

### 3.4 Machines thermiques-Exercice 11

On désire maintenir dans un appartement une température constante  $T_1 = 290$  K, grâce à une pompe à chaleur utilisant comme source froide un lac de température  $T_0 = 280$  K. La température extérieure est aussi égale à  $T_0$ . Il faut évidemment pour cela dépenser la puissance juste nécessaire pour compenser les pertes de chaleur de l'appartement.

a-Pour évaluer ces pertes on arrête le chauffage, la température de l'appartement étant initialement  $T_1$ . Au bout de deux heures la température n'est plus que de 285 K. On admet que la quantité de chaleur perdue pendant le temps  $dt$  est :  $\delta Q = aC(T - T_0)dt$  où  $T$  est la température de l'appartement à l'instant  $t$  et  $C = 10^7$  J.K<sup>-1</sup> est la capacité thermique de l'appartement. En déduire  $a$ .

b-Sachant que l'efficacité réelle de la pompe n'est que 40% de l'efficacité théorique idéale, quelle est la puissance à fournir pour maintenir une température constante dans l'appartement ?

a-Premier principe pour l'appartement entre  $t$  et  $t+dt$  :  $dU = \delta Q_{\text{ext} \rightarrow \text{appart}} = -\delta Q_{\text{perte}}$

$$CdT = -aC(T - T_0)dt \Rightarrow \frac{dT}{T - T_0} = -adt$$

$$\text{Solution : } T - T_0 = (T_1 - T_0)e^{-at} \Rightarrow a = -\frac{1}{t} \text{Ln} \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}$$

$$\text{Avec } t = 2\text{h} = 7200 \text{ s et } T = 285 \text{ K, on trouve : } a = 9,63 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

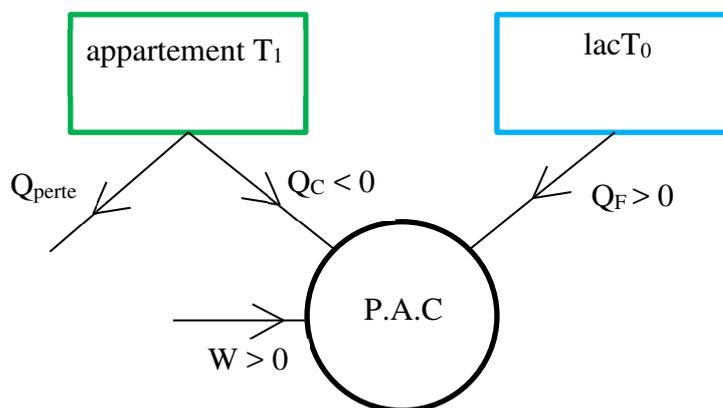
b-Premier principe pour la pompe à chaleur :  $W + Q_C + Q_F = 0$

Deuxième principe pour la pompe à chaleur en fonctionnement réversible :  $\frac{Q_C}{T_1} + \frac{Q_F}{T_0} = 0$

$$\text{On en déduit l'efficacité théorique de la pompe à chaleur : } \eta = \frac{|Q_C|}{W} = \frac{-Q_C}{-Q_C - Q_F} = \frac{T_1}{T_1 - T_0} \quad \text{A.N : } \eta = 29$$

$$\text{Efficacité réelle : } \eta_{\text{réelle}} = 0,4\eta = 11,6$$

$$\eta_{\text{réelle}} = \frac{|Q_C|}{W} = \frac{|P_C|}{P} = -\frac{P_C}{P} \text{ en terme de puissance}$$



Premier principe pour l'appartement en régime stationnaire :  $0 = -Q_C - Q_{\text{perte}}$

$$\text{Donc : } P_C = -P_{\text{pertes}} = -\frac{\delta Q_{\text{perte}}}{dt} = -aC(T_1 - T_0)$$

$$\text{On en déduit : } \eta_{\text{réelle}} = \frac{aC(T_1 - T_0)}{P}$$

$$\text{Finalement : } P = \frac{aC(T_1 - T_0)}{\eta_{\text{réelle}}} \quad \text{A.N : } P = 830 \text{ W}$$