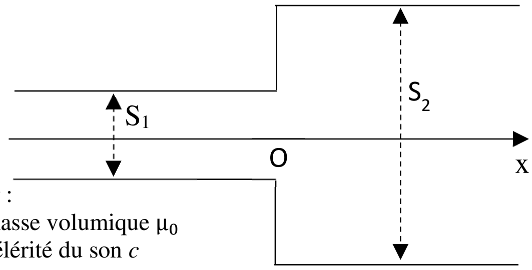
6.6.1 Interface ondes acoustiques-Exercice 6

Une onde sonore incidente de pression acoustique $p_i(x,t) = p_0 \cos(\omega t - kx)$ se propage dans un tuyau de section S_1 dont la section devient $S_2 = \alpha S_1$ en x = 0.



Air :
- masse volumique μ_0
- célérité du son c

a-Exprimer les pressions acoustiques $p_r(x,t)$ et $p_t(x,t)$ des ondes réfléchie et transmise. En déduire les champs de vitesse $v_i(x,t)$, $v_r(x,t)$ et $v_t(x,t)$ des trois ondes.

b-On suppose qu'il y a continuité du débit volumique en x = 0. Etablir deux relations en x = 0.

c-En déduire les coefficients de réflexion $r = \frac{p_r(0,t)}{p_i(0,t)}$ et de transmission $\tau = \frac{p_t(0,t)}{p_i(0,t)}$.

d-Calculer les puissances acoustiques moyennes incidente P_i, réfléchie P_r et transmise P_t.
En déduire les coefficients de réflexion et de transmission en puissance $R = \frac{P_r}{P_i}$ et $T = \frac{P_t}{P_i}$.
Que vaut R + T ? Commenter.

e-Que se passe-t-il lorsque α tend vers 0 ou vers +∞ ?

---

a-On a : $\boxed{\begin{aligned} p_r(x,t) &= p_{0r}\cos(\omega t + kx - \varphi_r) \\ p_t(x,t) &= p_{0t}\cos(\omega t - kx - \varphi_t) \end{aligned}}$

Et par les relations de structure de l'onde acoustique plane progressive harmonique :

$$\boxed{\begin{aligned} v_i(x,t) &= \frac{p_0}{\mu_0 c}\cos(\omega t - kx) \\ v_r(x,t) &= -\frac{p_{0r}}{\mu_0 c}\cos(\omega t + kx - \varphi_r) \\ v_t(x,t) &= \frac{p_{0t}}{\mu_0 c}\cos(\omega t - kx - \varphi_t) \end{aligned}}$$

b-Continuité de la pression acoustique en x = 0 : $p_0 \cos(\omega t) + p_{0r}\cos(\omega t - \varphi_r) = p_{0t}\cos(\omega t - \varphi_t)$

Cela doit être vrai pour tout t donc : $\varphi_r = \varphi_t = 0$ et $\boxed{p_0 + p_{0r} = p_{0t}}$

Continuité du débit volumique de fluide en x = 0 : $S_1(v_i(0,t) + v_r(0,t)) = S_2 v_t(0,t)$

On en déduit : $\boxed{S_1(p_0 - p_{0r}) = S_2 p_{0t}}$

c-On en déduit : $\boxed{r = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{2S_1}{S_1 + S_2}}$

d-Intensité sonore incidente : $I_i = \langle p_i(x,t)v_i(x,t)\rangle = \frac{p_0^2}{2\mu_0 c}$

Intensité sonore réfléchie : $I_r = \langle -p_r(x,t)v_r(x,t)\rangle = \frac{p_{0r}^2}{2\mu_0 c}$

Intensité sonore transmise : $I_t = \langle p_t(x,t)v_t(x,t)\rangle = \frac{p_{0t}^2}{2\mu_0 c}$

D'où les puissances : $\boxed{P_i = I_i S_1 = \frac{p_0^2}{2\mu_0 c}S_1 \qquad P_r = I_r S_1 = \frac{p_{0r}^2}{2\mu_0 c}S_1 \qquad P_t = I_t S_2 = \frac{p_{0t}^2}{2\mu_0 c}S_2}$

On en déduit : $\boxed{R = r^2 = \left(\frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}\right)^2}$ et $\boxed{T = \tau^2\frac{S_2}{S_1} = \frac{4S_1S_2}{(S_1 + S_2)^2}}$

On a : R + T = 1 ce qui traduit la conservation de l'énergie au niveau de l'interface

e-$\alpha = 0$ équivaut à $S_2 = 0$. Alors R = 1 et T = 0. La réflexion est totale sur l'obstacle fermé.
α infini équivaut à $S_1 = 0$. Alors R = 1 et T = 0. La réflexion est totale sur l'obstacle largement ouvert.
