure 1 :

Transfert de Hohmann entre deux orbites circulaires de rayons R_1 et R_2 autour du soleil.

L'orbite elliptique de transfert possède un demi grand axe $a = (R_1 + R_2)/2$



Q5 5. Montrer que l'expression du paramètre Δv_1 permettant de passer d'une orbite circulaire de rayon R_1 à une orbite elliptique de demi grand axe $a = \frac{R_1+R_2}{2}$ est :

$$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{\mathcal{G}M_S}{R_1}}\left(\sqrt{\frac{2R_2}{R_1+R_2}} - 1\right)$$

Le lanceur Ariane 5G+ utilisé pour la mission a placé dans un premier temps Rosetta sur une orbite héliocentrique de même rayon que celle de la Terre. La comète 67P/TG possède une trajectoire elliptique autour du Soleil dont le demi grand axe est de 3,5 ua. On supposera que la Terre possède une orbite quasi circulaire.
On souhaite évaluer la valeur de Δv_1 permettant de rejoindre la comète.

6. Le périhélie de la comète, c'est-à-dire le point de la trajectoire le plus proche du soleil est de l'ordre de 1 ua. On envisage une injection directe dans l'orbite de la comète depuis l'orbite circulaire de la Terre.
Q6 Trouver les valeurs de R_1 et R_2 pour l'orbite elliptique sur laquelle on veut arriver.

Q7 7. En déduire la valeur Δv_1 nécessaire à cette manœuvre.

Cette grandeur (appelée aussi budget Δv) permet de déterminer la masse de carburant nécessaire aux différentes manœuvres. En pratique, lorsque plusieurs manœuvres sont nécessaires, chacune associée à une valeur Δv_i, le budget Δv correspond alors à la somme de ces dernières.

Données numériques :

- **Grandeurs physiques :**
  - ➢ Masse du soleil : $M_S = 2{,}0\,10^{30}$ kg
  - ➢ Masse de la Terre : $M_T = 6{,}0\,10^{24}$ kg

➢ Rayon moyen de l'orbite de la Terre autour du Soleil : 1 unité astronomique (ua) = $150\,10^6$ km
➢ Rayon de la Terre : $R_T = 6{,}4\,10^3$ km
➢ Constante de gravitation universelle : $\mathcal{G} = 6{,}67\,10^{-11}$ m^3·kg^{-1}·s^{-2}
➢ Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3{,}0\,10^8$ m·s^{-1}
➢ Constante de Planck : $h = 6{,}63\,10^{-34}$ J·s
➢ Charge élémentaire : $e = 1{,}6\,10^{-19}$ C
➢ Masse d'un électron : $m = 9{,}1\,10^{-31}$ kg
➢ Permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ F·m^{-1}
➢ 1 électron-volt = $1{,}6\,10^{-19}$ J

- **Données techniques relatives à Rosetta :**
  ➢ Masse à vide de Rosetta : 1300 kg
  ➢ Charge utile du lanceur Ariane 5G+ : 6950 kg
- **Caractéristiques de la comète Tchourioumov-Guérassimenko :**
  ➢ Distance du Soleil au moment du rendez-vous avec Rosetta : 3,3 ua
  ➢ Diamètre du noyau = 4 km
  ➢ Albédo du noyau : (fraction du rayonnement solaire incident réfléchie par le noyau) = 4%
- **Constante solaire :**
  La constante solaire exprime l'énergie que recevrait du soleil par seconde une surface de 1 m^2 située à une distance 1 ua (distance moyenne Terre-Soleil), exposée perpendiculairement aux rayons du Soleil (en l'absence d'atmosphère). Elle s'exprime en watt par mètre carré (W·m^{-2}). Elle vaut $F = 1{,}36$ W·m^{-2}.

Stockage gravitaire d'énergie

concours EPITA 2025

L'énergie solaire est une source d'énergie intermittente et non pilotable, dont les pics de production ne coïncident pas forcément avec les pics de demande. L'utiliser massivement pose donc un défi majeur en termes de stockage énergétique. Cette partie étudie un système original conçu par l'entreprise Gravitricity proposant de stocker l'énergie sous forme d'énergie potentielle de pesanteur. Il est pour le moment au stade de la recherche et développement, et seul un démonstrateur de petite taille a été construit, voir figure 1, installé dans le port d'Édimbourg (Écosse) en 2021. Le principe consiste à soulever un bloc de béton lors d'une phase de surproduction électrique, puis à faire chuter ce bloc en entraînant un alternateur lorsque la demande excède les capacités de production.

