Travaux Dirigés EM_1

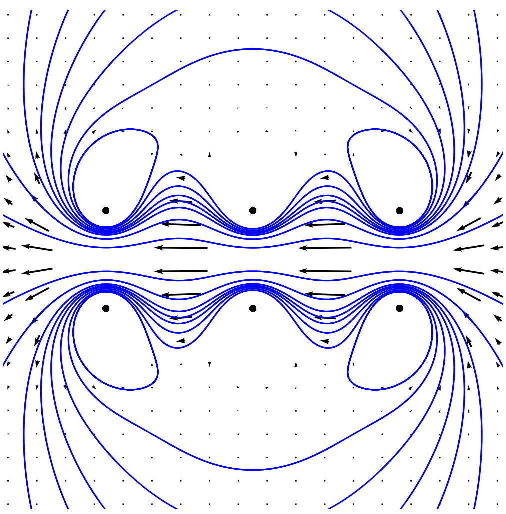
Exercice 1 : Champ crée par une bobine longue

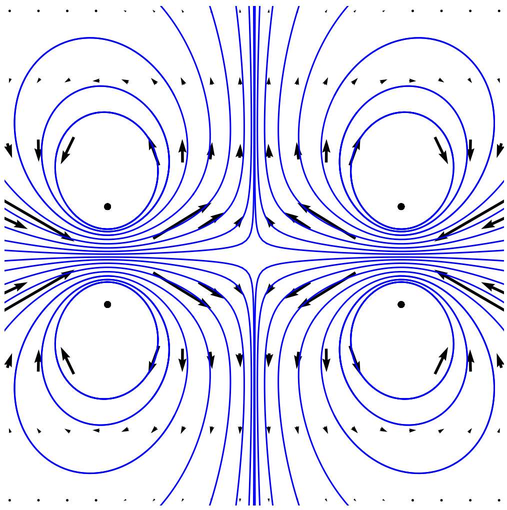
On considère un bobinage de longueur $L = 60$ cm, de rayon $R = 4$ cm, parcouru par un courant d'intensité $i = 0{,}6$ A.

1. La formule du champ dans un solénoïde est-elle valable ?
2. Déterminer le nombre de spires nécessaire pour obtenir un champ magnétique de $0{,}1.10^{-2}$ T.
3. La bobine est réalisée en enroulant un fil de 1,5 mm de diamètre autour d'un cylindre en carton. Combien de couches faut-il bobiner pour obtenir le champ précédent ?

1. On peut calculer le rapport d'aspect de la bobine : $R = L/h = 15 \gg 1$, la formule est donc valable.
2. On a donc : $B = \mu_O n i = \mu_0 \frac{N}{L} i$ donc $N = 796$ spires.
3. Il s'agit d'un problème d'encombrement spatial. Sur la longueur de la spire, on peut mettre 400 spires. Il faut donc 2 couches de fils.

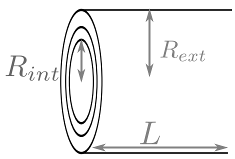
Exercice 2 : Carte de champ





Sur les deux cartes de champ magnétique précédente, où sont placés les sources de courant ? Dans quel sens le courant circule t'il pour chacune des sources ?
Les lignes de champ tournent autour des sources, elles sont situés au niveau des points au centre des lignes de champ.
Pour trouver le sens du courant, il faut utiliser la règle de la main droite/du tire bouchon
Dans le cas de gauche, pour les points du haut le courant va du lecteur vers la feuille et pour les points du bas de la feuille vers le lecteur.
Dans le cas de droite, pour le point en haut à gauche et celui en bas à droite, le courant va de la feuille vers le lecteur et dans l'autre sens pour les deux autres.

