

EM₀₁ Champ magnétique

PCSI₂ 2024 – 2025

Cette partie fait suite à ce que vous avez déjà vu en classe de première sur le champ magnétique.

Des technologies telles que la boussole, le moteur électrique, les alternateurs de centrale électrique, les hauts-parleurs, les transformateurs, les plaques à induction, le rechargement de batterie sans contact etc... reposent sur l'utilisation de champ magnétique et du phénomène d'induction.

Attention : En induction, il faut (encore une fois) faire tout particulièrement faire attention **aux signes !**

I Champ magnétique : visualisation et représentation

1. Rappel

Définition : On appelle champ une grandeur qui dépend de la position de l'espace (et éventuellement du temps). Dans le cas où la grandeur est un nombre, on parle de champ scalaire et dans le cas où la grandeur est un vecteur, on parle de champ vectoriel.

De la même façon que nous avons vu ce qu'est la circulation d'un champ de vecteur **qui peut me le rappeler ? ...**

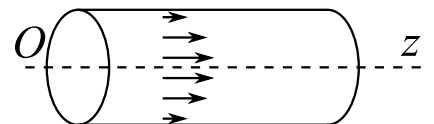
Définition : On appelle flux d'un champ vectoriel $\vec{A}$ à travers une surface orientée S la grandeur **scalaire :**

$$\phi_S(\vec{A}) = \iint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{A} \cdot \vec{n} dS$$

où $d\vec{S}$ est défini comme dans le cas des forces de pression.

Exemple :

Dans le cas de l'écoulement d'un fluide dans une conduite cylindrique d'axe Oz et de rayon R (sang dans le corps humain par exemple), le champ des vitesses s'écrit en coordonnées cylindriques :



$$\vec{v}(r, \theta, z) = K \times (R^2 - r^2) \vec{e}_z$$

où K est une constante qui dépend du gradient de pression et de la viscosité du fluide. Calculez le flux du vecteur $\vec{v}$ à travers une surface $z = cte$. Il s'agit en fait du débit volumique.

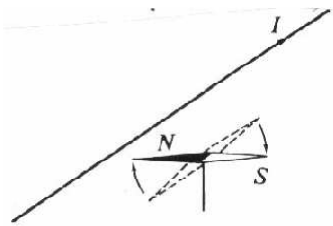
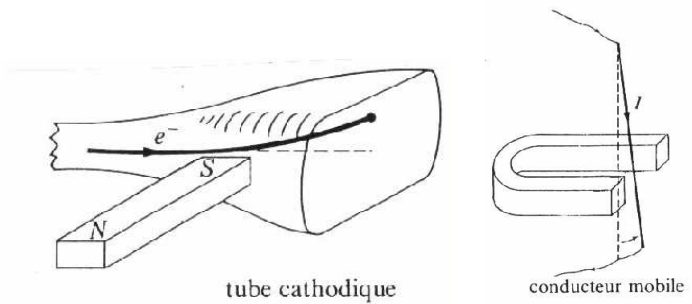
$$\iint \rho K \times (R^2 - r^2) \vec{e}_z \cdot r dr d\theta \vec{e}_z = 2\pi \rho K \left[\frac{R^2 r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_{r=0}^R = 2\pi \rho K \frac{R^4}{4}$$

croît très fortement avec R

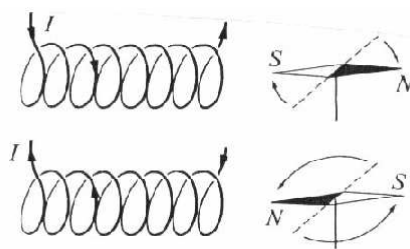
2. Première approche

Observations :

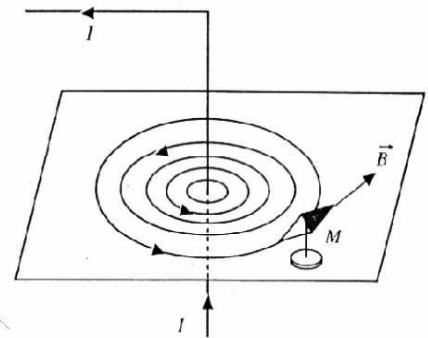
- En présence d'un aimant ou d'un solénoïde, un faisceau de particules chargées en mouvement est dévié (force de **Lorentz**).
- Une boussole ou tout autre aimant (oxyde magnétique de Fer Fe_3O_4) allongé et libre de ses rotations ou même une simple spire parcourue par un courant tend à s'orienter selon une direction privilégiée en présence d'un autre aimant ou d'un courant électrique.



Expérience d'Oersted.



Action d'un courant sur un aimant.



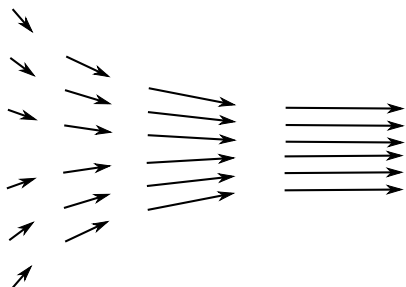
- Un aimant ou un solénoïde attire des objets en fer mais n'a aucune action sur des charges au repos.

Conclusion : un aimant ou un courant électrique (charge en mouvement) crée une modification des propriétés de l'espace que l'on appelle **champ magnétostatique** (on se place dans l'ARQS) ou **magnétique permanent**.

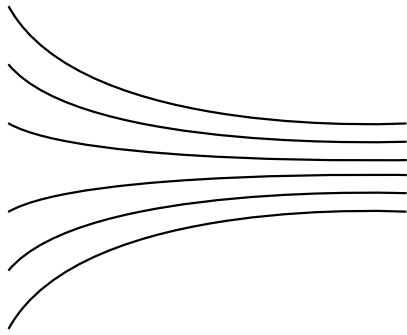
Ce champ magnétique a un effet sur les aimants ou sur les charges en mouvement.

Définition : le champ magnétique $\vec{B}$ est défini à partir de la force de **Lorentz** que subit une particule de charge q quand elle se déplace à $\vec{v}$ dans ce champ : $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$

3. Visualisation et représentation



Nous avons déjà vu (M_1) qu'il était possible de représenter un champ vectoriel en représentant des flèches en certains points de l'espace. Cette représentation est celle dont la lecture est la plus facile : les zones de champ fort sont celles où **la longueur des flèches est la plus grande et réciproquement**. Les zones de champ uniforme sont celles où **les flèches sont parallèles et de même longueur**.



On a aussi souvent l'habitude de représenter les lignes de champ.

Définition : Pour un champ vectoriel, les lignes de champ sont les courbes **tangentes en chaque point au champ**.

On peut voir les lignes de champ correspondant au schéma précédent ci-contre.

Équation des lignes de champ : Pour mettre en équation la définition précédente, il suffit de se rappeler que deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si **leur produit vectoriel est nul**.

