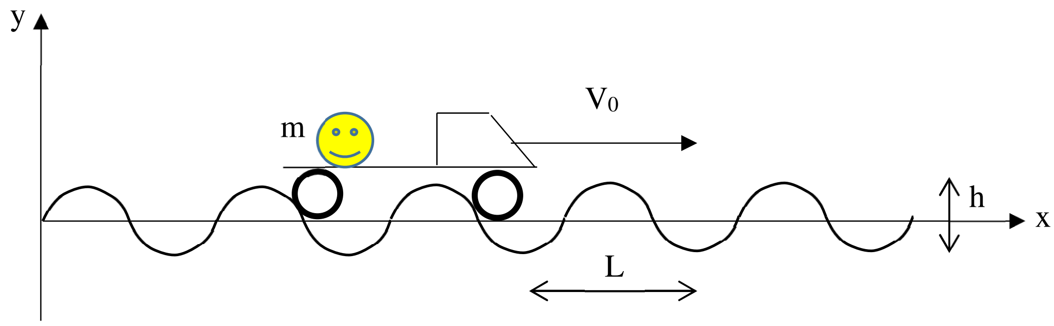
4.2.1 Dynamique référentiels en translation-Exercice 3



Une voiture avance sur une route sinusoïdale avec une vitesse constante V_0. Dans cette voiture se trouve une peluche de masse m.

1-Déterminer la loi y(x). En déduire l'accélération de la voiture.

2-A partir de quelle vitesse V_0 la peluche se met-elle à sauter ?

3-Faire une application numérique en choisissant des valeurs plausibles.

1-Forme de la route : $\boxed{y(x) = \frac{h}{2}\sin(\frac{2\pi x}{L})}$

On a $x(t) = V_0 t$ d'où : $y(t) = \frac{h}{2}\sin(\frac{2\pi V_0 t}{L})$

Accélération de la voiture : $\boxed{\vec{a}(t) = \ddot{y}(t)\vec{u}_y = -\frac{h}{2}\left(\frac{2\pi V_0}{L}\right)^2 \sin(\frac{2\pi V_0}{L}t)\vec{u}_y}$

2-Référentiel : R' lié à la voiture, en translation par rapport au référentiel terrestre galiléen, non galiléen

Système : la peluche

Actions sur le système :

- Poids : $m\vec{g} = -mg\vec{u}_y$
- Réaction de la voiture : $\vec{R} = R\vec{u}_y$
- Force d'inertie d'entraînement : $\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e = -m\vec{a} = -m\ddot{y}\vec{u}_y = m\frac{h}{2}\left(\frac{2\pi V_0}{L}\right)^2 \sin(\frac{2\pi V_0}{L}t)\vec{u}_y$

Equilibre de la peluche : $\vec{0} = -mg\vec{u}_y + R\vec{u}_y + m\frac{h}{2}\left(\frac{2\pi V_0}{L}\right)^2 \sin(\frac{2\pi V_0}{L}t)\vec{u}_y$

Donc : $R = mg - m\frac{h}{2}\left(\frac{2\pi V_0}{L}\right)^2 \sin(\frac{2\pi V_0}{L}t)$

La peluche ne décolle pas si R > 0 à tout instant.

Le cas le plus défavorable correspond à $R_{min} = m\left[g - \frac{h}{2}\left(\frac{2\pi V_0}{L}\right)^2\right] > 0$ D'où : $V_0 < \frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{2g}{h}}$

La peluche décolle si : $\boxed{V_0 > \frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{2g}{h}}}$

3-On prend : L = 20 m ; h = 1 m A.N : <u>$V_{0min} = 14\ m.s^{-1} = 50\ km.h^{-1}$</u>