Exercice 3 : IRM et puissance consommée



On souhaite fabriquer une bobine d'imagerie à résonance magnétique (IRM) pour atteindre un courant de 6 T. La bobine obtenue est à spire jointive (qui se touchent les unes les autres) formé d'un seul fil de $d = 1$ cm de diamètre enroulé pour former un cylindre de $L = 2$ m de long et d'épaisseur $R_{ext} - R_{int} = 10$ cm. Le rayon moyen est de 50 cm environ.

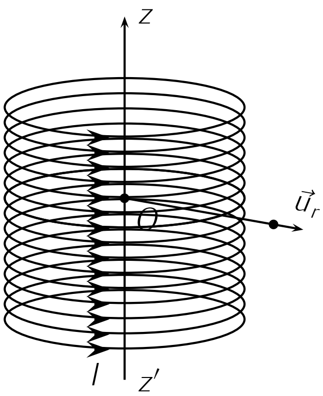
1. Quel est le courant nécessaire pour obtenir le champ souhaité ?
2. On donne la résistivité du cuivre à température ambiante : $\rho = 17 \times 10^{-9}$ Ω.m. La

formule donnant la résistance pour un fil de section S et de longueur l est $R = \rho\frac{l}{S}$. Quelle est la tension à appliquer pour maintenir le courant souhaité ? Quelle est la puissance consommée par la bobine ?

3. Expliquer l'intérêt d'une bobine supraconductrice dans ce cas.

1. Il faut estimer le nombre de spires par unité de longueur. 1 cm de diamètre, donc 100 enroulements dans un mètre et 10 cm d'épaisseur donc $\times 10$. On a donc $n = 1000$ m^{-1}. Le courant est $I = B/(\mu_0 n) = 6/(1000 * 12 \times 10^{-7}) = 5000$ A.
2. il faut estimer la longueur du fil : $2\pi R$ par spire $\times$ le nombre de spire ce qui fait environ $\pi \times 1000$ m de fil. $R = 17 \times 10^{-9}\frac{\pi\times 1000}{\pi(5\times10^{-3})^2} \simeq 17 \times 10^{-9+3+6}/25 \simeq 1\ \Omega$ donc une tension d'environ 5000 V et une puissance consommée de 25 000 000 W !
3. bobine supra : on la charge une fois et on garde le froid, tourne pendant 1 mois, coute bcp moins cher que 25 GW de la garder au froid.

Exercice 4 : Bobine conductrice en lévitation

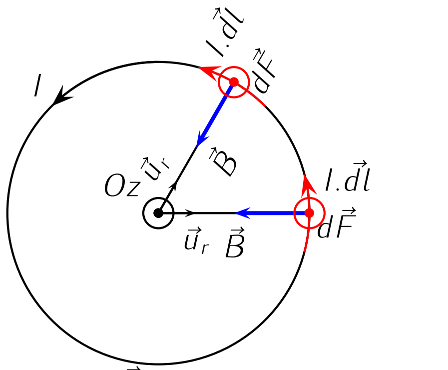


On considère une bobine cylindrique contenant N spires de rayon a parcourues par un courant d'intensité I orienté dans le sens orthoradial des coordonnées cylindriques d'axe (Oz) vertical ascendant (sens trigonométrique). On note m la masse d'une spire, $z'z$ l'axe de révolution vertical de la bobine. Cette bobine est plongée dans un champ magnétique radial $\vec{B} = B_r.\vec{u}_r$

1. Quel doit être le signe de B_r pour que la force $d\vec{F}$ de Laplace élémentaire appliquée à une portion dl de spire soit verticale ascendante ?

   On représentera cette force sur un schéma clair.
2. Déterminer $\vec{F}$ la force de Laplace que subit une spire.
3. En déduire la force de Laplace subie par la bobine.
4. Pour quelle valeur de I la bobine reste-t-elle en équilibre sous l'action de son poids et de la force de Laplace.

1. Considérons pour le moment une seule spire parcourue par un courant I et plongée dans le champ $\vec{B} = B_r.\vec{e}_r$ radial (figure ci-dessous).