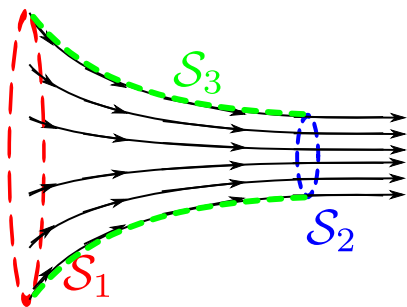
$$\vec{A} \wedge \vec{dl} = \vec{0} \Leftrightarrow \exists \lambda, \lambda \vec{A} = \vec{dl}$$

Il est moins aisé sur cette représentation de reconnaître les zones de champ fort et les zones de champ uniforme. Pour les reconnaître, il est utile de connaître une propriété du champ magnétique :

- Le champ magnétique est un champ **à flux conservatif** : c'est-à-dire qu'à travers toute surface **fermée** (délimitant un volume), le flux de $\vec{B}$ est nul.

Si on définit une surface fermée telle que :

- la surface latérale S_3 est **tangente aux lignes de champs**
- on ferme la surface avec S_2 et S_1 de façon à ce que ces surfaces **soient orthogonales au champ**



Une telle surface est appelée **tube de champ**.

Alors le flux de $\vec{B}$ à travers cette surface fermée orientée vers l'extérieur est :

$$\underbrace{\phi_{(S_1+S_2+S_3)}}_{\text{flux conservatif}} = 0 = \underbrace{\phi_{S_1} + \phi_{S_2} + \phi_{S_3}}_{\text{linéarité de l'intégrale}} = \underbrace{-\langle B_1 \rangle S_1}_{\text{orientation surface normale}} + \underbrace{\langle B_2 \rangle S_2 + 0}_{\text{surface tangente}}$$

Ainsi, $\langle B_1 \rangle S_1 = \langle B_2 \rangle S_2$: si les lignes de champ se rapprochent les unes des autres, alors $S_2 < S_1$ et $\langle B_2 \rangle > \langle B_1 \rangle$

Zone de champ faible ou uniforme : Les zones de champ faible, pour le champ magnétique, sont celles **où les lignes de champ sont le plus éloignées (et réciproquement)**. Par contraposée, pour que le champ puisse être uniforme, il faut que les lignes de champ soient **parallèles**.

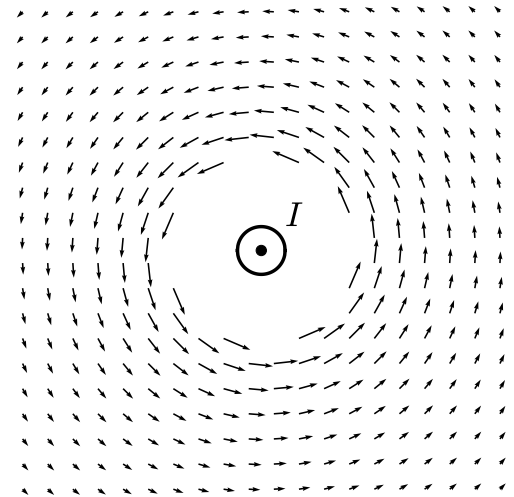
Visualisation expérimentale : expérimentalement, il est assez facile de visualiser les lignes de champ magnétique en renversant de la limaille de fer. Chaque petit morceau de fer s'aimante légèrement en présence du champ magnétique puis tend à s'orienter selon la direction du champ.

4. Carte de champ pour un fil

Pour un fil infini parcouru par un courant électrique, en tout point le champ magnétique est contenu dans le plan orthogonal au fil passant par ce point. Dans un de ces plans, l'allure du champ magnétique est telle que ci-contre.

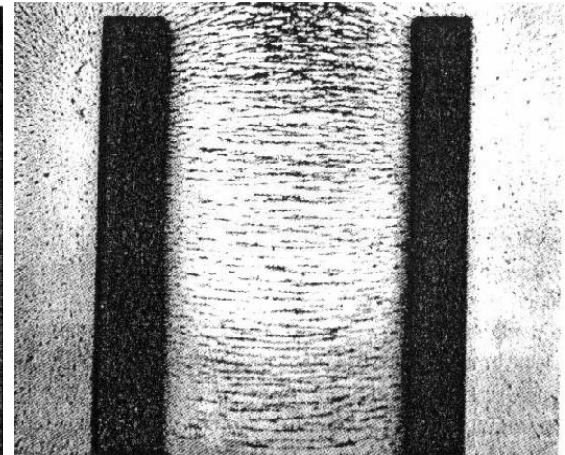
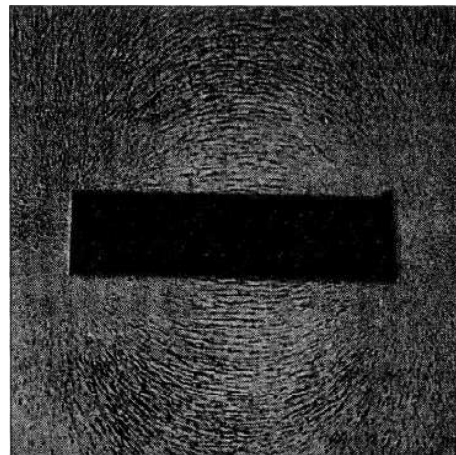
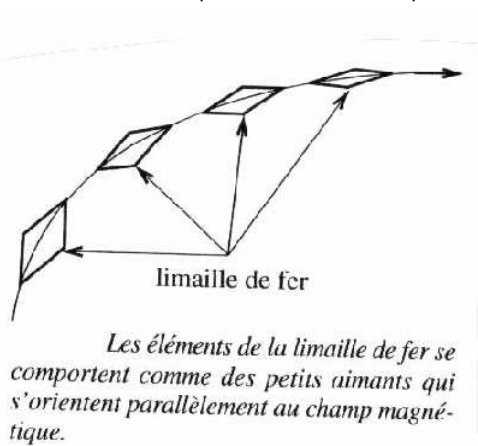
- les lignes de champ sont **des cercles (courbe fermées)**
- les lignes de champ **tournent autour du fil en respectant la règle de la main droite ou du tire-bouchon par rapport au sens du courant.**

Ces propriétés sont assez générales.

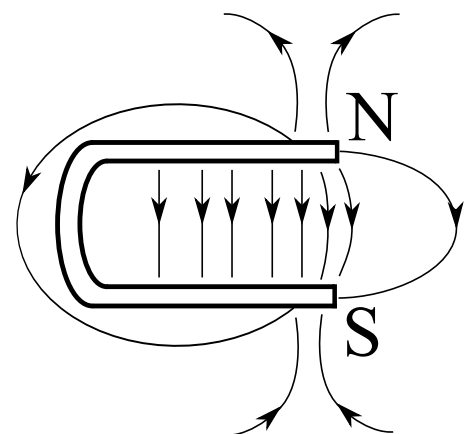
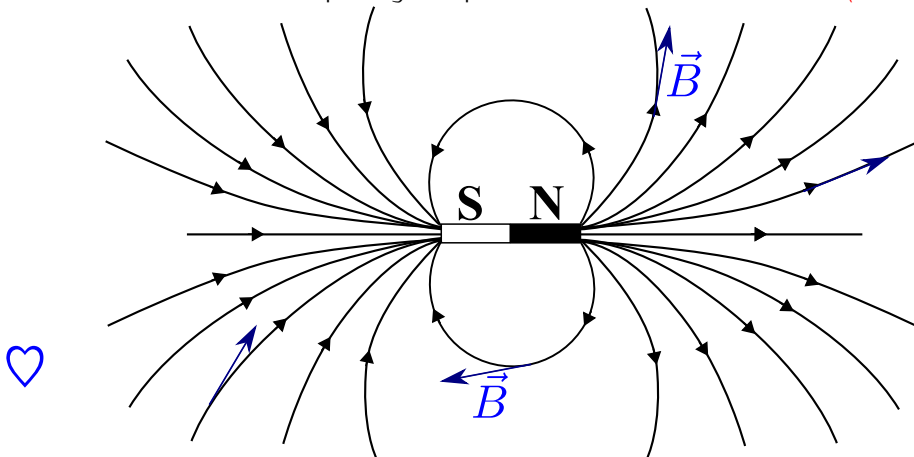


