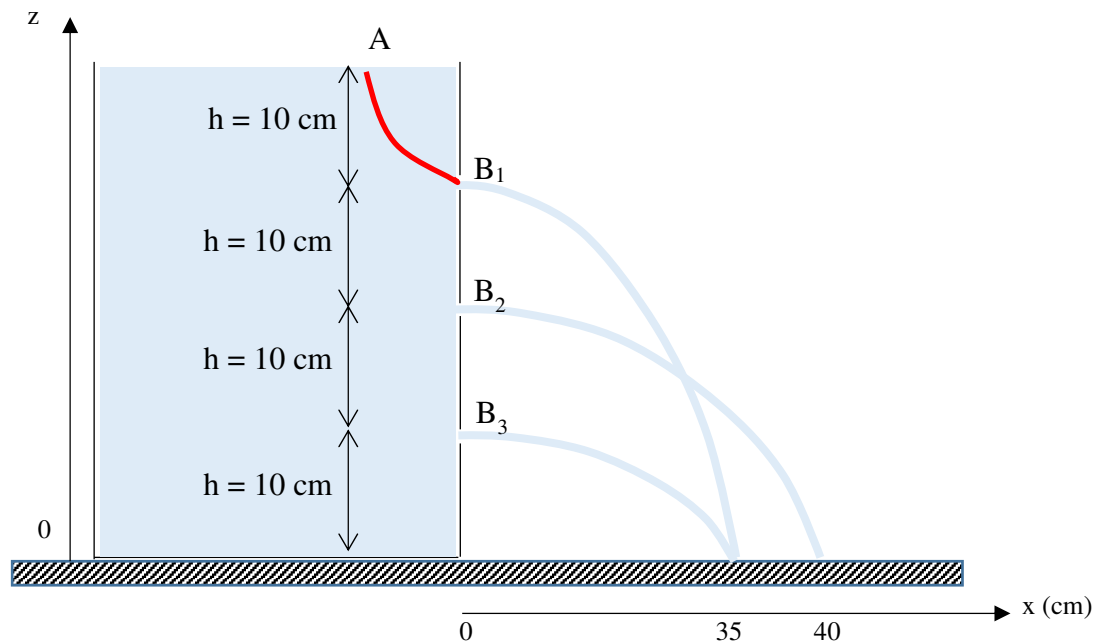


4.7.2 Bernoulli-Exercice 12



a-En faisant certaines hypothèses, exprimer et calculer les vitesses de sortie de l'eau pour les trois trous.

b-A l'aide des abscisses d'arrivée des jets sur le plan, retrouver les valeurs des vitesses.

a-Ecoulement parfait, incompressible, quasi-stationnaire.

Théorème de Bernoulli sur la ligne de courant de A à B₁ : $P_0 + \frac{1}{2}\rho v(A)^2 + \rho g 4h = P(B_1) + \frac{1}{2}\rho v(B_1)^2 + \rho g 3h$

Section de sortie très petite devant celle du récipient $\Rightarrow v(A) \ll v(B_1)$

Jet libre en sortie : $P(B_1) = P_0$

Donc :	$v(B_1) = \sqrt{2gh} = v_1$	A.N : $v_1 = 1,4 \text{ m.s}^{-1}$
De même :	$v(B_2) = \sqrt{4gh} = v_2$	A.N : $v_2 = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$
	$v(B_3) = \sqrt{6gh} = v_3$	A.N : $v_3 = 2,4 \text{ m.s}^{-1}$

b-Pour une particule de fluide en chute libre après sa sortie du récipient : $\vec{a} = \vec{g}$

$$\text{Donc : } \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = v_i \\ \dot{z} = -gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v_i t \\ z = -g \frac{t^2}{2} + z_i(0) \end{cases} \quad \text{avec } i = 1, 2 \text{ ou } 3$$

Trajectoire parabolique d'équation : $z = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_i^2} + z_i(0)$

La particule touche le sol quand $0 = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_i^2} + z_i(0)$ donc à l'abscisse : $x_{i\text{contact}} = \sqrt{\frac{2v_i^2 z_i(0)}{g}}$

La mesure de $x_{i\text{contact}}$ permet de calculer v_i : $v_i = \sqrt{\frac{gx_{i\text{contact}}^2}{2z_i(0)}}$

Jet 1 : $z_1(0) = 0,3 \text{ m}$ et $x_{1\text{contact}} = 0,35 \text{ m} \Rightarrow v_1 = 1,4 \text{ m.s}^{-1}$

Jet 2 : $z_2(0) = 0,2 \text{ m}$ et $x_{2\text{contact}} = 0,40 \text{ m} \Rightarrow v_2 = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$

Jet 3 : $z_3(0) = 0,1 \text{ m}$ et $x_{3\text{contact}} = 0,35 \text{ m} \Rightarrow v_3 = 2,5 \text{ m.s}^{-1}$