1.7 Induction-Circuit mobile dans B variable-Exercice 2

En mars 1917, à Argenteuil, l'ingénieur André Louis Octave Fauchon-Villeplée fait la démonstration d'un canon électromagnétique : un projectile de 50 g et long de 27 cm est propulsé par la seule force d'un courant électrique à 200 m par seconde, et traverse 25 m plus loin une planche de bois épaisse de 8 cm. Actuellement, la marine américaine envisage d'équiper des navires de canons électromagnétiques.

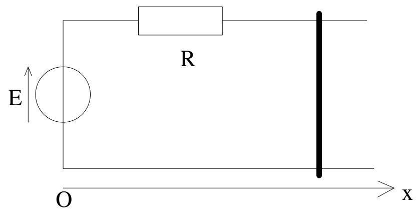
1-Un circuit électrique rigide de résistance R et d'inductance propre L est parcouru par un courant d'intensité I.

a-Donner l'expression du flux magnétique propre à travers le circuit.

b-Donner l'expression de la force électromotrice d'autoinduction.

c-Calculer en fonction de L et I l'énergie magnétique U_m que le générateur alimentant le circuit doit fournir en plus de l'énergie dissipée par effet Joule.

2-Le circuit possède maintenant une partie mobile constituée d'un barreau conducteur pouvant glisser sans frottement le long de deux rails horizontaux parallèles de direction Ox.
On désigne par x le déplacement du barreau et par $\dot{x}$ sa vitesse.
L'inductance propre du circuit dépend alors de x, soit L(x).



a-Lorsqu'un courant électrique parcourt le circuit, le barreau se met en mouvement. Expliquer pourquoi.

b-Exprimer à l'instant t la puissance fournie par le générateur en plus de celle dissipée par effet Joule.

c-Une partie de cette puissance correspond à la variation de l'énergie magnétique dU_m/dt où U_m est donnée par l'expression trouvée à la question 1-c, l'autre partie est la puissance mécanique $P_{méca}$ donnée au barreau.
Exprimer $P_{méca}$ en fonction de I, dL/dx et $\dot{x}$.

d-En déduire que la force exercée sur le barreau est : $F = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dx}$.

e-On veut éjecter un barreau de masse m avec une vitesse V sur une distance D. Le barreau est initialement au repos et on suppose la force F constante. Calculer I. Commentaire.
A.N : $dL/dx = 0{,}6\ \mu H.m^{-1}$; m = 3 g ; V = 6km/s ; D = 3 m.

1.7 Induction-Circuit mobile dans B variable-Exercice 2

1-a) $\Phi = LI$

b) Loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$ car L = constante pour un circuit rigide

c) Loi des mailles pour un circuit RL : $E = RI + L\frac{dI}{dt}$ On multiplie par I : $EI = RI^2 + LI\frac{dI}{dt}$

D'où le bilan de puissance : $P_{générateur} = P_{Joule} + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}LI^2\right)$

L'énergie magnétique est : $\boxed{U_m = \frac{1}{2}LI^2}$

2-a) Passage d'un courant => création d'un champ magnétique par le circuit
=> force de Laplace exercée par ce champ sur le barreau
=> <u>mouvement du barreau</u>

b) Loi des mailles : $E = RI - e$ avec $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt}$ la force électromotrice d'auto-induction

On multiplie par I : $EI = RI^2 + I\frac{d(LI)}{dt}$

<u>La puissance supplémentaire</u> fournie par le générateur est donc : $\boxed{P_{sup} = I\frac{d(LI)}{dt}}$

c) On traduit l'énoncé : $P_{sup} = \frac{dU_m}{dt} + P_{méca}$ soit : $I\frac{d(LI)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}LI^2\right) + P_{méca}$

Puis on développe : $LI\frac{d(I)}{dt} + I^2\frac{dL}{dt} = LI\frac{dI}{dt} + \frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dt} + P_{méca}$

D'où : $\boxed{P_{méca} = \frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dt}}$

d) On a ensuite : $P_{méca} = F.\frac{dx}{dt}$ d'où : $\boxed{F = \frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dx}}$

e) Loi de la quantité de mouvement au barreau, en projection selon Ox, dans *R* galiléen : $m\frac{dv}{dt} = F$

d'où : $v = \frac{F}{m}t$ car F est constante et la vitesse initiale nulle

puis : $x = \frac{F}{2m}t^2$

A l'instant final t_f, on veut : $V = \frac{F}{m}t_f$ et $D = \frac{F}{2m}t_f^{\,2}$ d'où : $D = \frac{F}{2m}\left(\frac{mV}{F}\right)^2 = \frac{mV^2}{2F}$

On en déduit : $F = \frac{mV^2}{2D}$ => $\frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dx} = \frac{mV^2}{2D}$

Finalement : $\boxed{I = V\sqrt{\frac{m}{D\frac{dL}{dx}}}}$ A.N : <u>I = 245000 A</u> C'est énorme.