5. cas de l'aimant

Voici ce que l'on observe pour un aimant droit et pour un aimant en U grâce à de la limaille de fer :

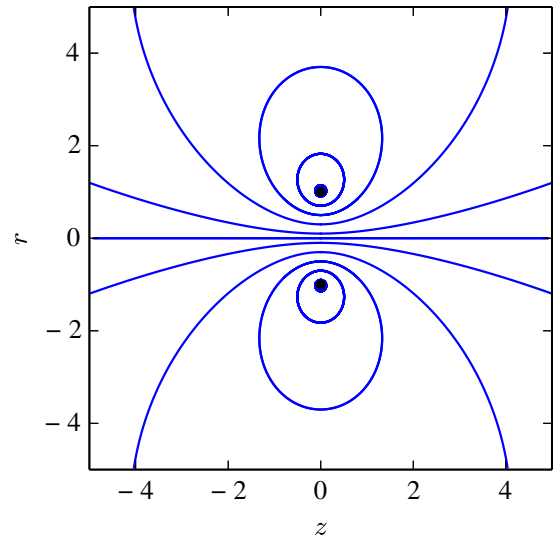
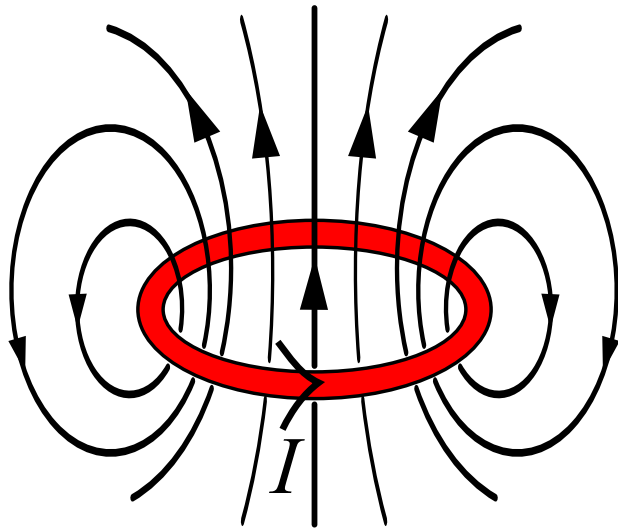


On définit une face nord et une face sud pour l'aimant tels que : **le champ SORT par le NORD.**
Les cartes de champ magnétique sont donc les suivantes : **(à connaître)**



6. Spire circulaire

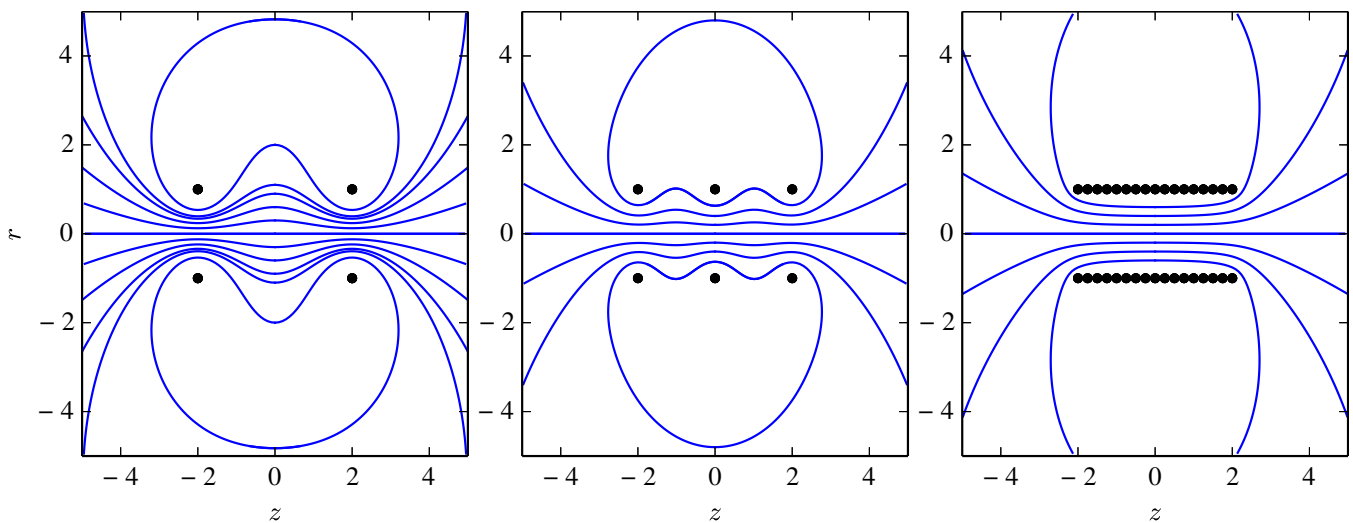
Pour une spire circulaire (fil circulaire parcouru par un courant), le champ possède une invariance par rotation autour de l'axe de la spire. On ne représente donc en général le champ que dans un plan qui contient l'axe de rotation. On observe à nouveau que les lignes de champ tournent autour des courants en respectant la règle du tire-bouchon/de la main droite.



On remarque que le champ créé par une spire est **analogue à celui créé par un aimant**.
On peut donc définir de même une face nord et une face sud de la spire.