   Pour que la force élémentaire $d\vec{F}$ qui s'exerce sur chaque portion $\vec{dl}$ de spire soit verticale ascendante, il faut que $\vec{B} = B_r\vec{u}_r$ avec $B_r = -B$ négatif : $\vec{B}$ orienté vers le centre de la spire.
2. Pour une spire, on a alors

   $$\vec{F} = \int_{\text{spire}} d\vec{F} = \int_{\text{spire}} I.\vec{dl}\wedge\vec{B} = -\int_{\text{spire}} IdlB\vec{u}_\theta\wedge\vec{u}_r$$

   avec $\int_{\text{spire}} dl = 2\pi a$ le périmètre de la spire $\Rightarrow \vec{F} = 2\pi aIB\vec{u}_z$.

Remarque : comme le poids de cette spire, le point d'application de $\vec{F}$ est situé en O.

3. La bobine constituée de N spire subira la force totale $\vec{F}_T = N\vec{F} = 2\pi NaIB\vec{u}_z$.
4. À l'équilibre, la résultante des forces est nulle. En plus de $\vec{F}_T$, la bobine subit le poids de ses N spires de masse m chacune. On a donc

$$\vec{F}_T + \vec{p} = \vec{0} \Rightarrow 2\pi NaIB\vec{u}_z - Nmg\vec{u}_z = \vec{0} \Rightarrow I = \frac{mg}{2\pi aB}$$

Exercice 5 : Petites oscillations d'un aimant

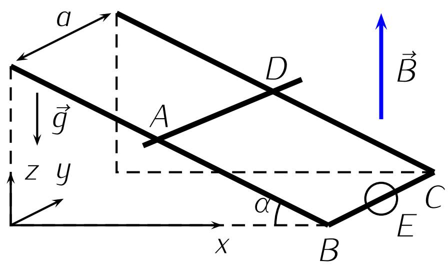
Un aimant homogène, de moment magnétique $\vec{m}$, de moment d'inertie J, par rapport à son centre de gravité G, est libre de tourner autour de G dans un plan horizontal. Il est soumis à l'action d'un champ $\vec{B}$ uniforme.

1. L'aimant est légèrement tournée par rapport à sa position d'équilibre, tout en restant dans un plan horizontal, puis lâché. Quelle est la période des petites oscillations ?
2. Afin d'en déduire la valeur du champ magnétique $\vec{B}$, sans connaitre ni le moment d'inertie, ni le moment magnétique de l'aimant, on ajoute au champ $\vec{B}$, un champ magnétique $\vec{B}'$ créé par une bobine longue. On place d'abord la bobine telle que $\vec{B}'$ et $\vec{B}$ soient parallèles et de même sens. La période des oscillations est alors τ. On inverse le sens du courant dans la bobine et on mesure une nouvelle période τ'. En déduire B en fonction de B' et des deux période τ et τ' sachant $B < B'$.

1. On note θ l'angle que fait le moment magnétique de l'aimant avec le champ magnétique. On étudie l'aimant dans le référentiel du laboratoire. Le seul moment qui s'applique dessus est celui des forces de Laplace. $\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B} = mB\sin\theta\vec{u}_z$. On applique le théorème du moment cinétique à l'aimant : $J\ddot{\theta} = -mB\sin\theta$. On est en présence de petits mouvements. On peut alors linéarisé le sinus. On obtient alors une équation différentielle d'un oscillateur harmonique : $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$ avec $\omega = \sqrt{mB/J}$. La période des oscillations est donc : $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mB}}$.
2. On a $\tau = 2\pi\sqrt{\frac{J}{m(B+B')}}$ et $\tau' = 2\pi\sqrt{\frac{J}{m(B-B')}}$, on trouve alors $B = B'\frac{1-(\tau/\tau')^2}{1+(\tau/\tau')^2}$.
3. On note θ l'angle que fait le moment magnétique de l'aimant avec le champ magnétique. On étudie l'aimant dans le référentiel du laboratoire. Le seul moment qui s'applique dessus est celui des forces de Laplace. $\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B} = mB\sin\theta\vec{u}_z$. On applique le théorème du moment cinétique à l'aimant : $J\ddot{\theta} = -mB\sin\theta$. On est en présence de petits mouvements. On peut alors linéarisé le sinus. On obtient alors une équation différentielle d'un oscillateur harmonique : $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$ avec $\omega = \sqrt{mB/J}$. La période des oscillations est donc : $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mB}}$

