3.2 Diffusion de particules-Exercice 4

Soit un tube de section S, de hauteur L, contenant un solvant incolore de masse volumique ρ_s et N particules bleues, de masse. Initialement le fluide est homogène. On note C(z) le nombre de particules bleues par unité de volume à une hauteur z.

1-Comment évolue la couleur dans le tube ?

2-Une particule bleue M subit la force de pesanteur, la poussée d'Archimède et la force de viscosité $\vec{F} = -\frac{\vec{v}}{\mu}$.

a-Déterminer la dimension de μ.

b-Appliquer le principe fondamental de la dynamique à M et montrer qu'une vitesse limite est atteinte.

c-En déduire le vecteur densité volumique de courant de particules $\vec{j}_c$.

3-En réalité, l'hétérogénéité dans le tube conduit à un phénomène de diffusion, de coefficient D.

a-Comment s'écrit le vecteur densité volumique de courant de diffusion $\vec{j}_d$?

b-On se place maintenant en régime stationnaire. Démontrer que C(z) = C(0)exp(-z/H) et exprimer H.

c-ρ_m = 1300 kg.m^{-3} ; ρ_s = 1000 kg.m^{-3} ; $M_{particule}$ = 43,8.10^4 kg.mol^{-1} ; D/μ = 4,1.10^{-21} S.I. Calculer H.

1- $\rho_m > \rho_s$ => les particules bleues tombent
=> <u>bleu foncé en bas du tube et incolore en haut du tube</u>

2-a) $[\mu] = T.M^{-1}$

b) Un particule M est soumise à son poids, la poussée d'Archimède et la force de frottement.

Principe fondamental de la dynamique : $\rho_m V\dot{v} = -\rho_m Vg + \rho_s Vg - \frac{v}{\mu}$ avec V = volume de la particule

$$\dot{v} + \frac{v}{\mu\rho_m V} = g\frac{\rho_s - \rho_m}{\rho_m}$$

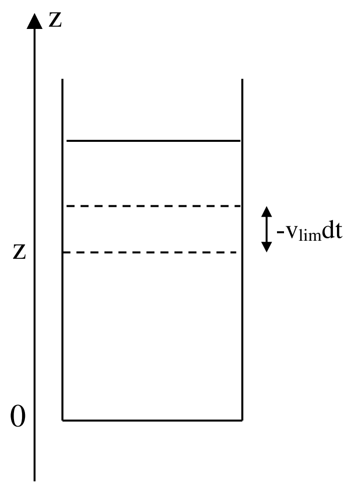
La solution de l'équation sans second membre est en exp(-t/$\mu\rho_m$V) et tend vers 0 au bout d'un temps suffisant.

La particule atteint donc la vitesse limite : $\boxed{v_{lim} = \mu Vg(\rho_s - \rho_m)} < 0$

c) Le nombre de particules qui traversent la section S de cote z, orientée selon $-\vec{e}_z$ est : dN = C(z).S.(-v_{lim})dt

Par définition de $\vec{j}_c$: $dN = \vec{j}_c.(-S\vec{e}_z)dt = -j_c S dt$

D'où : $j_c = C(z)v_{lim}$ et $\boxed{\vec{j}_c = C(z)\vec{v}_{lim}}$



3-a) Loi de Fick : $\boxed{\vec{j}_d = -D\overrightarrow{grad}C(z) = -D\frac{dC}{dz}\vec{e}_z}$

b) En régime stationnaire, le flux net de particules à travers la section de cote z est nul : $\vec{j}_c + \vec{j}_d = \vec{0}$

Selon Oz : $-D\frac{dC}{dz} + Cv_{lim} = 0$ soit : $\frac{dC}{dz} - \frac{v_{lim}}{D}C = 0$

La solution est : $C(z) = C(0)e^{-\frac{z}{H}}$ avec $\boxed{H = -\frac{D}{v_{lim}}}$

c) On a : $m = \rho_m V = \frac{M_{particule}}{N_a} = 7{,}3.10^{-9}$ kg d'où : V = 5,6.10^{-22} m^3

A.N : <u>H = 2,5 mm</u>