7. Bobine longue

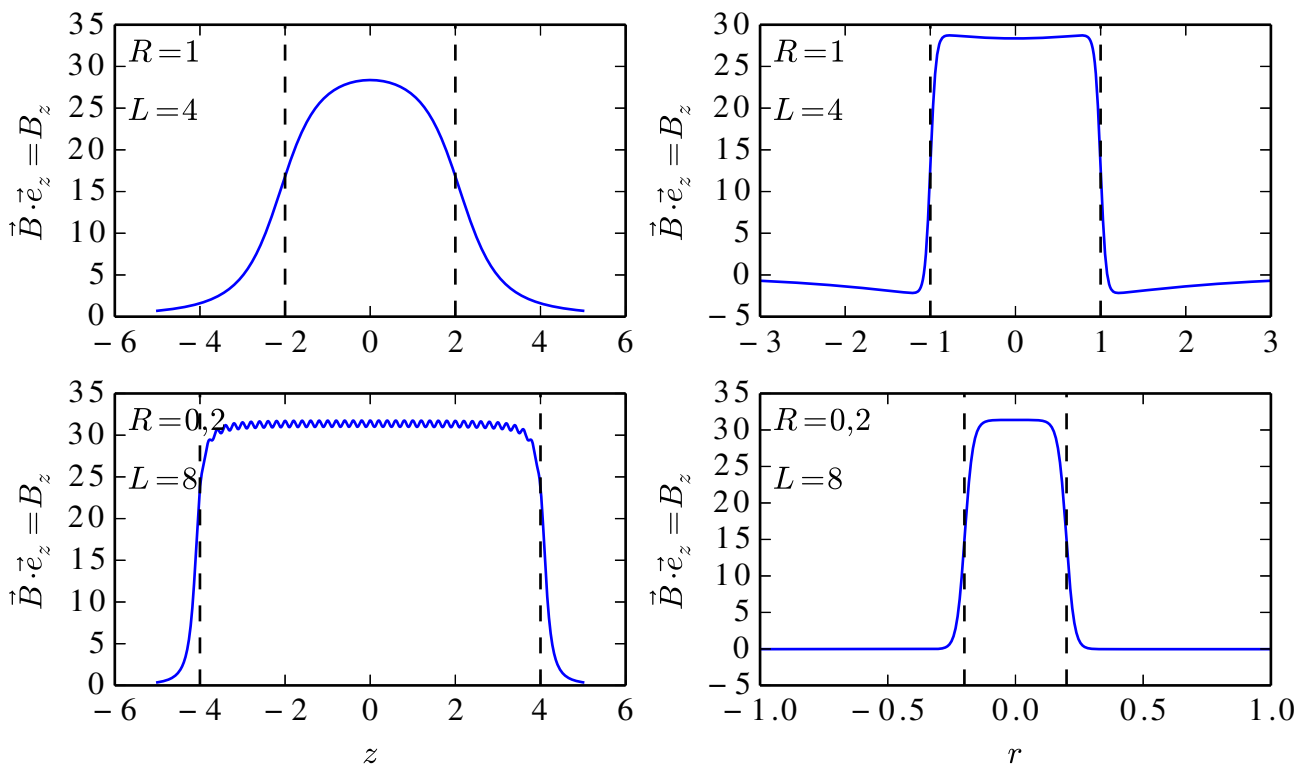
Les équations auxquelles obéit le champ magnétique sont des équations linéaires. On peut donc appliquer le principe de superposition : le champ créé par deux spires est la somme des champs créés par chacune des spires.



On remarque qu'à l'intérieur du solénoïde, les lignes de champ sont presque parallèles.

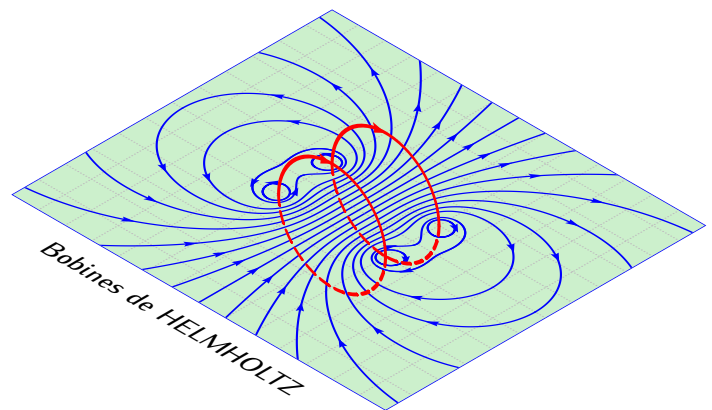
Lorsque le solénoïde est long, le champ à l'intérieur est à peu près uniforme. Les figures suivantes représentent les variations de la composante B_z du champ magnétique en fonction de z et r pour deux rapport d'aspect différents (rapport entre la longueur L du solénoïde et le rayon R). Les pointillés représentent les limites du solénoïde.

On observe que plus le solénoïde est long par rapport à son rayon, plus le champ à l'intérieur est uniforme et le champ à l'extérieur est nul : **un solénoïde long est donc un moyen de réaliser expérimentalement un champ magnétique homogène**.



8. Bobines de Helmholtz

Il existe une configuration célèbre qui permet d'obtenir un champ relativement uniforme avec uniquement deux bobines. Il faut que la distance entre les deux bobines soit égale au rayon des bobines. Cette configuration est appelée bobines de Helmholtz en hommage au physicien Hermann Ludwig von Helmholtz.



9. Symétries et invariances

À l'aide de toutes ces observations, on peut énoncer les deux propriétés suivantes :



- Les invariances des courants se retrouvent dans les invariances du champ.
- Le champ $\vec{B}$ appartient aux éventuels plans d'antisymétrie des courants et est orthogonal aux éventuels plans de symétrie.

Fil infini :

- Invariance de I par rotation autour de $\vec{e}_z$
- Invariance par translation selon $\vec{e}_z$
- Le plan contenant le point M et le fil est un plan de symétrie des courants.

$$\vec{B} = B(r)\vec{e}_\theta$$

Champ sur l'axe d'une spire :

— Invariance par rotation autour de $\vec{e}_z$

Le plan de la spire est un plan de symétrie. Tout plan contenant $\vec{e}_z$ est un plan d'antisymétrie.

Un point M sur l'axe $\vec{e}_z$ appartient à tous les plans d'antisymétrie, et $\vec{B}$ appartient à leur intersection.

Donc : $\vec{B}(M) = B(z)\vec{e}_z$

II Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant

1. Unité de mesure

Dans le paragraphe précédent, l'aspect quantitatif n'a pas été abordé. Dans le vide, les équations qui relient le champ magnétique aux courants qui le crée sont linéaires. D'après le principe de superposition (et l'expérience !) on a donc **proportionnalité entre le courant I et l'intensité du champ magnétique.**

Unité : l'intensité du champ magnétique s'exprime **en Tesla (T)** et se mesure à l'aide d'un **teslamètre.**

2. Exemple

Dans le cas du fil infini, les calculs de magnétostatique donnent

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta \quad ; \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

Quel courant faut-il faire passer dans le fil pour avoir un champ de 1 T à 1 mm du fil ?

$$I = 2\pi r B / \mu_0 = 2\pi \cdot 10^{-3} / (4\pi \times 10^{-7}) = 5000 \text{ A}$$

1 T représente donc un champ important. Quelques ordre de grandeurs :

- Composante horizontale du champ magnétique terrestre $B \simeq 2 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 0,2 \text{ Gs (Gauss)}$.
- Aimant permanent ordinaire $B \simeq 10^{-2} \text{ T}$
- Aimant permanent puissant $B \simeq 0,3 \text{ T}$
- Bobine supraconductrice (RMN-IRM) : **quelques T à quelques dizaines de T au maximum.**
- Pulsar jeune B de l'ordre de 10^9 T . **pulsar=jeune étoile à neutron**

3. Cas du solénoïde infini

Nous avons vu précédemment que lorsque le solénoïde a une longueur très grande devant son rayon, le champ à l'intérieur tend à être uniforme et le champ à l'extérieur à être nul. Dans le cas où le rapport L/R est supérieur à quelque dizaines, tout se passe comme si le solénoïde était infini pour le calcul du champ magnétique. On obtient dans ce cas là :

$$B_{int} = \mu_0 n I \quad ; \quad B_{ext} \simeq 0$$

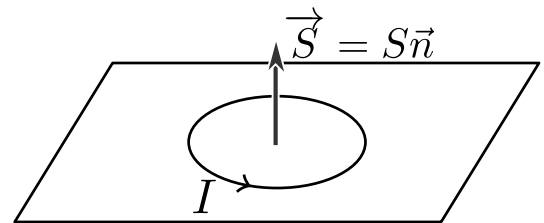
où n est le nombre de spires par unité de longueur (densité linéique de spires) et I le courant parcourant chacune des spires.