Q8 1. Définir ce qu'est une source d'énergie «intermittente et non pilotable». Citer un exemple de source d'énergie pilotable.

Q9 2. Citer un autre dispositif permettant le stockage d'énergie, et préciser sous quelle forme l'énergie y est stockée.

Le bloc de béton de masse $m = 50$ tonnes est accroché à l'extrémité d'un câble, dont l'autre extrémité est reliée au rotor d'un alternateur par l'intermédiaire d'un treuil de rayon $R = 50$ cm. Il peut se déplacer sur une hauteur $H = 7$ m. En période de stockage, un moteur permet de soulever le bloc. Dans une période de déstockage, le bloc est lâché, ce qui met en mouvement le rotor de l'alternateur et permet de produire de l'énergie électrique. L'ensemble des pièces en rotation sera simplement appelé «alternateur» par la suite, dont on note J le moment d'inertie équivalent par rapport à l'axe (Oy).

Le mouvement du bloc de béton lors du déstockage peut être décomposé en trois temps :

➢ Au moment du lâcher, l'alternateur n'est pas encore connecté au réseau électrique. Le bloc suit un mouvement de chute libre jusqu'à ce que l'alternateur atteigne une vitesse de rotation suffisante pour permettre le couplage avec le réseau.

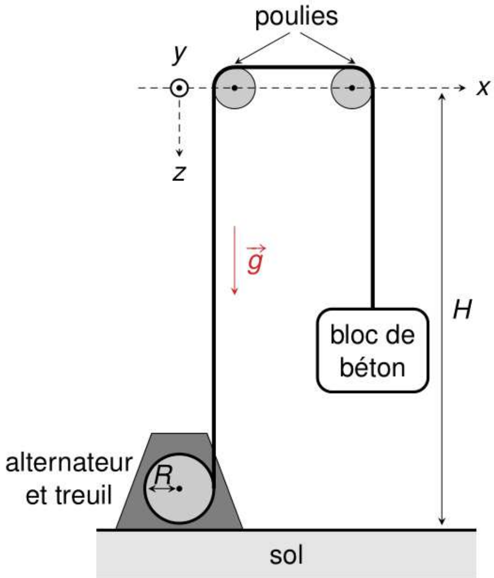


FIGURE 1 – Démonstrateur Gravitricity.

- Une fois le couplage réalisé, la production électrique se traduit par un couple résistant $\Gamma_{\text{alt}} < 0$ subi par l'alternateur, dont la vitesse de rotation se stabilise à une valeur constante.
- Enfin, lorsque le bloc s'approche du sol, un couple de freinage supplémentaire est appliqué pour arrêter sa chute.

Tous les frottements sont négligés. Les poulies et le câble sont supposés idéaux, ce qui permet de considérer la tension T du câble uniforme et implique que la vitesse v de chute du bloc de béton est reliée à la vitesse de rotation Ω de l'alternateur par

$$v = R\Omega \tag{1}$$

Q10 3. Appliquer le principe fondamental de la dynamique au bloc de béton.

Q11 4. La deuxième équation régissant le fonctionnement du dispositif s'écrit

$$J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = RT + \Gamma_{\text{alt}} \tag{2}$$

Comment s'appelle la loi physique utilisée pour l'établir ? Que représente le premier terme « RT » du membre de droite ? Justifier son expression et son signe.

Le bloc de béton est lâché à l'instant $t = 0$ depuis la position $z = 0$ avec une vitesse nulle. L'alternateur n'est alors pas relié au réseau, donc $\Gamma_{\text{alt}} = 0$.

Q12 5. Montrer que le mouvement de chute se fait à accélération constante

Q13

$$a_0 = \frac{g}{1 + \frac{J}{mR^2}} \tag{3}$$

Q14 6. En déduire les expressions de $v(t)$ et $z(t)$ en fonction de a_0.

Q15 7. Cette phase de démarrage se termine à l'instant t_0 où la vitesse de rotation Ω atteint une valeur seuil Ω_0 qui permet de coupler l'alternateur au réseau électrique. Exprimer $z(t_0)$ en fonction de a_0 et Ω_0 notamment.

On s'intéresse désormais à la deuxième phase du mouvement : l'alternateur est relié au réseau et tourne à vitesse constante Ω_0. Le dispositif produit une puissance électrique $P_e = 250$ kW. On suppose que toute la puissance mécanique prélevée est restituée au réseau électrique, si bien que

$$\Gamma_{\text{alt}} = \frac{P_{\text{e}}}{\Omega_0} \tag{4}$$

Q16 8. Exprimer la vitesse de chute v_0 au cours de cette phase en fonction de P_{e}, m et g.

