3.3 Diffusion thermique-Exercice 7

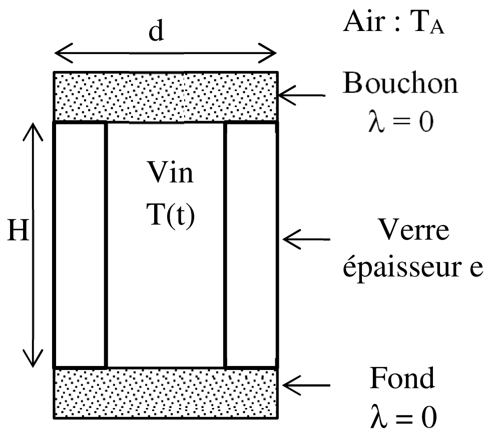
Une bouteille de vin,choisie dans la cave à une température de $T_0 = 8°C$, est mise en « chambre » dans la cuisine où la température vaut $T_A = 22°C$. La bouteille est assimilée à un cylindre de hauteur H = 19,5 cm, de diamètre d = 7,6 cm et d'épaisseur e = 3 mm.
La température T(t) du vin est supposée uniforme mais dépend lentement du temps. En revanche, la température du verre est fonction de la coordonnée cylindrique radiale r et le régime est quasi-stationnaire.
On suppose pour simplifier que le bouchon et le fond ont une conductivité thermique nulle.

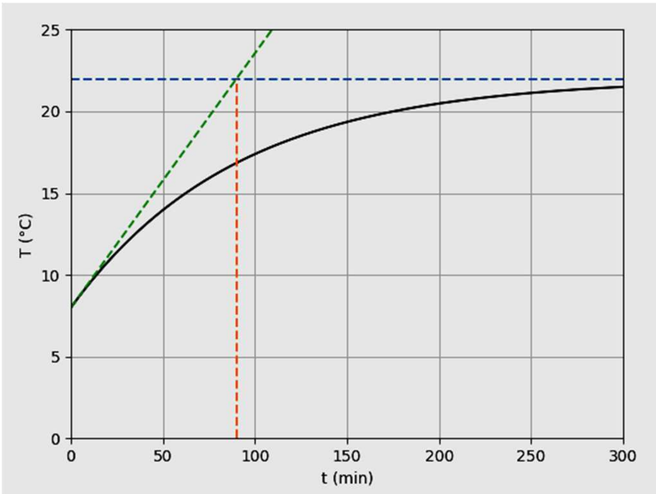
Données : conductivité thermique du verre $\lambda = 0,78\ W.m^{-1}.K^{-1}$
capacité thermique massique du vin $c = 4\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$

a-Exprimer le flux thermique Φ qui traverse la bouteille. Quelle propriété a-t-il en régime (quasi) stationnaire ?
En déduire la résistance thermique R_{cond} de conduction de la partie latérale de la bouteille, en notant T_S la température de surface de la bouteille.

b-L'échange thermique par convection entre l'air ambiant et la bouteille est décrit par la loi de Newton
$\varphi = hS(T_S - T_A)$ où φ est le flux thermique dans l'air.
Exprimer la résistance thermique de convection R_{conv} de la surface latérale de la bouteille.

c-En déduire la résistance thermique totale R_{th} et, à l'aide de la courbe ci-dessous, déterminer h.





a- $\Phi = \iint_{\substack{\text{surface latérale}\\ \text{cylindre rayon r}}} \vec{j}_Q.d\vec{S} = j_Q(r).2\pi rH$ En régime stationnaire ce flux se conserve , il est indépendant de r.

Avec la loi de Fourier : $\Phi = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi rH$ => $dT = -\frac{\Phi dr}{2\pi\lambda Hr}$ => $T_S - T(t) = -\frac{\Phi}{2\pi\lambda H} Ln \frac{\frac{d}{2}}{\frac{d}{2} - e}$

Par définition : $T(t) - T_S = R_{cond}\Phi$ d'où : $\boxed{R_{cond} = \frac{1}{2\pi\lambda H} Ln \frac{d}{d-2e}}$ A.N : $\underline{R_{cond} = 8,6.10^{-2}\ K.W^{-1}}$

b- Par définition : $T_S - T_A = R_{conv}\Phi$ d'où : $\boxed{R_{conv} = \frac{1}{hS} = \frac{1}{h\pi dH}}$

c-<u>Premier principe</u> au vin entre t et t+dt : $dU = \delta Q_{air \to vin}$
donc : $mcdT = -\Phi dt = -\frac{T(t) - T_A}{R_{th}} dt$ soit $\frac{dT}{dt} + \frac{T(t)}{mcR_{th}} = \frac{T_A}{mcR_{th}}$
La constante de temps est $\underline{\tau = mcR_{th}}$ avec $m = \mu\pi(d/2 - e)^2 H = 0,75$ kg

On lit τ = 90 min, on en déduit : $R_{th} = 1,8\ K.W^{-1}$ puis $R_{conv} = 1,714\ K.W^{-1}$ puis $\underline{h = 12,5\ W.m^{-2}.K^{-1}}$