III Moment magnétique

Vu de loin, de nombreux objets présente une carte de champ magnétique analogue à celle d'une spire. On peut citer une spire, un aimant droit, la terre, un électron, un neutron.

1. Définition

On peut établir que, vu à une distance grande par rapport à son rayon, le champ magnétique créé par une boucle de courant plane peut s'exprimer en fonction du produit $I \times S$, du plan dans lequel se situe la spire et du sens dans lequel le courant circule. Ainsi, un observateur a grande distance ne fera pas la différence entre une spire parcourue par un courant $2i$ et de rayon R et une spire parcourue par un courant i et de rayon $R\sqrt{2}$.



Définition : Pour une boucle de courant plane dont la surface est S et qui est parcourue par un courant d'intensité i , on définit le moment magnétique par la relation :

$$\vec{M} = i\vec{S} = iS\vec{n}$$

où $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan de la spire dont le sens est fixé par la règle du tire bouchon par rapport au sens du courant. Le moment magnétique s'exprime en $A.m^2$

2. Cas d'un aimant

Le champ produit par un aimant à grande distance est le même que celui produit par une boucle de courant, on définit donc le moment magnétique d'un aimant par analogie avec celui d'une boucle de courant : le moment magnétique d'un aimant est le moment magnétique d'une spire de courant qui produirait le même champ.

O.D.G. :



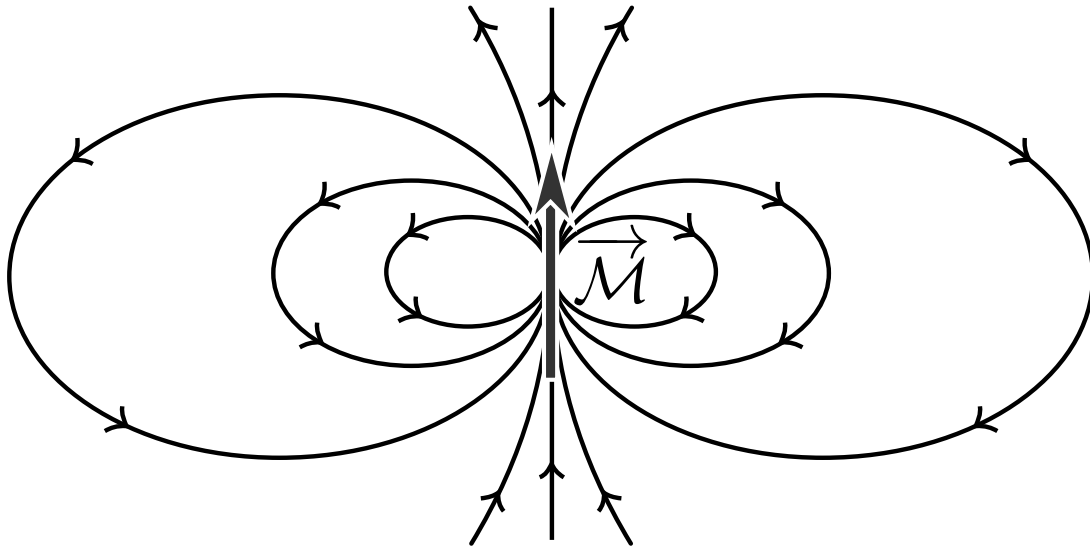
- Aimant ordinaire : quelques $A.m^2$
- Terre : $\simeq 10^{23} A.m^2$
- Électron : $\simeq 10^{-23} A.m^2$

3. Lignes de champ

La direction et le sens de $\vec{M}$ indiquent la direction et le sens du champ magnétique.

La norme de $\vec{M}$ indique l'intensité du champ magnétique

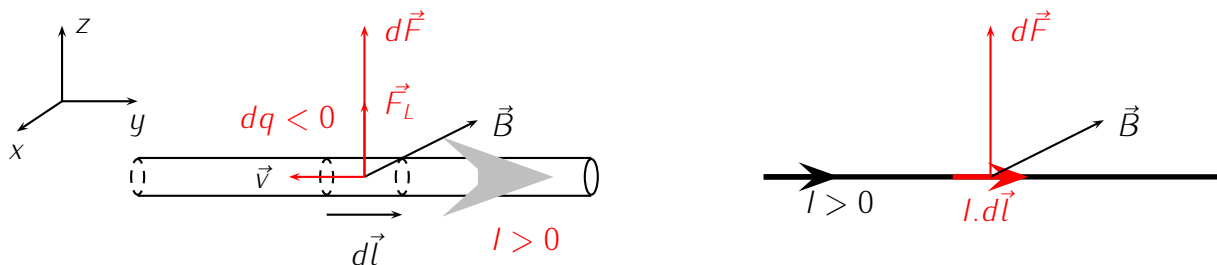
Les lignes de champ créées par un moment magnétique sont représentés sur la figure ci-dessous. La boucle de courant ou l'aimant n'est pas représenté car il est ponctuel à l'échelle de la distance d'observation.



IV Force de Laplace

1. Force élémentaire

Soit un conducteur filiforme parcouru par un courant I et plongé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$. Chaque porteur de charges en mouvement subit la force de Lorentz $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$. Du point de vue du conducteur, l'ensemble de ces forces a pour résultante une force moyenne qui dépend de l'intensité du courant (elle même liée au nombre de charges et à leur vitesse) et à la direction dans laquelle les charges se déplacent : la direction du conducteur.



Définition : La force de Laplace élémentaire subie par un élément de conducteur de longueur dl parcouru par un courant I et plongé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ est :

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B} \quad \text{où } d\vec{l} \text{ est orienté selon } I.$$

Champ magnétique extérieur ? La définition dit « plongé dans un champ magnétique extérieur ». En effet, le fil parcouru par un courant crée un champ magnétique. Par linéarité des équations de la magnéto-statique :

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_{\text{ext}} + \vec{B}_{\text{fil}}$$

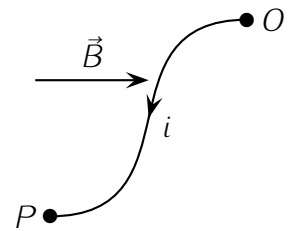
On peut donc séparer le champ total en deux parties : celle due au fil et celle due à « l'extérieur ». Dans la force de Laplace, **on ne prend en compte que $\vec{B}_{\text{ext}}$** (et il sera noté $\vec{B}$ tout court en général)