Q17 9. On donne $a_0 = 1{,}5\ \text{m}\cdot\ \text{s}^{-2}$. Estimer numériquement v_0, t_0 et $z\,(t_0)$.

Q18 10. En supposant la phase de freinage de durée négligeable, estimer la durée pendant laquelle le démonstrateur fournit réellement de l'énergie avant d'être totalement déchargé. Commenter.

Le démonstrateur a obtenu des résultats probants, et permis à l'entreprise de lever des fonds pour un déploiement à plus grande échelle. Elle envisage notamment d'utiliser un puits d'accès à une mine désaffectée pour déplacer des blocs de masse totale $m' = 12000$ tonnes sur une profondeur H' de l'ordre de 750 m. La puissance maximale fournie par le dispositif serait alors de 4 MW.

Q19 11. Estimer l'énergie maximale que le dispositif est en mesure de stocker puis restituer.

Q20 12. Un foyer français consomme une énergie électrique de l'ordre de 12 kWh par jour, hors chauffage et production d'eau chaude sanitaire. Commenter le résultat de la question précédente.

Q21 13. Estimer le temps de fonctionnement du dispositif à puissance maximale avant qu'il ne soit complètement déchargé. Le résultat sera donné en heures.

Q22 14. Conclure : quel peut-être l'intérêt d'un tel dispositif dans l'optique d'une intégration de sources d'énergie intermittentes dans le mix électrique ?

Pression de radiation

Remarque : Bien qu'il soit conseillé de traiter le problème dans l'ordre, les dernières questions de la partie C peuvent en grande partie être traitées même si le reste du problème n'a pas été abordé en admettant l'expression de la force proposée par l'énoncé.

Dans ce problème, on étudie un moyen « gratuit » (en carburant) de propulsion spatiale : l'utilisation de la pression de radiation lors de la réflexion de la lumière sur un miroir. Il s'agit d'utiliser la force créée lors de la réflexion des photons sur un miroir afin de mettre en mouvement des objets.
On notera S la surface de la « voile solaire » considérée. Elle est supposée parfaitement réfléchissante, c'est-à-dire que la voile solaire est un miroir parfait.
Dans une première partie, on étudiera le cas où la voile est immobile dans un référentiel galiléen et où la lumière est en incidence normale. Dans la deuxième partie on étudiera le cas où l'angle d'incidence est non nul. Finalement dans la troisième partie, on tiendra compte du mouvement du miroir.
On notera λ la longueur d'onde de la lumière incidente et ν sa fréquence.
h = représente la constante de Planck et $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ la constante de Planck réduite.

Données numériques :

grandeur	symbole	valeur
flux solaire au niveau de l'orbite terrestre	Φ	$1{,}3608\,\text{kW/m}^2$
constante gravitationnelle	$\mathcal{G}$	$6{,}67384 \times 10^{-11}\ \text{m}^2{\cdot}\text{kg}^{-1}{\cdot}\text{s}^{-2}$
masse du soleil	M_S	$1{,}9891 \times 10^{30}\ \text{kg}$
distance moyenne Terre-soleil	d_{TS}	$1\ \text{u.a.} = 149{,}60 \times 10^{9}\ \text{m}$
vitesse de la lumière dans le vide	c	$299\,792\,458\ \text{m/s}$

A. Cas de l'incidence normale

Dans cette partie, on considère que la lumière arrive sur le miroir en incidence normale, c'est-à-dire que la surface du miroir est orthogonale à la direction de propagation. Le miroir étant immobile dans le référentiel de l'étoile considéré comme galiléen, on ne considère pas de changement de longueur d'onde lors de la réflexion.
On notera $\vec{e}_x$ le vecteur unitaire dirigée selon la lumière incidente.

Q23 1. Rappeler les relations de Planck-Einstein pour un photon (impulsion $\vec{p}$ et énergie E_0 d'un photon).

Q24 2. Le flux solaire Φ est la puissance surfacique provenant du soleil lorsque la surface considérée est orthogonale à la direction de propagation de la lumière. En déduire la puissance P arrivant sur le miroir, puis l'énergie correspondant pendant un court intervalle de temps $\mathrm{d}t$.

