3.1 Systèmes ouverts-Exercice 8

De l'azote assimilé à un gaz parfait diatomique ($M = 28\ g.mol^{-1}$; $\gamma = 1,4$) s'écoule en régime permanent dans une turbine avec un débit massique $D_m = 4\ kg.s^{-1}$. On néglige les différences d'altitude.

Les conditions d'écoulement sont : - à l'entrée : pression $P_1 = 4$ bar et vitesse $c_1 = 20\ m.s^{-1}$
- à la sortie : pression $P_2 = 2$ bar et vitesse $c_2 = 180\ m.s^{-1}$

La turbine ***fournit à l'extérieur*** une puissance mécanique $P = 80$ kW, le gaz sort à une température T_2 égale à la température extérieure $Ta = 298$ K.

Données : variation d'entropie massiques d'un gaz parfait entre un état initial i et un état final f :

$$\Delta s_{\text{gaz parfait}} = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)} Ln(\frac{T_f}{T_i}) - \frac{R}{M} Ln(\frac{P_f}{P_i})$$

a-Démontrer le premier principe « industriel » : $\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_u + q$

b-Exprimer la variation d'enthalpie massique Δh pour un gaz parfait. Exprimer c_P en fonction de γ et M.

c-Dans l'hypothèse où la transformation subie par l'azote est isotherme, quelle est la puissance thermique P_{th} reçue par le gaz ? Calculer la variation d'entropie massique du gaz et l'entropie créée par seconde.

d-Dans le cas d'une transformation adiabatique, calculer la température à l'entrée de la turbine. Calculer l'entropie créée par seconde.

---

a- Voir cours

b- $\boxed{\Delta h = c_p \Delta T}$ avec : $c_p = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)}$

c- • Evolution isotherme à la température $T_1 = T_2 = T_a$ => $\Delta h = c_p(T_2 - T_1) = 0$

Le premier principe industriel devient : $\Delta e_c = w_u + q$

avec $w_u < 0$ car le fluide fournit du travail à l'extérieur.

q est en $J.kg^{-1}$, donc $P_{th} = D_m q$ et de même $P = - D_m w_u$

D'où : $\boxed{P_{th} = P + \frac{1}{2} D_m (c_2^2 - c_1^2)}$ A.N : <u>$P_{th} = 144$ kW</u>

• Variation d'entropie massique : $\boxed{\Delta s = -\frac{R}{M} Ln(\frac{P_2}{P_1})}$

• Entropie créée par seconde : $\sigma = D_m s_c = D_m(\Delta s - \frac{q}{T_a}) = D_m \Delta s - \frac{P_{th}}{T_a}$

D'où : $\boxed{\sigma = -D_m \frac{R}{M} Ln(\frac{P_2}{P_1}) - \frac{P_{th}}{T_a}}$ A.N : <u>$\sigma = 340\ J.K^{-1}.s^{-1}$</u>

d- • Evolution adiabatique : $q = 0$ Le premier principe industriel devient : $\Delta h + \Delta e_c = w_u$

Soit : $c_p(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) = -\frac{P}{D_m}$ avec : $c_p = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)}$

D'où : $\boxed{T_1 = T_2 + \frac{1}{2c_p}(c_2^2 - c_1^2) + \frac{P}{D_m c_p}}$ A.N : <u>$T_1 = 333$ K</u>

• $\sigma = D_m s_c = D_m \Delta s$ car $q = 0$

On a : $\Delta s = c_p Ln(\frac{T_2}{T_1}) - \frac{R}{M} Ln(\frac{P_2}{P_1})$ D'où : $\boxed{\sigma = D_m [c_p Ln(\frac{T_2}{T_1}) - \frac{R}{M} Ln(\frac{P_2}{P_1})]}$ A.N : : <u>$\sigma = 362\ J.K^{-1}.s^{-1}$</u>