2. Résultante des forces élémentaires

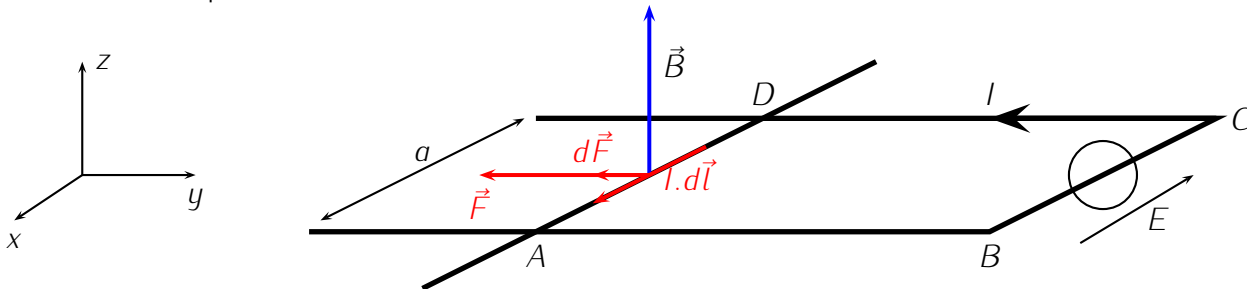
Pour obtenir la résultante des forces élémentaires sur tout le conducteur, il suffit de sommer $\vec{F} = \int d\vec{F}$. Pour nous cette année, on se limitera aux cas où le champ magnétique sera uniforme et la somme sera très facile à faire.

Si on considère un conducteur filiforme allant d'un point O à un point P parcouru par un courant i dans un champ extérieur $\vec{B}$ uniforme et stationnaire, alors la résultante des forces est :

$$\vec{F} = \int_0^P (i d\vec{l} \wedge \vec{B}) = i \left(\int_0^P d\vec{l} \right) \wedge \vec{B} = i \vec{OP} \wedge \vec{B}$$



Exemple : rails de Laplace. L'expérience des rails de Laplace consiste en deux tiges métalliques (DC et AB sur le schéma ci-dessous) entre lesquels on place un générateur de tension ou de courant. On fait reposer sur ces deux rails une tige métallique cylindrique qui peut rouler librement (AD sur le schéma). Les métaux se touchent en A et en D ce qui permet de fermer le circuit électrique. Lorsque l'on applique une tension ou un courant, les conducteurs ressentent des forces de Laplace. La tige cylindrique étant libre de se déplacer, elle va se mettre en mouvement.



Calculer la force de Laplace résultante sur la tige AD parcourue par un courant I :

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B} = I dx \cdot \vec{e}_x \wedge B \cdot \vec{e}_z = -B I dx \cdot \vec{e}_y \Rightarrow \vec{F} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} -B I dx \cdot \vec{e}_y = -B I a \cdot \vec{e}_y$$

3. Puissance

Si la tige a un mouvement de translation à la vitesse $\vec{v}$, alors tous les points se déplacent à la même vitesse et la puissance de Laplace est

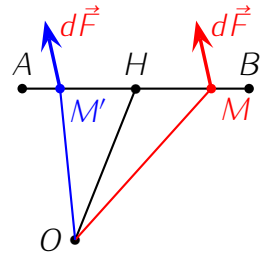
$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Dans le cas où le mouvement n'est pas simplement une translation, il faut faire la somme des puissances élémentaires :

$$\mathcal{P} = \int_A^B d\mathcal{P} = \int_A^B d\vec{F} \cdot \vec{v}$$

4. Point d'application

De façon générale, pour avoir le moment d'une force, il faut faire la somme des moments des forces élémentaires. Nous avons vu que dans le cas du poids, on pouvait définir un point d'application G telle que la résultante des forces appliquée en G a le même moment que l'ensemble des forces élémentaires. Montrons que dans le cas d'une densité linéique de force uniforme sur un segment, le point d'application est le milieu du segment. (c'est notre cas vu que $\vec{B}$ est uniforme)



$$\vec{M}_O = \int_A^B \vec{OM} \wedge d\vec{F} = \int_A^B (\vec{OH} + \vec{HM}) \wedge d\vec{F} = \vec{OH} \wedge \int_A^B d\vec{F} + \underbrace{\int_A^H \vec{HM} \wedge d\vec{F} + \int_H^B \vec{HM} \wedge d\vec{F}}_{\vec{0} \text{ par symétrie}}$$

en effet

$$\int_A^H \vec{HM} \wedge d\vec{F} + \int_H^B \vec{HM} \wedge d\vec{F} = \int_A^H (\vec{HM} + \vec{HM}') \wedge d\vec{F} = \int_A^H \vec{0} \wedge d\vec{F}$$

Pour un segment de conducteur parcouru par un courant dans un champ magnétique uniforme, le point d'application de la force de Laplace est **le milieu du segment**.

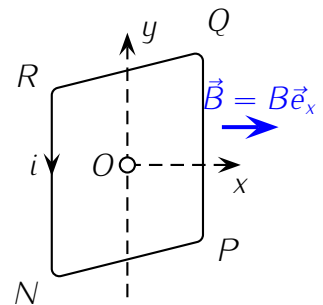


V Spire rectangulaire dans un champ magnétique

1. Résultante des efforts

On étudie cette fois une spire rectangulaire $NPQR$ dans un champ magnétique.

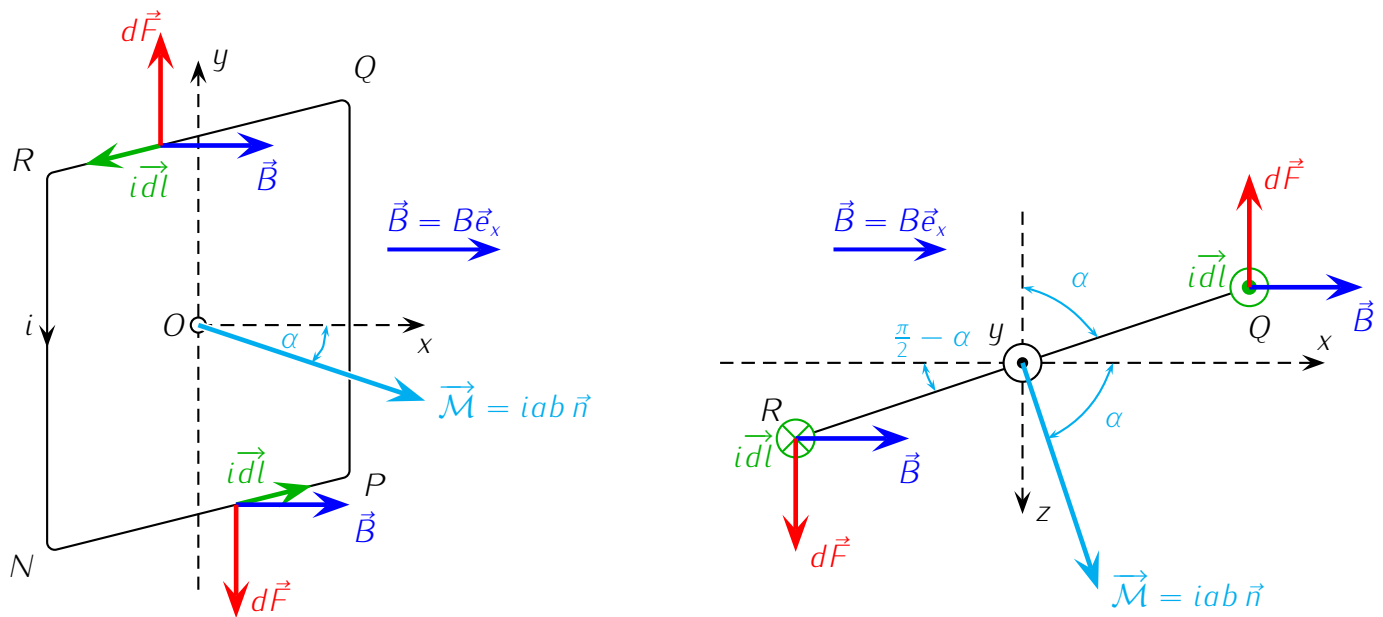
- la largeur de la spire est $RQ = NP = a$;
- la hauteur de la spire est $RN = QP = b$;
- un des axes de la spire est Oy ;
- le champ magnétique est orienté selon l'axe Ox ;
- on oriente le courant électrique de R vers N (arbitraire) ;