Q25 3. Compte tenu des questions précédentes, déterminer le nombre de photons δN frappant le miroir entre t et $t + \mathrm{d}t$.

Q26 4. On considère le système fermé $\{$les photons qui vont frapper le miroir entre t et $t + \mathrm{d}t\}$. Calculer la variation de quantité de mouvement du système entre t et $t + \mathrm{d}t$: $\overrightarrow{\mathcal{P}}(t + \mathrm{d}t) - \overrightarrow{\mathcal{P}}(t)$. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\overrightarrow{\mathcal{P}}(t + \mathrm{d}t) - \overrightarrow{\mathcal{P}}(t) = -2\frac{\Phi S \mathrm{d}t}{c}\vec{e}_x$$

Q27 5. En déduire la force exercée par le miroir sur le système, puis celle exercée par les photons sur le miroir.

Q28 6. Exprimer alors la pression correspondante p_r, appelée pression de radiation, en fonction de Φ et de c.

Q29 7. Vérifier explicitement l'homogénéité du résultat obtenu à la question précédente.

Q30 8. Application numérique : au niveau de l'orbite terrestre, on considère une voile de surface $S = 100{,}0\,\mathrm{m}^2$. Calculer la force due à la pression de radiation. Comparer avec la force exercée par le soleil sur un objet de $20{,}00\,\mathrm{kg}$ (toujours au niveau de l'orbite terrestre). Commenter [1].

Q31 9. Peut-on utiliser ce mode de propulsion pour se rapprocher du soleil ?

1. Remarque : le flux solaire décroit en $1/r^2$ à cause de la conservation de l'énergie, la force gravitationnelle est elle aussi en $1/r^2$, donc le rapport entre ces deux forces est en fait indépendant de la distance au soleil.

Douche solaire

Cet exercice propose une étude sommaire d'une douche solaire. Pour l'étude demandée, on s'appuiera sur les données du document et l'on considérera une utilisation de la douche en été avec une température extérieure de 25°C, le soleil se trouvant à une hauteur angulaire α de 50° C dans le ciel avec une puissance lumineuse par unité de surface perpendiculaire aux rayons égale à $\Phi = 1$ kW.m^{-2}. On donne la capacité calorifique massique de l'eau $c_e = 4{,}18$ kJ.K^{-1}.kg^{-1}

DOCUMENT : Description commerciale d'une douche solaire

Cette douche solaire vous permet de profiter d'une douche dans votre jardin ou à côté de votre piscine. Ne nécessitant aucune alimentation électrique, elle est facile à relier au tuyau d'arrivée d'eau. Cette douche solaire est conçue pour recevoir l'énergie solaire et chauffer l'eau jusqu'à 60°C. Grâce à son design élégant et moderne, cette douche solaire attirera tous les regards de vos amis ou vos invités.

- ➢ Couleurs : noir et argenté
- ➢ Matériau : PVC (résistant aux UV)
- ➢ Forme : cylindrique
- ➢ Dimensions : 16 x 16 x 196 cm
- ➢ Diamètre de pomme de douche : 15 cm
- ➢ Capacité du réservoir : 35 L

Q32 1. La couleur noire est-elle un choix purement esthétique ?

Q33 2. On suppose que les parois de la douche absorbent l'intégralité de l'énergie solaire incidente. Justifier, notamment à l'aide d'un schéma, que la puissance thermique reçue par l'eau est $\mathcal{P} = \Phi D h \cos\alpha$ avec h la hauteur et D le diamètre de la douche.

Q34 3. Estimer la durée minimale nécessaire pour chauffer le réservoir d'eau contenue dans la douche en négligeant les pertes thermiques. On négligera la capacité thermique de la paroi de la douche.

Q35 4. Commenter.

À propos de la sonde Rosetta

D'après Concours EPITA IPSA 2015

A. Question Préliminaires

Q1 1. $\vec{F} = -\frac{\mathcal{G}Mm}{r^2}\vec{e}_r$ en coordonnées sphériques. $d\,E_p = -\vec{F}\cdot d\vec{l} = -\vec{F}\cdot(dr\vec{e}_r + rd\theta\vec{e}_\theta + r\sin\theta d\phi\vec{e}_\phi) = \frac{\mathcal{G}Mm}{r^2}dr$ donc $E_p = -\frac{\mathcal{G}Mm}{r} + cte$.
L'habitude est de prendre la constante nulle pour que l'énergie potentielle soit nulle quand $r \to \infty$ soit $\boxed{E_p = -\frac{\mathcal{G}Mm}{r}}$.

