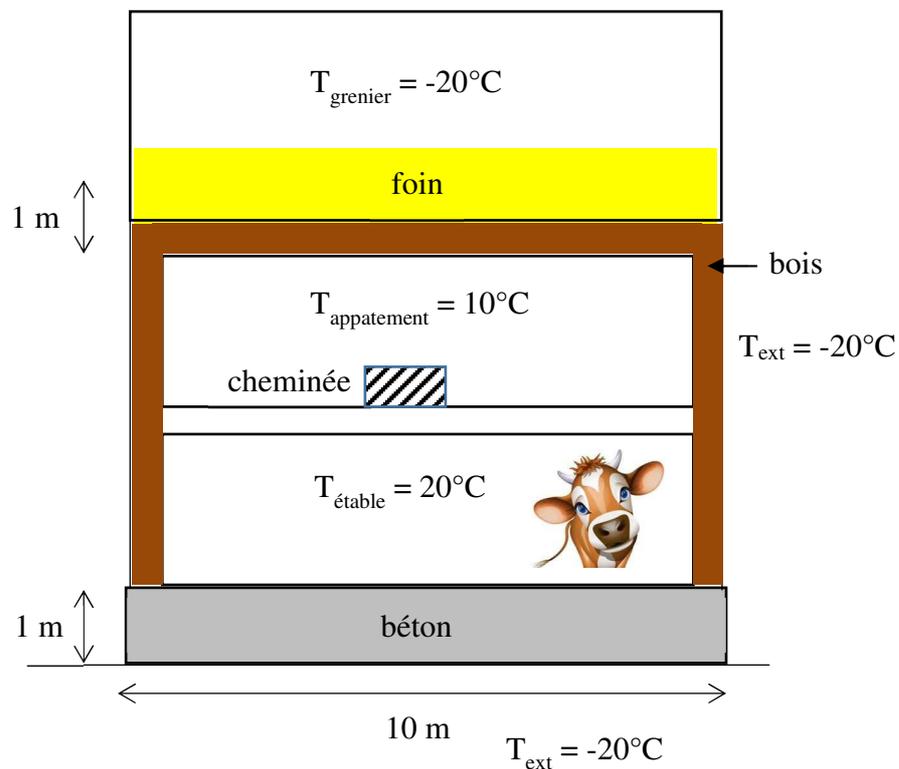


3.3 Diffusion thermique-Exercice 5

La maison a une base carrée de côté 10 m. La hauteur des étages est 2 m. Autour de la maison il y a 20 cm de bois. Il y a 1 m de foin au grenier et 1 m de béton sous l'étable.

Données :

- une vache dégage une puissance thermique de 1000 W
- la cheminée dégage une puissance thermique de 1000 W
- conductivité thermique : $\lambda_{\text{béton}} = 1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 $\lambda_{\text{bois}} = 0,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 $\lambda_{\text{foin}} = 0,1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 $\lambda_{\text{verre}} = 1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$



- 1-Retrouver l'expression du flux thermique à travers un mur de surface S , d'épaisseur e , de conductivité thermique λ , entre les températures T_1 et T_2 .
- 2-Définir la résistance thermique et calculer celle entre l'appartement et le grenier.
- 3-Calculer le flux thermique sortant de l'appartement.
- 4-Calculer le flux thermique de l'étable vers l'appartement nécessaire pour maintenir la température à 10°C .
- 5-Calculer le nombre de vaches nécessaires pour cela.
- 6-Que se passe-t-il si 1 m^2 de bois de l'appartement est remplacé par 1 m^2 de verre ?

3.3 Diffusion thermique-Exercice 5

1-Equation de la diffusion thermique à une dimension en régime stationnaire $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$

Solution : $T(x) = Ax + B$

Conditions aux limites : $T(0) = B = T_1$ et $T(e) = Ae + B = T_2$

D'où : $T(x) = \frac{T_2 - T_1}{e} x + T_1$

Puis $\Phi = j_Q S = -\lambda \frac{dT}{dx} S$ d'où : $\Phi = \lambda \frac{T_1 - T_2}{e} S$

$$2- R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi} = \frac{e}{\lambda S}$$

A.N : $R_{foin} = \frac{1}{0,1 \cdot 10 \cdot 10} = 0,1 \text{ K.W}^{-1}$ $R_{plafond \text{ bois}} = \frac{0,2}{0,5 \cdot 10 \cdot 10} = 0,004 \text{ K.W}^{-1}$

Matériaux en série donc : $R_{plafond} = R_{foin} + R_{plafond \text{ bois}} = 0,104 \text{ K.W}^{-1}$

$$3- \Phi_{\text{sortant}} = \Phi_{\text{appart} \rightarrow \text{ext}} + \Phi_{\text{appart} \rightarrow \text{grenier}} = 4\Phi_{\text{à travers un mur}} + \Phi_{\text{appart} \rightarrow \text{grenier}} = 4 \frac{T_{\text{app}} - T_{\text{ext}}}{R_{\text{mur bois}}} + \frac{T_{\text{app}} - T_{\text{grenier}}}{R_{\text{plafond}}}$$

Or $T_{\text{grenier}} = T_{\text{ext}}$ donc : $\Phi_{\text{sortant}} = \left(\frac{4}{R_{\text{mur bois}}} + \frac{1}{R_{\text{plafond}}} \right) (T_{\text{app}} - T_{\text{ext}})$

A.N : $R_{\text{mur bois}} = \frac{0,2}{0,5 \cdot 2 \cdot 10} = 0,02 \text{ K.W}^{-1}$ $\Phi_{\text{sortant}} = 6,3 \text{ kW}$

4-En régime stationnaire pour l'appartement : $\Phi_{\text{sortant}} = \Phi_{\text{cheminée}} + \Phi_{\text{étable} \rightarrow \text{app}}$

Donc : $\Phi_{\text{étable} \rightarrow \text{app}} = \Phi_{\text{sortant}} - \Phi_{\text{cheminée}}$

A.N : $\Phi_{\text{étable} \rightarrow \text{app}} = 5,3 \text{ kW}$

$$5- \Phi_{\text{sortant étable}} = \Phi_{\text{étable} \rightarrow \text{ext}} + \Phi_{\text{étable} \rightarrow \text{app}} = 4\Phi_{\text{à travers un mur}} + \Phi_{\text{étable} \rightarrow \text{sol}} + \Phi_{\text{étable} \rightarrow \text{app}}$$

$$= 4 \frac{T_{\text{étable}} - T_{\text{ext}}}{R_{\text{bois}}} + \frac{T_{\text{étable}} - T_{\text{sol}}}{R_{\text{béton}}} + \Phi_{\text{étable} \rightarrow \text{app}}$$

A.N : $R_{\text{béton}} = \frac{1}{1 \cdot 10 \cdot 10} = 0,01 \text{ K.W}^{-1}$ $\Phi_{\text{sortant}} = 17,3 \text{ kW}$

Pour maintenir la température constante dans l'étable, il faut donc 17,3 vaches = 17 vaches + 1 veau

6- $\lambda_{\text{verre}} > \lambda_{\text{bois}} \Rightarrow R_{\text{verre}} < R_{\text{bois}}$

Le flux sortant de l'appartement sera plus grand. Il faudra un flux plus important provenant de l'étable, donc plus de vaches.