Résultante des forces Nous avons vu que pour un circuit filiforme allant d'un point A_1 à un point A_2 dans un champ magnétique extérieur uniforme, la force résultante est $\vec{F} = i\vec{A_1A_2} \wedge \vec{B}$. Ici, le circuit est fermé, donc $A_1 = A_2 = R$ par exemple et

$$\vec{F} = \vec{0} \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

Dans un champ uniforme, la résultante des forces de Laplace sur une spire est donc nulle. La seule action que les forces de Laplace peuvent avoir est **un couple**.



Sur QR :

- le déplacement élémentaire est $d\vec{l} = dx\vec{e}_x + dz\vec{e}_z$
- la force élémentaire est $d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B} = i(dx\vec{e}_x + dz\vec{e}_z) \wedge B\vec{e}_x = i dz B\vec{e}_y$
- La résultante des forces sur la partie QR est

$$\vec{F}_{QR} = \int_Q^R d\vec{F} = \int_Q^R i dz B\vec{e}_y = iB\vec{e}_y(z_R - z_Q) = iBa \cos \alpha \vec{e}_y$$

- Le moment résultant des forces sur la partie QR est

$$\overrightarrow{OM}_{QR} \wedge \vec{F}_{QR} = \vec{0} \text{ (colinéaire)}$$

Sur NP :

- la force élémentaire est $d\vec{F} = i dz B\vec{e}_y$
- La résultante des forces est $\vec{F}_{NP} = -iBa \cos \alpha \vec{e}_y$
- Le moment résultant des forces sur la partie NR est $\overrightarrow{OM}_{NP} \wedge \vec{F}_{NP} = \vec{0}$ (colinéaire)

Sur RN (schéma de droite) :

- le déplacement élémentaire est $d\vec{l} = dy\vec{e}_y$
- la force élémentaire est $d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B} = i dy\vec{e}_y \wedge B\vec{e}_x = -i dy B\vec{e}_z$
- La résultante des forces sur la partie RN est

$$\vec{F}_{RN} = \int_R^N d\vec{F} = \int_R^N -i dy B\vec{e}_z = -iB\vec{e}_z(y_N - y_R) = iBb \vec{e}_z$$

- Le moment résultant des forces sur la partie RN est

$$\vec{M}_{O,RN} = \overrightarrow{OM}_{RN} \wedge \vec{F}_{RN} = \frac{a}{2}(-\sin \alpha \vec{e}_x + \cos \alpha \vec{e}_z) \wedge iBb\vec{e}_z = \frac{a}{2} \sin \alpha iBb\vec{e}_y$$

Sur PQ (schéma de droite) :

- le déplacement élémentaire est $\vec{dl} = dy\vec{e}_y$
- la force élémentaire est $d\vec{F} = i dy B\vec{e}_z$
- La résultante des forces sur la partie PQ est $\vec{F}_{PQ} = -iBb\vec{e}_z$
- Le moment résultant des forces sur la partie PQ est $\vec{M}_{O,PQ} = \frac{a}{2} \sin \alpha iBb\vec{e}_y$

Le moment total est donc

$$\vec{M} = \vec{M}_{O,PQ} + \vec{M}_{O,RN} = iabB\vec{e}_y = iSB\sin\alpha\vec{e}_y = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

Couple d'un champ sur un moment magnétique : Le couple exercé par les force de Laplace sur un moment magnétique $\vec{M}$ plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B}$ est :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

Conclusion : les forces de Laplace tendent à orienter la spire de façon à aligner le moment magnétique et le champ magnétique.

2. Puissance du couple

Si on considère un solide soumis à un couple Γ et fixé à une liaison pivot parfaite d'axe Δ . Le solide est mis en rotation autour de l'axe Δ par le couple et sa position est repérée par un angle θ .

L'objet étant un solide, la puissance des forces intérieures est nulle et en utilisant le théorème de la puissance cinétique dans le référentiel galiléen lié à la liaison pivot :

$$\mathcal{P}(\vec{\Gamma}) = \frac{dE_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2 \right) = J_\Delta \ddot{\theta} \dot{\theta}$$

Or le théorème du moment cinétique scalaire pour un tel système nous donne

$$J_\Delta \ddot{\theta} = \Gamma_\Delta = \vec{\Gamma} \cdot \vec{e}_\Delta$$

Et on peut alors exprimer la puissance du couple : $\mathcal{P} = \vec{\Gamma} \cdot \vec{e}_\Delta \dot{\theta} = \Gamma_\Delta \omega$

Puissance d'un couple : Pour un solide en rotation autour d'un axe Δ à une vitesse $\vec{\Omega} = \omega\vec{e}_\Delta = \dot{\theta}\vec{e}_\Delta$, la puissance d'un couple $\vec{\Gamma}$ est :

$$\mathcal{P} = \vec{\Gamma} \cdot \vec{e}_\Delta \dot{\theta} = \Gamma_\Delta \omega = \vec{\Gamma} \cdot \vec{\Omega}$$

Puissance des forces de Laplace sur une spire : la puissance du couple exercé par les forces de Laplace peut donc s'exprimer de la même façon dans notre exemple. La spire est repérée par son angle autour de Oy par rapport à une direction fixe, par exemple $\vec{e}_x$. Le couple par rapport à y est

$$\Gamma = \vec{\Gamma} \cdot \vec{e}_y = (\vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{e}_y = \mathcal{M}B \sin(\vec{\mathcal{M}}, \vec{B})$$