Q2 2. On a affaire à un mouvement à force centrale. Par application du théorème du moment cinétique dans le référentiel géocentrique, par rapport à O fixe (centre du soleil), $\frac{d\vec{L}_0(M)}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_0(\vec{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F} = r.\vec{e}_r \wedge F_r.\vec{e}_r = \vec{0}$ d'où
$\boxed{\text{conservation du moment cinétique}}$ de la planète et en notant $\vec{L} = L.\vec{e}_z = M_P\overrightarrow{OM} \wedge \vec{v}$. Par définition du produit vectoriel, $\overrightarrow{OM}$ et $\vec{L}$ sont orthogonaux. O étant fixe, M doit être dans un plan orthogonal à $\vec{L}_O$ (fixe) et contenant O (un vecteur normal et un point définissent un plan) : un seul plan vérifie ces deux conditions à condition que $\vec{L}_O \neq \vec{0}$.
$\boxed{\text{Le mouvement reste dans le plan normal à } \vec{e}_z}$.

Q3 3. Plusieurs moyens sont possibles : (on se place maintenant en coordonnées polaires dans le référentiel héliocentrique.)
- ➢ Conservation du moment cinétique : $L = r^2\dot{\theta}$ est constant, r est constant, donc $\dot{\theta}$ est aussi constant donc $\boxed{\text{le mouvement est uniforme}}$.
- ➢ Théorème de la puissance cinétique : la vitesse est selon $\vec{e}_\theta$, la force selon $-\vec{e}_r$ donc la puissance est nulle. $\boxed{\text{Le mouvement est uniforme}}$.
- ➢ PFD projeté sur $\vec{e}_\theta$: $0 = r\ddot{\theta}$ donc $\dot{\theta} = cte$. $\boxed{\text{Le mouvement est uniforme}}$.

Pour obtenir la vitesse, une bonne idée est le PFD, puisque le mouvement est circulaire uniforme $-m\frac{v^2}{r} = -\frac{\mathcal{G}Mm}{r^2}$ d'où $v^2 = \frac{\mathcal{G}M}{r}$. Finalement $\boxed{v = \sqrt{\frac{\mathcal{G}M}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67E-11\times 2{,}0E30}{150E9}} = 30 \text{ km/s}}$.

Q4 4. Question de cours : on cherche l'énergie mécanique au périgée r_p et à l'apogée r_a. En ces points, $\dot{r} = 0$ puisque ce sont des extremums de $r(t)$.

> ***Évitez la notation $\dot{r}_m = 0$. C'est un peu maladroit vu que r_m est un nombre et non pas une fonction du temps. C'est $\dot{r}(t = t_m)$ qui nous intéresse.***

De plus, la seule force présente est conservative, donc l'énergie mécanique est constante :

$$\begin{cases} E_m = \frac{1}{2}mr_a^2\dot{\theta}_a^2 - \frac{\mathcal{G}Mm}{r_a} \\ E_m = \frac{1}{2}mr_p^2\dot{\theta}_p^2 - \frac{\mathcal{G}Mm}{r_p} \end{cases}$$

Or, le moment cinétique se conserve, d'où $C = r^2\dot{\theta}$ se conserve

$$\begin{cases} E_m = \frac{1}{2}mr_a^2\frac{C^2}{r_a^4} - \frac{\mathcal{G}Mm}{r_a}(1) \\ E_m = \frac{1}{2}mr_p^2\frac{C^2}{r_p^4} - \frac{\mathcal{G}Mm}{r_p}(2) \end{cases}$$

à partir de là, 2 manières de résoudre :

version 1 : r_a et r_p sont solution de l'équation $E_m \times r^2 + \mathcal{G}Mm \times r - \frac{1}{2}mC^2$. D'après notre cours de math, on sait que pour une équation du second degré $\alpha x^2 + bx + c$, la somme des solutions vaut $-b/\alpha$, donc ici $r_a + r_p = \frac{\mathcal{G}Mm}{E_m}$ or $2a = r_p + r_a$ donc $\boxed{E_m = -\frac{\mathcal{G}Mm}{2a}}$.

version 2 : On essaye de faire disparaitre C par des combinaisons linéaires puisqu'on ne le connait pas. On multiplie la première équation par r_a^2, la deuxième par r_p^2 et on soustrait $E_m(r_a^2 - r_p^2) = -\mathcal{G}Mm(r_a - r_p)$

$$E_m(r_a - r_p)(r_a + r_p) = -\mathcal{G}Mm(r_a - r_p) \Rightarrow \boxed{E_m = -\frac{\mathcal{G}Mm}{2a}}$$