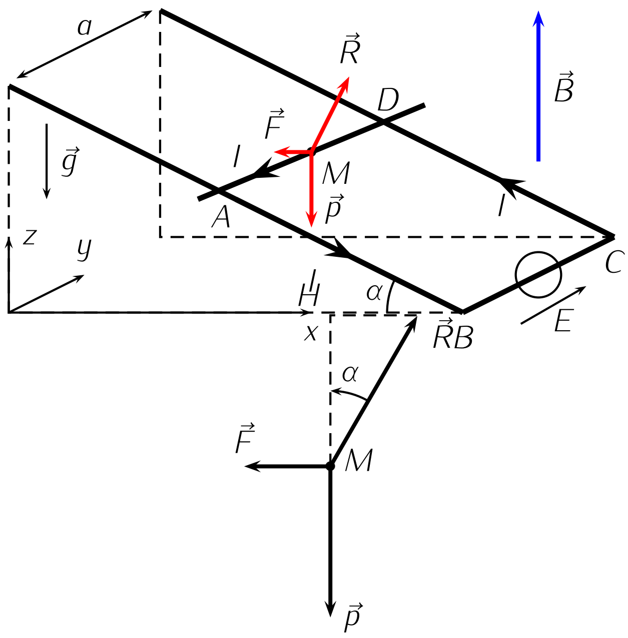
Exercice 6 : **Rails de Laplace**

On considère un plan dont la normale fait un angle α avec la verticale.



Dans ce plan, on créé un circuit électrique rectangulaire constitué par deux rails rectilignes fixes (chacun se trouvant dans un plan vertical) séparés par une d'une longueur a et reliés à une extrémité par un conducteur horizontal.
Le circuit est fermé grâce à une barre conductrice (AD) de masse m juste posée et qui peut glisser sans frottement.
Le circuit est parcouru par un courant d'intensité I et se trouve plongé dans un champ magnétique vertical.

1. Sur un schéma clair, définir le sens du courant qui doit traverser la barre pour que celle-ci puisse rester à l'équilibre.
2. Quelle est l'expression de I permette de maintenir la barre à l'équilibre ?



1. La barre plongée dans $\vec{B}$ et traversée par un courant I est soumise à son poids $\vec{p}$

vertical descendant, à la réaction du support $\vec{R}$ normale à ce dernier et à la force de Laplace $\vec{F} = \int d\vec{F}$ où $d\vec{F} = I.\vec{dl} \wedge \vec{B}$.

Chaque $d\vec{F}$ est normale à $\vec{B} = B.\vec{e}_z$ vertical et à $I\vec{dl}$ colinéaire à $\vec{e}_y$.

$d\vec{F}$ est donc horizontale et doit être orienté selon $-\vec{e}_x$ pour que la somme vectorielle des forces soit nulle afin d'assurer l'équilibre de la barre. La règle de la main droite permet de déterminer alors le sens de $I.\vec{dl}$: I doit être orienté de D vers A.

2. Sur les figures ci-dessus, on a ramené la résultante des forces au centre M de la barre.

$$\vec{F} = \int_{DA} d\vec{F} = \int_{DA} I.\vec{dl} \wedge \vec{B} = I \int_{DA} -dl.B\vec{e}_x = -I$$

Dans le triangle rectangle en H, on lit $\tan\alpha = \frac{F}{p} = \frac{IaB}{mg} \Rightarrow I = \frac{mg\tan\alpha}{aB}$.