La spire est repérée par l'angle qu'elle fait avec $\vec{e}_x$: $\theta = (Ox, spire) = (\vec{B}, \vec{\mathcal{M}}) = -(\vec{\mathcal{M}}, \vec{B})$ d'où $\Gamma = -\mathcal{M}B \sin(\theta)$ et la puissance vaut :

$$P = -\dot{\theta} \mathcal{M}B \sin \theta$$

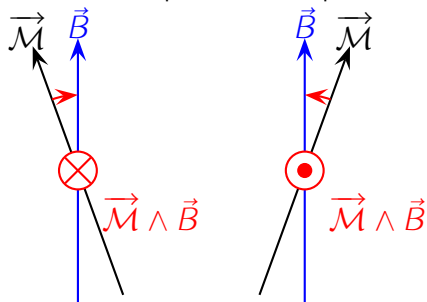


3. Cas d'un aimant

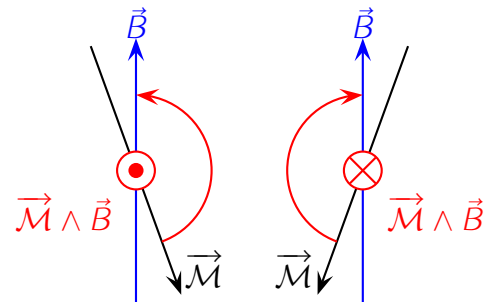
De même que sur une spire, un champ magnétique exerce un couple sur un aimant. Ce couple tend à aligner l'aimant selon la direction du champ. Il existe deux positions d'équilibre (où le couple exercé est nul) :

- lorsque $\vec{B}$ et $\vec{\mathcal{M}}$ sont alignés et de même sens
- lorsque $\vec{B}$ et $\vec{\mathcal{M}}$ sont alignés de sens opposés

Pour étudier la stabilité de ces positions d'équilibre, il faut étudier l'effet d'une faible perturbation : revient-on vers la position d'équilibre ou s'en éloigne t-on ?



Position d'équilibre $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{B}$ de même sens
STABLE



Position d'équilibre $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{B}$ de sens opposés
INSTABLE

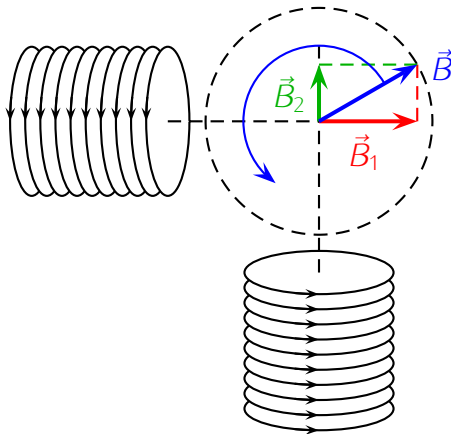
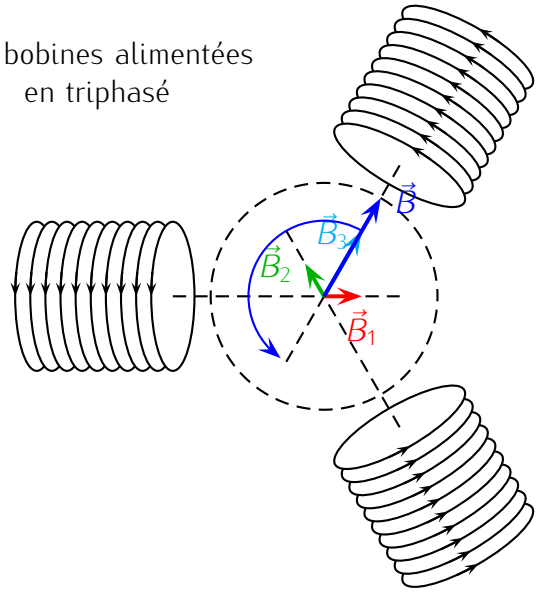
Action d'un champ magnétique sur un aimant : Un aimant plongé dans un champ magnétique uniforme tend à aligner son moment magnétique selon l'axe du champ.

Remarque : C'est le principe de la boussole

VI Champ tournant

Faire une manip Pour pouvoir fabriquer un moteur, il faut parvenir à faire tourner un objet autour d'un autre. Nous avons vu comment aligner un objet (aimant-spire) selon la direction de $\vec{B}$, si on parvient à faire changer la direction de $\vec{B}$, alors on arrivera à faire tourner l'objet.

Il existe plusieurs moyen de réaliser cela, par exemple les deux situations ci-dessous permettent d'avoir un champ $\vec{B}$ de norme constante, mais de direction variable au court du temps : on parle de **champ tournant**.

Deux bobines alimentées
en quadrature de phaseTrois bobines alimentées
en triphasé

Cas de deux bobines : Les bobines sont alimentées en quadrature de phase (déphasé de $\frac{\pi}{2}$). Les intensités sont donc de la forme $I_1 = I_0 \cos(\omega t)$ et $I_2 = I_0 \sin(\omega t)$. Puisque le champ est proportionnel à l'intensité et que les bobines sont à la même distance du centre, alors :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = B_0 (\cos(\omega t)\vec{e}_x + \sin(\omega t)\vec{e}_y)$$

On a donc un champ qui tourne en décrivant un cercle (dans le sens trigonométrique ici)

Cas de trois bobines : Les trois bobines sont alimentées en courant triphasé, c'est à dire déphasé de $\frac{2\pi}{3}$ les unes par rapport aux autres.

Le cas de trois bobines nécessite un peu plus de trigonométrie pour obtenir le résultat suivant :

$$\vec{B} = \frac{3}{2} (\cos(\omega t)\vec{e}_x + \sin(\omega t)\vec{e}_y)$$

ANIMATION

Remarque : C'est le principe d'un des types de moteur : un aimant permanent (ou une spire parcourue par un courant) est placé dans un champ magnétique tournant. Si le moment magnétique et le champ ne sont pas alignés, alors l'aimant est soumis à un couple et tourne pour se rapprocher du champ magnétique. Le champ magnétique tourne et l'aimant le suit. En régime permanent le couple résistif est constant et s'équilibre avec le couple moteur

$$\dot{\theta} = cte \Rightarrow -\vec{\Gamma}_R = \vec{\Gamma}_M = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B} = BM \sin(\vec{\mathcal{M}}, \vec{B}) \vec{e}_\Delta$$

En régime permanent, le couple résistif est constant, donc l'angle entre $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{B}$ est lui aussi constant : l'aimant tourne donc à la même pulsation que le champ, on parle de moteur **synchrone**.

Le couple maximum que peut fournir ce moteur est **MB lorsque $\vec{\mathcal{M}} \perp \vec{B}$** .

Si le couple résistif est supérieur à cette valeur, alors le moteur ne pourra pas fonctionner correctement : il tendra une partie du temps à faire tourner l'aimant dans le même sens que lui et une autre partie du temps à le faire tourner dans l'autre sens.

Table des matières

I Champ magnétique : visualisation et représentation

1. Rappel
2. Première approche
3. Visualisation et représentation
4. Carte de champ pour un fil
5. cas de l'aimant
6. Spire circulaire
7. Bobine longue
8. Bobines de Helmholtz
9. Symétries et invariances

II Lien entre le champ magnétique et l'intensité du courant

1. Unité de mesure
2. Exemple
3. Cas du solénoïde infini

III Moment magnétique

1. Définition
2. Cas d'un aimant
3. Lignes de champ

IV Force de Laplace

1. Force élémentaire
2. Résultante des forces élémentaires
3. Puissance
4. Point d'application

V Spire rectangulaire dans un champ magnétique

1. Résultante des efforts
2. Puissance du couple
3. Cas d'un aimant

VI Champ tournant