B. Ellipse de Hohmann

Q5 5. On passe de $E_m = -\frac{\mathcal{G}mM_S}{2R_1}$ à $E_m = -\frac{\mathcal{G}mM_S}{R_1+R_2}$

l'énergie mécanique juste avant est telle que

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{\mathcal{G}mM_S}{R_1} = -\frac{\mathcal{G}mM_S}{2R_1} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{\mathcal{G}M_S}{R_1}}$$

l'énergie mécanique juste après est telle que

$$\frac{1}{2}m(v_1 + \Delta v)^2 - \frac{\mathcal{G}mM_S}{R_1} = -\frac{\mathcal{G}mM_S}{R_1 + R_2} \Rightarrow (v_1 + \Delta v)^2 = 2\mathcal{G}M_S\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1 + R_2}\right)$$

$$\Rightarrow v_1 + \Delta v = \sqrt{\mathcal{G}M\frac{2R_2}{R_1(R_1 + R_2)}}$$

On en déduit : la formule de l'énoncé en injectant v_1 dans la 2e équation

$$\boxed{\Delta v_1 = \sqrt{\frac{\mathcal{G}M_S}{R_1}}\left(\sqrt{\frac{2R_2}{R_1 + R_2}} - 1\right)}$$

Q6 6. Il faut d'abord déterminer R_2

$R_2 + R_1 = 2a$ avec $R_1 = 1\,\text{ua}$ et $a = 3{,}5\,\text{ua}$, donc $R_2 = 6\,\text{ua}$

Q7 7. On en déduit

$\Delta v_1 = v_T\left(\sqrt{\frac{2R_2}{R_1+R_2}} - 1\right) = 29{,}821\left(\sqrt{\frac{2\times6}{1+6}} - 1\right) = \boxed{9\,\text{km/s}}$

On ne donne qu'un chiffre significatif car R_1 n'est donné qu'avec un chiffre (« environ 1 u.a. »).

Stockage gravitaire d'énergie

concours EPITA 2025

1. Une source d'énergie intermittente est une source d'énergie qui n'est pas constante dans le temps. Non pilotable veut dire qu'on ne peut pas contrôler son intensité, contrairement aux centrales au
Q8 charbon.

Q9 2. Une batterie permet de stocker de l'énergie sous forme chimique. Un condensateur permet de stocker de l'énergie électrique.

Q10
3. On étudie le bloc de béton de masse m dans un référentiel galiléen, il est soumis à son poids $\vec{P} = mg\vec{e}_z$ et à l'action du câble $\vec{T} = -T\vec{e}_z$. La seconde loi de Newton donne : $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$ soit, en projection selon (Oz) :
$$m\ddot{z} = mg - T$$

Q11
4. $$J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = RT + \Gamma_{\text{alt}} \tag{5}$$
Il s'agit du théorème scalaire du moment cinétique appliqué à l'alternateur. Le terme RT représente le moment de l'action du câble sur celui-ci.
La règle des doigts de la main droite donne bien un moment positif.

Q12
5. On a $a = R\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}$ et $T = -m\left(\ddot{z} - g\right)$ donc $J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = \frac{J}{R}\ddot{z} = -mR(\ddot{z} - g)$ Ainsi,

Q13
$$\ddot{z} = a_0 = \frac{g}{1 + \frac{J}{mR^2}} \tag{6}$$

Q14
6. On a donc $v = a_0 t + v_0$ avec $v_0 = 0$ et $z(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + z_0$ avec $z_0 = 0$

Q15
7. On a $\Omega = \frac{v}{R} = \frac{a_0}{R}t$, ainsi $t_0 = \frac{R\Omega_0}{a_0} = \frac{v_0}{a_0}$ et donc $z_0 = \frac{1}{2}a_0 t_0^2 = \frac{1}{2}\frac{R^2\Omega_0^2}{a_0} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a_0}$.

Q16
8. Lors de la chute à vitesse constante $T = mg$ et $\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = 0$ donc $\Gamma_{\text{alt}} = RT = Rmg$, ainsi
$$Rmg = \frac{P_e}{\Omega_0} = \frac{RP_e}{v_0}$$
soit
$$v_0 = \frac{P_e}{mg}$$

Q17
9. On a $v_0 = \frac{250.10^3}{50.10^3 \times 9.81} = 0{,}51$ m.s^{-1} donc $t_0 = \frac{0{,}51}{1.5} = 0{,}34$ s et $z(t_0) = 0{,}1$ m.

Q18
10. Le bloc parcourt 6,9 m à la vitesse de 0,51 m/s donc cette chute dure $\delta t = 6{,}9/0.51 = 13{,}6$ s. Au total, la chute dure donc 14 s. C'est une durée vraiment faible.

Q19
11. L'énergie totale qui peut être stockée correspond à l'énergie potentielle du bloc soit $E' = m'gH' = 88.10^9$ J.

12. 12 kWh correspondent à $12 * 1000 * 3600 = 43.10^6$ J. Le dispositif permettrait donc de satisfaire
Q20
aux besoins d'environ 2000 foyers.

Q21
13. La puissance étant de P'_e 4 MW, le temps de fonctionnement est $\tau = \frac{E'}{P'_e} = 6\text{h } 8\text{min}$

Q22
14. Blabla

Pression de radiation

Attention au nombre de chiffres significatifs dans les applications numériques : l'énoncé donnait ici les valeurs avec en général un grand nombre de chiffre.

A. Cas de l'incidence normale

Q23 1. $\boxed{E_0 = h\nu}$ et $\boxed{\vec{p} = \hbar\vec{k} = \frac{h}{\lambda}\vec{u}}$ avec $\vec{u}$ un vecteur unitaire selon la direction et le sens de propagation de la lumière.

Q24 2. $\boxed{P = \Phi \times S}$ par définition puisque le miroir est orthogonal à la direction de propagation. D'où $\boxed{\delta E = P\mathrm{d}t = \Phi S\mathrm{d}t}$.

Q25 3. Compte tenu des questions précédentes, l'énergie arrivant sur le miroir entre t et $t+\delta$ peut s'exprimer sous la forme $\delta N \times h\nu$ ou $\Phi S\mathrm{d}t$. On en déduit que $\boxed{\delta N = \frac{\Phi S\mathrm{d}t}{h\nu}}$.

> ***L'énoncé vous aidait en disant "à l'aide des questions précédentes" : cela vous indiquait qu'elles étaient utiles. Ainsi il n'était pas pertinent de faire un raisonnement sur un cylindre de longueur $c\mathrm{d}t$ et en utilisant une densité particulaire qui n'était ici pas un paramètre de l'énoncé.***

Q26 4. On considère le système fermé { les photons qui vont frapper le miroir entre t et $t+\mathrm{d}t$}. Lorsqu'un photon est réfléchi, sa variation de quantité de mouvement est $\vec{p}(t+\mathrm{d}t) - \vec{p}(t) = \frac{h}{\lambda}(-\vec{e}_x) - \frac{h}{\lambda}\vec{e}_x = -2\frac{h}{\lambda}\vec{e}_x$.

$$\vec{\mathcal{P}}(t+\mathrm{d}t) - \vec{\mathcal{P}}(t) = \delta N \times (-2\frac{h}{\lambda}\vec{e}_x) = -2\frac{\Phi S\mathrm{d}t}{h\nu}\frac{h}{\lambda}\vec{e}_x = \boxed{-2\frac{\Phi S\mathrm{d}t}{c}\vec{e}_x}$$

5. D'après la question précédente

$\frac{\vec{\mathcal{P}}(t+\mathrm{d}t)-\vec{\mathcal{P}}(t)}{\mathrm{d}t} = \boxed{-2\frac{\Phi S}{c}\vec{e}_x}$ soit en prenant la limite lorsque $\mathrm{d}t \to 0$: $\frac{\mathrm{d}\vec{\mathcal{P}}}{\mathrm{d}t} = -2\frac{\Phi S}{c}\vec{e}_x$

Q27 Le référentiel de l'étoile étant galiléen, on applique le principe fondamental de la dynamique au système fermé défini précédemment :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathcal{P}}}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_{miroir\to photons} \Leftrightarrow -2\frac{\Phi S}{c}\vec{e}_x = \vec{F}_{miroir\to photons}$$

d'où d'après la troisième loi de Newton $\boxed{\vec{F}_{photons\to miroir} = 2\frac{\Phi S}{c}\vec{e}_x}$.

Q28 6. La pression correspondante, est telle que $\vec{F}_{photons\to miroir} = p_r S\vec{e}_x$, soit $\boxed{p_r = 2\frac{\Phi}{c}}$.

Q29 7. Dimensionnellement une pression peut être vue comme une force surfacique ou une énergie volumique. Ici nous allons utiliser énergie volumique

$\left[\frac{\Phi}{c}\right] = \frac{[P]\mathrm{L}^{-2}}{\mathrm{L.T}^{-1}} = \frac{[E]\mathrm{T}^{-1}\mathrm{L}^{-2}}{\mathrm{L.T}^{-1}} = [E]\,\mathrm{L}^{-3}$ On a donc une énergie volumique des deux cotés du signe égal, la formule est $\boxed{\text{homogène}}$.

> ***Pensez à conclure pour vos analyse dimensionnelle. Dites que la formule est homogène (si elle l'est).***

Q30 8. Application numérique :

On trouve $\boxed{F_{grav} = 0{,}1186\,\mathrm{N}}$ et $\boxed{F_{rad} = 9{,}078 \times 10^{-4}\,\mathrm{N}}$ soit 130,7 fois plus petite. (4 chiffres significatifs comme la masse ou la surface).

Ainsi, pour pouvoir utiliser la pression de radiation, il faut donc des surfaces de voile gigantesques, mais très légère. L'énergie est « gratuite », mais très très faible.

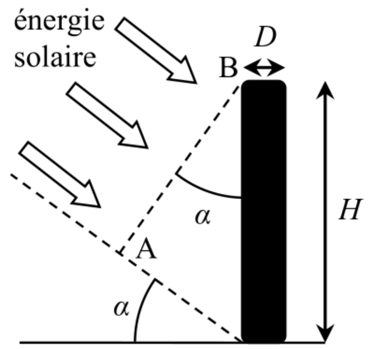
Q31 9. On ne peut pas utiliser ce mode de propulsion pour se rapprocher du soleil directement car la force exercée est telle que « les photons repoussent la voile », ce même si l'incidence n'est pas normale comme ce sera vu dans la partie suivante. Les photons étant émis par le soleil et se propageant en ligne droite, ils ont tendance à éloigner la voile du soleil.

On peut malgré tout envisager de se rapprocher du soleil par des moyens détourner : utiliser la pression de radiation pour se rapprocher d'une planète massive puis utiliser le principe de la fronde gravitationnelle pour se rapprocher du soleil (en « rentrant »la voile après passage à proximité de la planète).

Douche solaire

Q32 1. Un matériau de couleur noire absorbe plus de lumière visible en comparaison des autres couleurs. Puisque le but des parois de la douche est de récolter le plus de rayonnement solaire possible, ce choix permet d'optimiser l'absorption d'énergie.

2. On se base sur le schéma ci-dessous, où les rayons du soleil arrivent sur la douche avec un angle d'incidence par rapport à l'horizontale ? = 50° (hauteur angulaire du soleil).



Q33 On suppose que les parois de la douche absorbent l'intégralité de l'énergie solaire incidente. La puissance lumineuse $\mathcal{P}$ absorbée par la douche est égale à celle traversant la surface projetée S_p de la douche dans un plan perpendiculaire aux rayons lumineux (contenant AB sur le schéma ci-contre). En considérant que $D \ll H$, cette surface est un rectangle de hauteur $AB = H\cos(\alpha)$ et de largeur D égale au diamètre de la douche, d'où $\mathcal{P} = \Phi D H\cos(\alpha)$, avec$\Phi = 1$ kW.m^{-2} d'après l'énoncé.

3. On étudie l'eau contenue dans la douche. Il s'agit d'une phase condensée incompressible et indilatable qui subit un chauffage isochore. On applique le premier principe de la thermodynamique entre un instant initial où l'eau est à une température T_i et un instant final, après un temps τ, dans lequel l'eau est à la température T_f

$$\Delta U = C\Delta T = W + Q = \mathcal{P}\tau$$

Q34 Avec $C = mc_e = \rho V c_e$ où ρ est la masse volumique de l'eau.
Ainsi,

$$\tau = \frac{\rho c_e\,(T_f - T_i)}{\mathcal{P}}$$

On prend $T_i = 25$°C (air ambiant) et $T_f = 60$°C. La durée minimale de chauffage τ est alors d'environ 7h.

Q35 4. C'est une durée importante, qui ne valide pas l'hypothèse d'une hauteur angulaire du soleil constante sur la durée de chauffage. Par ailleurs, on néglige l'éventuel apport d'énergie supplémentaire par rayonnement issu de l'environnement de la douche solaire (mur à proximité, nuages dans le ciel). Le modèle donne donc plutôt un ordre de grandeur de ?.